



LEUPHANA
UNIVERSITÄT LÜNEBURG

**Bearbeitung von Problemlöseaufgaben zur
Flächeninhaltsberechnung unterstützt durch
papier- und videobasierte Lösungsbeispiele**

Von der Fakultät Bildung
der Leuphana Universität Lüneburg zur Erlangung des Grades

Doktorin der Philosophie
– Dr. phil. –

genehmigte Dissertation von
Anna-Katharina Poschkamp

geboren am 14.05.1989 in Heide

Eingereicht am: 15.05.2023

Mündliche Verteidigung (Disputation) am: 03.11.2023

Erstbetreuer und Erstgutachter:	Prof. Dr. Michael Besser
Zweitgutachter:	Prof. em. Dr. Werner Blum
Drittgutachterin:	Prof. Dr. Kathrin Padberg-Gehle

Als Dissertation eingereicht unter dem Titel: Bearbeitung von Problemlöseaufgaben zur Flächeninhaltsberechnung unterstützt durch papier- und videobasierte Lösungsbeispiele

Druckjahr: 2023
Leuphana Universität Lüneburg

Danksagung

Ich danke meinem Doktorvater Prof. Dr. Michael Besser, der mir die Möglichkeit gegeben hat, dieses Dissertationsvorhaben überhaupt erst durchzuführen; der mir bei Fragen jederzeit geholfen hat und von den ersten Konzeptionsideen bis zur finalen Abgabe dieser Arbeit immer mit Rat und Tat zur Seite stand.

Außerdem danke ich Prof. em. Dr. Werner Blum dafür, dass er sich bereiterklärt hat, mein Dissertationsvorhaben als Zweitgutachter zu begleiten und mir ebenfalls von den ersten Konzeptionsideen bis zur finalen Abgabe dieser Arbeit immer mit Rat und Tat zur Seite stand.

Ich danke euch beiden für die intensive Betreuung und Begleitung sowie dem stets konstruktiven Austausch über mein Forschungsvorhaben.

Meiner Drittgutachterin Prof. Dr. Kathrin Padberg-Gehle danke ich dafür, dass sie mich „damals“ mit meinem Doktorvater in Kontakt gebracht hat und als Drittgutachterin mein Dissertationsvorhaben begleitet. Mit dir schließt sich der Kreis, welcher mich nun zur Abgabe dieser Dissertationsschrift gebracht hat.

Danke sagen möchte ich darüber hinaus auch meiner Familie – meinen Eltern, meiner Schwester, meinen Großeltern und meinem Freund – dass ihr meinen Lebensweg und die arbeitsintensive Phase der Promotion stets mit Rückhalt und lieben Worten begleitet habt.

Die vielen Zeilen dieser Dissertationsschrift haben Thore, Eileen und meine studentische Hilfskraft Emre korrekturgelesen, worüber ich mich sehr gefreut habe und wofür ich euch sehr danke!

Ein besonderer Dank geht aber vor allem an die Schulen, Lehrkräfte, Schüler_innen und an meine studentischen Hilfskräfte Henriette und Louisa, ohne deren Unterstützung und Teilnahme ich keine Laboruntersuchung hätte durchführen können. In diesem Zusammenhang danke ich ebenfalls meiner Nichte Runa, die den Kontakt zur Schule im Kreis Schleswig-Flensburg hergestellt hat.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
Teil A: Theoretischer Rahmen	4
Vorüberlegungen zum theoretischen Rahmen.....	4
1 Problemlösen im Sinne der Bildungsstandards	5
1.1 Bildungsstandards des Faches Mathematik.....	6
1.2 Mathematisches Problemlösen	8
1.2.1 Begriffsverständnis des Problemlösens	9
1.2.2 Bearbeitung von Problemlöseaufgaben entlang von Phasen	11
1.2.3 Einsatz von Heuristiken zur Bearbeitung von Problemlöseaufgaben	15
1.2.4 Bewertungsmöglichkeiten des Bearbeitungserfolges von Problemlöseaufgaben	21
1.2.5 Herausforderungen des Problemlösens aus kognitionspsychologischer Sicht	24
1.3 Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz	27
2 Lösungsbeispiele als Lernmaterial zur Förderung der Entwicklung von Kompetenzen	29
2.1 Begriffsverständnis von Lösungsbeispielen	29
2.1.1 Lösungsbeispiele im Allgemeinen	29
2.1.2 Videobasierte Lösungsbeispiele in Form von Erklärvideos.	30
2.2 Lernförderliches Potential von Lösungsbeispielen aus kognitionspsychologischer Sicht	31
2.2.1 Lösungsbeispieleffekt.....	31
2.2.2 Multimediaeffekt	32
2.2.3 Lösungsbeispiele aus Sicht der „Cognitive-Load-Theory“ ..	33
2.3 Mögliche Ausgestaltungen von Lösungsbeispielen.....	34
2.3.1 Unterschiedliche Arten von Lösungsbeispielen	34
2.3.2 Gestaltungsprinzipien von Lösungsbeispielen	37
2.3.3 Aufforderung zu Selbsterklärungen.....	40
2.4 Lösungsbeispiele aus mathematikdidaktischer Sicht	42
2.4.1 Lösungsbeispiele in nicht-algorithmischen Lernbereichen..	42
2.4.2 Lösungsbeispiele zur Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz.....	44

3	Forschungsinteresse und Herleitung der Forschungsfragen	45
Teil B: Methodisches Vorgehen.....		48
4	Methodische Anlage der Untersuchung	48
4.1	Wahl des Untersuchungsdesigns	48
4.2	Vorstellung des Untersuchungsdesigns	50
5	Erhebung zur Auswahl von Schüler_innen	52
5.1	Zusammenstellen der Auswählerhebung	52
5.2	Kontaktaufnahme zu Schulen und Durchführung der Auswählerhebung.....	56
5.3	Ergebnisse der Auswählerhebung	58
6	Erhebungsmethode der Laboruntersuchung.....	60
6.1	Erstellung der Erhebungsinstrumente	61
6.1.1	Erstellung einer Problemlöseaufgabe zur anfänglichen Bearbeitung	62
6.1.2	Erstellung eines papierbasierten Lösungsbeispiels	63
6.1.3	Erstellung eines videobasierten Lösungsbeispiels.....	68
6.1.4	Erstellung der Problemlöseaufgabe für eine anschließende Bearbeitung.....	74
6.2	Geplanter Ablauf der Laboruntersuchung	75
6.2.1	Geplanter Ablauf in der Treatmentgruppe TG 1 (papierbasiertes Lösungsbeispiel)	76
6.2.2	Geplanter Ablauf in der Treatmentgruppe TG 2 (videobasiertes Lösungsbeispiel).....	76
6.3	Pilotierung einer Vorversion der geplanten Laboruntersuchung	77
6.4	Auswahl und Beschreibung der Stichprobe	79
6.4.1	Stichprobensampling.....	79
6.4.2	Beschreibung der ausgewählten Stichprobe.....	82
6.5	Durchführung der Laboruntersuchung	83
6.5.1	Ablauf der Laboruntersuchung in der Treatmentgruppe TG 1 (papierbasiertes Lösungsbeispiel)	84
6.5.2	Ablauf der Laboruntersuchung in der Treatmentgruppe TG 2 (videobasiertes Lösungsbeispiel).....	86
7	Auswertungsmethode	87
7.1	Wahl der Auswertungsmethode	88
7.2	Aufbereitung der erhobenen Daten	89
7.3	Qualitative Inhaltsanalyse	90

7.3.1	Textarbeit	91
7.3.2	Kategorienbildung	92
7.3.3	Codierung.....	98
7.3.4	Analyse und Ergebnisdarstellung.....	99
8	Gütekriterien qualitativer Forschung.....	100
8.1	Interne Studiengüte	100
8.1.1	Hinsichtlich der Datenerfassung und Transkription des Materials.....	101
8.1.2	Hinsichtlich der Durchführung einer qualitativen Inhaltsanalyse	101
8.2	Intercoder-Übereinstimmung.....	101
Teil C: Ergebnisse.....		103
9	Anfänglicher Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgaben	103
9.1	Anfänglicher Bearbeitungserfolg in TG 1	103
9.1.1	Anfänglich keine erfolgreiche Bearbeitung.....	103
9.1.2	Anfänglich erfolgreiche Bearbeitung	105
9.2	Anfänglicher Bearbeitungserfolg in TG 2	106
9.2.1	Anfänglich keine erfolgreiche Bearbeitung.....	106
9.2.2	Anfänglich erfolgreiche Bearbeitung	108
9.3	Anfänglicher Bearbeitungserfolg im Vergleich zwischen den Treatmentgruppen.....	109
10	Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen	110
10.1	Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen in TG 1.....	110
10.1.1	Keine erfolgreiche Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels.....	110
10.1.2	Erfolgreiche Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels.....	111
10.2	Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen in TG 2.....	112
10.2.1	Keine erfolgreiche Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels.....	112
10.2.2	Erfolgreiche Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels.....	113
10.3	Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen im Vergleich zwischen den Treatmentgruppen.....	113
11	Anschließendender Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgaben	114
11.1	Anschließendender Bearbeitungserfolg in TG 1	115
11.1.1	Keine erfolgreiche Bearbeitung.....	115

	11.1.2 Erfolgreiche Bearbeitung.....	116
11.2	Anschließender Bearbeitungserfolg in TG 2	117
	11.2.1 Keine erfolgreiche Bearbeitung	117
	11.2.2 Erfolgreiche Bearbeitung.....	118
11.3	Bearbeitungserfolg im Vergleich zwischen den Treatmentgruppen	120
12	Nutzung eines Lösungsbeispiels	121
	12.1 Nutzung eines papierbasierten Lösungsbeispiels	121
	12.2 Nutzung eines videobasierten Lösungsbeispiels	124
13	Veränderung des Bearbeitungserfolgs bei Problemlöseaufgaben.....	128
	13.1 Veränderungen bei Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels	129
	13.1.1 Veränderungen, ausgehend von anfänglich nicht erfolgreichen Bearbeitungen	129
	13.1.2 Veränderungen, ausgehend von anfänglich erfolgreichen Bearbeitungen	131
	13.2 Veränderungen bei Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels	133
	13.2.1 Veränderungen, ausgehend von anfänglich nicht erfolgreichen Bearbeitungen	133
	13.2.2 Veränderungen, ausgehend von anfänglich erfolgreichen Bearbeitungen	135
	13.3 Vergleichende Betrachtung der Veränderung des Bearbeitungserfolgs	137
14	Vertiefende Einzelfallanalysen	141
	14.1 Auswahl der Fälle	141
	14.2 Fallanalysen von Schüler_innen ohne Veränderung des Bearbeitungserfolgs	144
	14.2.1 Jonte	144
	14.2.2 Sören.....	146
	14.2.3 Zusammenfassung.....	148
	14.3 Fallanalysen von Schüler_innen, welche ausschließlich erfolgreich Selbsterklärungen formulierten	149
	14.3.1 Enna.....	149
	14.4 Fallanalysen von Schüler_innen mit einer durchgehend positiven Veränderung des Bearbeitungserfolgs.....	153
	14.4.1 Leni	153
	14.4.2 Matti.....	156
	14.4.3 Zusammenfassung.....	158

14.5	Fallanalysen von Schüler_innen mit negativer Veränderung des Bearbeitungserfolgs	159
14.5.1	Paul	159
14.5.2	Luca	161
14.5.3	Zusammenfassung.....	163
Teil D: Diskussion		165
15	Diskussion der erhaltenen empirischen Erkenntnisse	165
15.1	Anfänglicher Bearbeitungserfolg	165
15.2	Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen.....	166
15.3	Anschließender Bearbeitungserfolg	167
15.4	Nutzung eines Lösungsbeispiels während der Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe	168
15.5	Veränderung des Bearbeitungserfolgs bei Problemlöseaufgaben .	170
16	Vorteile und Limitationen des Untersuchungsdesigns.....	171
17	Ausblick und Implikationen für die Lehrpraxis.....	173
Literaturverzeichnis		178
Anhang.....		187

Abkürzungsverzeichnis

BIFIE	Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation und Entwicklung des österreichischen Schulwesens
DEMAT	Deutscher Mathematiktest
GMS	Gemeinschaftsschule
IGS	Integrierte Gesamtschule
KMK	Kultusminister Konferenz
OBS	Oberschule
PISA	Programme for International Student Assessment
PLA	Problemlöseaufgabe
Pos.	Position
SLS	Salzburger Lesescreening
S1 – S4	Schule 1 – Schule 4
TG	Treatmentgruppe
TIMSS	Trends in International Mathematics and Science Study
vs.	versus

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Aufgabe "Bastelvorlage"	4
Abbildung 2: Schüler_innenlösungen Aufgabe „Bastelvorlage“	5
Abbildung 3: Kompetenzmodell der Bildungsstandards für das Fach Mathematik .	7
Abbildung 4: Phasen des Problemlösens nach Pólya (1949)	12
Abbildung 5: Phasen des Problemlösens nach Schoenfeld (1985)	13
Abbildung 6: Überblick über Heuristiken.....	16
Abbildung 7: Mögliche (Muster-)Lösung zur Aufgabe "Bastelvorlage"	20
Abbildung 8: Auszug aus einem algorithmischen Lösungsbeispiel.....	35
Abbildung 9: Auszug aus einem heuristischen Lösungsbeispiel.....	37
Abbildung 10: Untersuchungsdesign	51
Abbildung 11: Übersicht Auswählerhebung	53
Abbildung 12: Problemlöseaufgabe der Auswählerhebung (PLA 1)	54
Abbildung 13: Übersicht der zu entwickelnden Erhebungsinstrumente	62
Abbildung 14: Problemlöseaufgabe PLA 2 (unmittelbar vor dem Treatment)	63
Abbildung 15: Lösungsweg PLA 2 mit Ergänzungsprinzip.....	63
Abbildung 16: Lösungsweg PLA 2 mit Zerlegungsprinzip (vertikal)	63
Abbildung 17: Lösungsweg PLA 2 mit Zerlegungsweg (horizontal).....	63
Abbildung 18: Problemstellung und Phase 1 des papierbasierten Lösungsbeispiels	65
Abbildung 19: Phase 2 des papierbasierten Lösungsbeispiels	65
Abbildung 20: Phase 3 des papierbasierten Lösungsbeispiels, mit Ergänzungsprinzip.....	66
Abbildung 21: Phase 3 des papierbasierten Lösungsbeispiels, mit Zerlegungsprinzip (vertikal).....	66
Abbildung 22: Phase 3 des papierbasierten Lösungsbeispiels, mit Zerlegungsprinzip (horizontal).....	67
Abbildung 23: Phase 4 des papierbasierten Lösungsbeispiels	67
Abbildung 24: Problemstellung und Phase 1 des videobasierten Lösungsbeispiels	70
Abbildung 25: Phase 2 des videobasierten Lösungsbeispiels	71
Abbildung 26: Phase 3 des videobasierten Lösungsbeispiels, mit Ergänzungsprinzip.....	71
Abbildung 27: Phase 3 des videobasierten Lösungsbeispiels, mit Zerlegungsprinzip (vertikal).....	72
Abbildung 28: Phase 3 des videobasierten Lösungsbeispiels, mit Zerlegungsprinzip (horizontal).....	72

Abbildung 29: Phase 4 des videobasierten Lösungsbeispiels	73
Abbildung 30: Problemlöseaufgabe PLA 3 unmittelbar nach dem Treatment	74
Abbildung 31: Lösungsweg PLA 3 mit Ergänzungsprinzip.....	74
Abbildung 32: Lösungsweg PLA 3 mit Zerlegungsprinzip (vertikal).....	75
Abbildung 33: Lösungsweg PLA 3 mit Zerlegungsprinzip (horizontal).....	75
Abbildung 34: Auszug aus der Pilotierung des papierbasierten Lösungsbeispiels – Phase: Ausführen eines Plans	78
Abbildung 35: Auszug aus der Pilotierung des papierbasierten Lösungsbeispiels – Aufforderung zur Selbsterklärung.....	78
Abbildung 36: Pilotierung der Aufgabe PLA 3 zur selbstständigen Bearbeitung ..	79
Abbildung 37: Videografierung der Laboruntersuchung in TG 1	85
Abbildung 38: Videografierung der Laboruntersuchung in TG 2.....	86
Abbildung 39: Auszug aus dem Transkript von Mats	90
Abbildung 40: Ablaufschema einer qualitativen Inhaltsanalyse	91
Abbildung 41: Exemplarisches Memo zu Enna.....	92
Abbildung 42: Erzielte Erfolgsstufen nicht erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 2 in TG 1	104
Abbildung 43: Beispiele nicht erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 2 in TG 1 ohne Auswahl geeigneter Heurismen	104
Abbildung 44: Beispiele nicht erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 2 in TG 1 mit nicht zielführend angewendeten Heurismen	105
Abbildung 45: Erzielte Erfolgsstufen erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 2 in TG 1	105
Abbildung 46: Beispiel einer erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 2 in TG 1 mit – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendeten Heurismen	106
Abbildung 47: Beispiel einer erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 2 in TG 1 mit vollständig korrekt angewendeten Heurismen	106
Abbildung 48: Erzielte Erfolgsstufen nicht erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 2 in TG 1	107
Abbildung 49: Beispiel einer nicht erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 2 in TG 2 ohne Auswahl geeigneter Heurismen	107
Abbildung 50: Beispiel einer nicht erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 2 in TG 2 mit nicht zielführend angewendeten Heurismen	108
Abbildung 51: Erzielte Erfolgsstufen erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 2 in TG 2	108
Abbildung 52: Beispiele erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 2 in TG 2 mit – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendeten Heurismen	109
Abbildung 53: Beispiel einer erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 2 in TG 2 mit korrekt angewendeten Heurismen	109

Abbildung 54: Erzielte Erfolgsstufen bei PLA 2 im Vergleich zwischen TG 1 und TG 2	110
Abbildung 55: Bearbeitungserfolg bei PLA 2 im Vergleich zwischen TG 1 und TG 2	110
Abbildung 56: Erzielte Erfolgsstufen nicht erfolgreicher Bearbeitungen eines papierbasierten Lösungsbeispiels	111
Abbildung 57: Erzielte Erfolgsstufen erfolgreicher Bearbeitungen eines papierbasierten Lösungsbeispiels	112
Abbildung 58: Erzielte Erfolgsstufen nicht erfolgreicher Bearbeitungen eines videobasierten Lösungsbeispiels	113
Abbildung 59: Erzielte Erfolgsstufen erfolgreicher Bearbeitungen eines videobasierten Lösungsbeispiels	113
Abbildung 60: Erzielte Erfolgsstufen bei Lösungsbeispielen im Vergleich zwischen TG 1 und TG 2	114
Abbildung 61: Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen im Vergleich zwischen TG 1 und TG 2	114
Abbildung 62: Erzielte Erfolgsstufen nicht erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 3 in TG 1	115
Abbildung 63: Beispiele von nicht erfolgreichen Bearbeitungen bei PLA 3 in TG 1 ohne Auswahl geeigneter Heurismen	115
Abbildung 64: Beispiel von nicht erfolgreichen Bearbeitungen bei PLA 3 in TG 1 mit nicht zielführend angewendeten Heurismen	116
Abbildung 65: Erzielte Erfolgsstufen erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 3 in TG 1	116
Abbildung 66: Beispiel einer erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 3 in TG 1 mit – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendeten Heurismen	117
Abbildung 67: Beispiel einer erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 3 in TG 1 mit geeigneten Heurismen, vollständig korrekt angewendet	117
Abbildung 68: Erzielte Erfolgsstufen nicht erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 3 in TG 2	118
Abbildung 69: Beispiel einer nicht erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 3 in TG 2 ohne Auswahl geeigneter Heurismen	118
Abbildung 70: Beispiele nicht erfolgreichen Bearbeitungen bei PLA 3 in TG 2 mit nicht zielführend angewendeten Heurismen	118
Abbildung 71: Erzielte Erfolgsstufen erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 3 in TG 2	119
Abbildung 72: Beispiele von erfolgreichen Bearbeitungen bei PLA 3 in TG 2 mit – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendeten Heurismen	119
Abbildung 73: Beispiel einer erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 3 in TG 2 mit geeigneten Heurismen, vollständig korrekt angewendet	120

Abbildung 74: Erzielte Erfolgsstufen bei PLA 3 im Vergleich zwischen TG 1 und TG 2	120
Abbildung 75: Bearbeitungserfolg bei PLA 3 im Vergleich zwischen TG 1 und TG 2	120
Abbildung 76: Nutzung eines papierbasierten Lösungsbeispiels von Jonte	122
Abbildung 77: Nutzung eines papierbasierten Lösungsbeispiels von Julian.....	123
Abbildung 78: Nutzung eines Lösungsbeispiels von Enna (TG 2) bei Bearbeitung von PLA 3.....	124
Abbildung 79: Nutzung eines Lösungsbeispiels von Lucy (TG 2) bei Bearbeitung von PLA 3.....	126
Abbildung 80: Nutzung eines Lösungsbeispiels von Matti (TG 2) bei Bearbeitung von PLA 3.....	127
Abbildung 81:Nutzung eines Lösungsbeispiels von Sören (TG 2) bei Bearbeitung von PLA 3.....	128
Abbildung 82: Veränderung des Bearbeitungserfolgs in TG 1 bei anfänglich nicht erfolgreicher Bearbeitung	130
Abbildung 83: Veränderung des Bearbeitungserfolgs in TG 1 bei anfänglich nicht erfolgreicher Bearbeitung, nach Mathematikleistung und Lesefähigkeit selektiert	131
Abbildung 84: Veränderung des Bearbeitungserfolgs in TG 1 bei anfänglich erfolgreicher Bearbeitung	132
Abbildung 85: Veränderung des Bearbeitungserfolgs in TG 1 bei anfänglich erfolgreicher Bearbeitung, nach Mathematikleistung selektiert.....	133
Abbildung 86: Veränderung des Bearbeitungserfolgs in TG 2 bei anfänglich nicht erfolgreicher Bearbeitung	134
Abbildung 87: Veränderung des Bearbeitungserfolgs in TG 2 bei anfänglich nicht erfolgreicher Bearbeitung, nach Mathematikleistung und Lesefähigkeit selektiert	135
Abbildung 88: Veränderung des Bearbeitungserfolgs in TG 2 bei anfänglich erfolgreicher Bearbeitung	136
Abbildung 89: Veränderung des Bearbeitungserfolgs in TG 2 bei anfänglich erfolgreicher Bearbeitung, nach Mathematikleistung selektiert.....	137
Abbildung 90: Veränderungen des Bearbeitungserfolgs bei anfänglich nicht erfolgreicher Bearbeitung im Vergleich zwischen den Treatmentgruppen.....	138
Abbildung 91: Veränderungen des Bearbeitungserfolgs bei anfänglich nicht erfolgreicher Bearbeitung im Vergleich zwischen den Treatmentgruppen, nach Mathematikleistung und Lesefähigkeit selektiert.....	139
Abbildung 92: Veränderungen des Bearbeitungserfolgs bei anfänglich erfolgreicher Bearbeitung im Vergleich zwischen den Treatmentgruppen.....	140
Abbildung 93: Veränderungen des Bearbeitungserfolgs bei anfänglich erfolgreicher Bearbeitung im Vergleich zwischen den Treatmentgruppen, nach Mathematikleistung selektiert.....	141
Abbildung 94: Übersicht der Fallauswahl für Einzelfallanalysen	143

Abbildung 95: Bearbeitung PLA 2 von Jonte	144
Abbildung 96: Bearbeitung PLA 3 von Jonte	146
Abbildung 97: Bearbeitung PLA 3 von Sören.....	148
Abbildung 98: Bearbeitung PLA 2 von Enna	150
Abbildung 99: Bearbeitung PLA 3 von Enna	152
Abbildung 100: Bearbeitung PLA 2 von Leni	154
Abbildung 101: Bearbeitung PLA 3 von Leni	155
Abbildung 102: Bearbeitung PLA 2 von Matti	156
Abbildung 103: Bearbeitung PLA 3 von Matti	158
Abbildung 104: Bearbeitung PLA 2 von Paul	160
Abbildung 105: Bearbeitung PLA 3 von Paul	161
Abbildung 106: Bearbeitung PLA 2 von Luca	162
Abbildung 107: Bearbeitung PLA 2 von Luca	163

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Verortung der Aufgabe "Pappkarton" in den Bildungsstandards.....	8
Tabelle 2: Bearbeitung der Aufgabe "Pappkarton" entlang von Phasen.....	15
Tabelle 3: Bewertung der Schüler_innenlösung zur Problemlöseaufgabe "Bastelvorlage"	23
Tabelle 4: Herausforderungen bei der Bearbeitung der Aufgabe "Bastelvorlage" der Schüler_innen A und B	27
Tabelle 5: Übersicht von Skalen und Beispielitems der Auswählerhebung	56
Tabelle 6: Kontaktaufnahme zu Schulen und Schüler_innen	57
Tabelle 7: Übersicht der Ergebnisse aus der Auswählerhebung	60
Tabelle 8: Stichprobenplan.....	81
Tabelle 9: Besetzter Stichprobenplan	82
Tabelle 10: Dauer der Laboruntersuchung in TG 1.....	86
Tabelle 11: Dauer der Laboruntersuchung in TG 2.....	87
Tabelle 12: Auszug aus dem Kategoriensystem zur Bewertung des Bearbeitungserfolgs bei Problemlöseaufgaben	94
Tabelle 13: Auszug aus dem Kategoriensystem zur Bewertung des Bearbeitungserfolgs bei Lösungsbeispielen.....	96
Tabelle 14: Auszug aus dem Kategoriensystem zur Nutzung eines Lösungsbeispiels.....	98
Tabelle 15: Intercoder-Übereinstimmung	102
Tabelle 16: Steckbrief von Jonte	144
Tabelle 17: Steckbrief von Sören	146
Tabelle 18: Steckbrief von Enna	149
Tabelle 19: Steckbrief von Leni	153
Tabelle 20: Steckbrief von Matti	156
Tabelle 21: Steckbrief von Paul.....	159
Tabelle 22: Steckbrief von Luca	161

Einleitung

„Jedes Problem, das ich löste, wurde zu einer Regel, die später dazu diente, andere Probleme zu lösen.“ – René Descartes

In Folge der unbefriedigenden mathematischen Leistungen deutscher Schüler_innen bei der ersten internationalen PISA-Studie im Jahr 2000 (Baumert et al., 2001) sowie in der PISA-Studie im Jahr 2003 (Prenzel et al., 2004) kam die Forderung nach einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht und die Einführung verbindlicher nationaler Bildungsstandards für das Fach Mathematik durch die KMK (2003a, 2003b) auf (Blum et al., 2005), um neben einer reinen Aneignung von Wissen fortan einen stärkeren Fokus auf diejenigen Fähigkeiten zu legen, welche Schüler_innen im Laufe ihrer Schullaufbahn aus- bzw. weiterbilden sollen (Reusser, 2014).

Denn: Schüler_innen zeigten bei PISA hinsichtlich ihrer mathematischen Fähigkeiten zwar akzeptable Leistungen in der Anwendung von Formeln und der Bewältigung von Routineaufgaben, dafür blieben sie aber bei der Bewältigung von Aufgaben mit Problemlöseanforderungen weit hinter den zu erwartenden Fähigkeiten (Prenzel et al., 2004; Reiss & Hammer, 2021). Als Reaktion auf diese Ergebnisse wurden im Jahr 2003 bundeseinheitlich verbindliche Bildungsstandards für das Fach Mathematik eingeführt (KMK, 2003, 2004), mit dem Ziel, den Mathematikunterricht künftig an von den Schüler_innen zu erwerbenden Kompetenzen auszurichten. Mathematisches Problemlösen ist seither als eine von insgesamt sechs explizit zu fördernden Kompetenzen in den Bildungsstandards verankert. Doch obwohl Problemlösen bereits vor Einführung der Bildungsstandards einen festen Stellenwert im mathematikdidaktischen Diskurs einnahm (u. a. Bruder, 1992), führte die Berücksichtigung des Problemlösens als Kompetenz in den Bildungsstandards zu einem bedeutenden Forschungsschwerpunkt der mathematikdidaktischen Forschung (Haug, 2012).

Selbst ein Jahrzehnt weiter zeigen die Ergebnisse der PISA-Studie im Vergleich mit den Ergebnissen aus dem Jahr 2000, dass deutsche Schüler_innen sowohl bei der PISA-Studie im Jahr 2012 (OECD, 2014) als auch im Jahr 2018 (OECD, 2019) – trotz insgesamt deutlich besserer Leistungen – nach wie vor bei der Bearbeitung problemorientierter Aufgaben vor Herausforderungen stehen. Denn: Etwa ein Fünftel der Schüler_innen war nach wie vor nicht in der Lage, solche Aufgaben erfolgreich zu bearbeiten (Reiss et al., 2019). Aus den Ergebnissen kann geschlussfolgert werden, dass Schüler_innen in einer erfolgreichen Bearbeitung – und damit in der Entwicklung ihrer Problemlösekompetenz – weiterhin explizit zu fördern sind.

Eine der wesentlichen Herausforderungen beim mathematischen Problemlösen liegt in der Auswahl und Anwendung geeigneter Heuristiken; wobei man Heuristiken als „Werkzeuge“ versteht, die eine Problemlösung überhaupt erst ermöglichen (Bruder & Collet, 2011b; Kipmann, 2020).

Zur Bewältigung solcher herausfordernder Lerninhalte können u. a. Lösungsbeispiele ein Lernmaterial für Schüler_innen darstellen, worin nicht nur die zur Aufgabenbearbeitung notwendigen Schritte erklärt, sondern insbesondere auch zugrundeliegende Strukturen und Konzepte vermittelt werden. Lösungsbeispiele können verschiedene Erscheinungsformen annehmen: Etwa als (klassisches) papierbasiertes Lösungsbeispiel oder auch videobasiert, beispielsweise in Form eines Erklärvideos.

Wenngleich bereits zahlreiche empirische Erkenntnisse zum mathematischen Problemlösen als solches existieren, ist zur expliziten Förderung der Kompetenz, unterstützt durch papierbasierte und videobasierte Lösungsbeispiele, derzeit nur wenig bekannt. Aus diesem Grund nimmt die vorliegende Arbeit im Rahmen einer explorativen, qualitativen Laboruntersuchung eine empirische Untersuchung zur Bearbeitung von Problemlöseaufgaben – unterstützt durch ein papier- und videobasiertes Lösungsbeispiel – vor. Im Fokus steht dabei die Veränderung des Bearbeitungserfolgs, welche als Indikator der Entwicklung von Problemlösekompetenz fungiert.

Handlungsleitend standen dabei folgende – im weiteren Verlauf der Arbeit empirisch hergeleitete – mathematikdidaktische Forschungsfragen im Fokus:

Welche Veränderung des Bearbeitungserfolgs bei Problemlöseaufgaben zur Flächeninhaltsberechnung zeigen Schüler_innen – hinsichtlich der Auswahl und Anwendung von Heuristiken – durch die Bearbeitung eines papier- bzw. eines videobasierten Lösungsbeispiels? (*Veränderung des Bearbeitungserfolgs bei Problemlöseaufgaben*)

1. Wie erfolgreich bearbeiten Schüler_innen – hinsichtlich der Auswahl und Anwendung von Heuristiken – **vor** der Bearbeitung eines Lösungsbeispiels eine Problemlöseaufgabe zur Flächeninhaltsberechnung? (*Anfänglicher Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgaben*)
2. Wie erfolgreich bearbeiten Schüler_innen – in Form von formulierten Selbsterklärungen – ein Lösungsbeispiel zur Flächeninhaltsberechnung? (*Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen*)
3. a) Wie erfolgreich bearbeiten Schüler_innen – hinsichtlich der Auswahl und Anwendung von Heuristiken – **nach** der Bearbeitung eines Lösungsbeispiels eine Problemlöseaufgabe zur Flächeninhaltsberechnung? (*Anschließender Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgaben*)
b) Inwiefern nutzen Schüler_innen während der Bearbeitung der Problemlöseaufgabe das ihnen vorliegende Lösungsbeispiel als unterstützendes Lernmaterial, und welche Auswirkungen hat diese Nutzung auf die

Auswahl und Anwendung von Heuristiken? (*Nutzung eines Lösungsbeispiels*)

Die verschiedenen Kapitel der vorliegenden Arbeit sollen zentrale Schritte im zugehörigen Forschungsprozess nachvollziehbar machen, woraus sich folgende Struktur dieser Arbeit ergibt:

In Teil A werden die für den Forschungsprozess relevanten theoretischen Grundlagen gelegt. Sie sollen einerseits die Relevanz der Untersuchung nachvollziehbar machen, andererseits soll dadurch ein umfassendes Verständnis der gewählten Vorgehensweise ermöglicht werden. Dafür werden in Abschnitt 1 zunächst die theoretischen Grundlagen des mathematischen Problemlösens dargelegt, um darauf aufbauend in Abschnitt 2 den Fokus auf Lösungsbeispiele zur Förderung von Problemlösekompetenz zu legen. In Abschnitt 3 wird aus den ersten beiden Kapiteln das Forschungsinteresse dieser Arbeit abgeleitet und die oben bereits genannten Forschungsfragen hergeleitet und konkretisiert.

Teil B legt das zur Untersuchung und Beantwortung der Forschungsfragen gewählte methodische Vorgehen dar. In Abschnitt 4 werden dafür zunächst methodische Vorüberlegungen angestellt, die zur Wahl des Untersuchungsdesign führten, bevor in Abschnitt 5 (Auswählerhebung) und Abschnitt 6 (Erhebungsmethode der durchgeführten Laboruntersuchung) das methodische Vorgehen der Erhebung selbst detailliert beschrieben steht. In Kapitel 7 erfolgt anschließend die Darlegung und Ausführung der gewählten Auswertungsmethode, um in Kapitel 8 auf etwaige Gütekriterien einzugehen.

In Teil C erfolgt die Ergebnisdarstellung der durchgeführten Laboruntersuchung, welche entlang der Forschungsfragen wie folgt gegliedert ist: Abschnitt 9 stellt die Ergebnisse des anfänglichen Bearbeitungserfolgs bei Problemlöseaufgaben heraus, wonach in Abschnitt 10 die Ergebnisdarstellung des Bearbeitungserfolgs bei Lösungsbeispielen folgt, sodass in Abschnitt 11 der darauffolgende, anschließende Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgaben dargestellt werden kann. Zudem erfolgt zur Beantwortung der Forschungsfragen in Abschnitt 12 eine Analyse der Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe. Zusammenfassend schließt Abschnitt 13 dann mit der Beantwortung der übergeordneten Forschungsfragen hinsichtlich der Veränderung des Bearbeitungserfolgs, sodass für detaillierte fachdidaktische Erkenntnisse in Abschnitt 14 ausführliche Einzelfallanalysen folgen.

Die gewonnenen empirischen Erkenntnisse werden in Teil D in Abschnitt 15 in Form einer Diskussion gewürdigt und mit den in Teil A herausgearbeiteten theoretischen Vorüberlegungen in Beziehung gesetzt. Ferner erfolgt in Abschnitt 16 eine Diskussion über Stärken und Limitationen der Untersuchung. Die Arbeit schließt in Abschnitt 17 mit einem Ausblick und Implikationen für die Praxis.

Teil A: Theoretischer Rahmen

Vorüberlegungen zum theoretischen Rahmen

Problemlösen ist nicht nur ein Bestandteil des Mathematikunterrichts. Auch im Alltag findet Problemlösen statt, für dessen Bewältigung oftmals die Anwendung der Mathematik erforderlich ist: So ist beispielsweise für die Renovierung eines Eigenheims die erforderliche Anzahl an Tapetenrollen zu ermitteln oder für einen neuen Bodenbelag zunächst der Flächeninhalt der jeweiligen Zimmer auszurechnen. Doch auch beim Basteln kann Problemlösen erforderlich werden, etwa wenn für das Bastelmaterial die Grundfläche einer Bastelvorlage (s. Abbildung 1) zu berechnen ist.

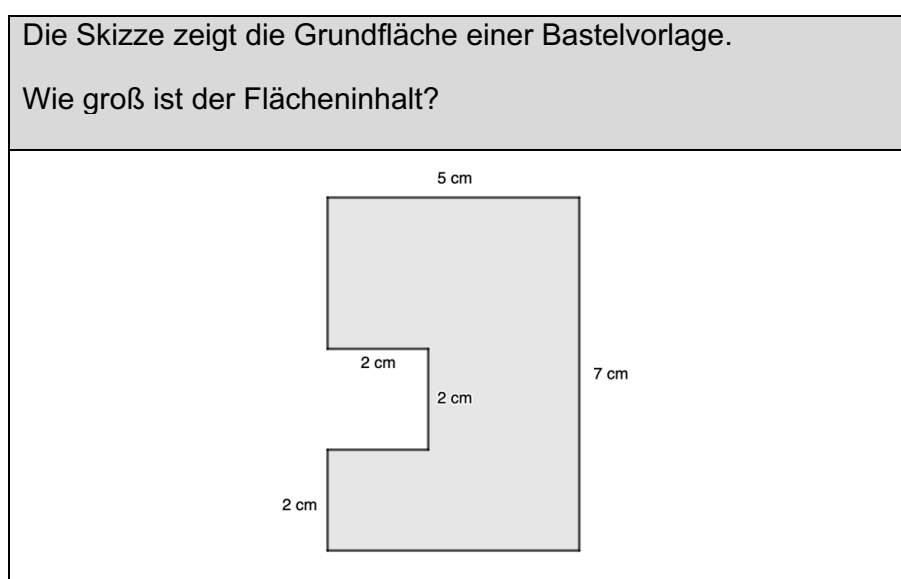


Abbildung 1: Aufgabe "Bastelvorlage"

Bei näherer Betrachtung der in Abbildung 1 gegebenen Skizze fällt auf, dass die Grundfläche aus einzelnen Vierecken zusammengesetzt ist und darüber hinaus nicht alle Seitenlängen angegeben sind, womit die Ermittlung des Flächeninhalts zunächst ein Problem darstellt.

Dass die Bearbeitung dieser Aufgabe für Schüler_innen ein Problem darstellen kann, verdeutlichen zwei exemplarische Schüler_innenlösungen in Abbildung 2. Schüler A zerlegte die Figur zunächst in drei Teilflächen und berechnete von den entstandenen Teilflächen nicht den Flächeninhalt, sondern den Umfang, wobei er sich teilweise verrechnete. Schülerin B arbeitete erst gar nicht mit der gegebenen Skizze, sondern versuchte lediglich alle Seitenlängen miteinander zu multiplizieren, wobei sie schließlich stets zwei Zahlen multiplizierte und die Zwischenergebnisse anschließend addierte.

Lösung Schüler A	Lösung Schülerin B

Abbildung 2: Schüler_innenlösungen Aufgabe „Bastelvorlage“

Die exemplarischen Lösungen beider Schüler_innen mögen verdeutlichen, dass Problemlösen durchaus herausfordernd sein kann und Schüler_innen in der Entwicklung ihrer Kompetenz, solche Aufgaben erfolgreich zu bearbeiten, explizit zu fördern sind.

1 Problemlösen im Sinne der Bildungsstandards

„Heureka – ich hab’s!“ – von Archimedes von Syrakus überlieferter Ausruf

Die vorliegende Arbeit befasst sich empirisch mit der Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz bei Schüler_innen, womit Problemlösen im Zentrum dieser Arbeit steht. Für eine ausführliche theoretische Verortung sollen in diesem Abschnitt daher zentrale Grundlagen zum Problemlösen im Sinne der Bildungsstandards gelegt werden. Dafür wird nachfolgend in Abschnitt 1.1 zunächst auf die Bildungsstandards des Faches Mathematik eingegangen, bevor in Abschnitt 1.2 ausführlich auf mathematisches Problemlösen und in Abschnitt 1.3 auf die Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz eingegangen werden kann.

1.1 Bildungsstandards des Faches Mathematik

Die Bildungsstandards des Faches Mathematik bilden die Grundlage des Mathematikunterrichts und sind aus diesem Grund für die zugrundeliegende Arbeit als legitimierenden Rahmen anzusehen, weshalb nachfolgend näher auf die Einführung und Inhalte der Bildungsstandards eingegangen wird.¹

Die Notwendigkeit und damit Verabschiedung der nationalen Bildungsstandards im Jahr 2003 und länderübergreifende Einführung durch die KMK (2003a, 2003b) ist hauptsächlich auf die unbefriedigenden Ergebnisse deutscher Schüler_innen in den internationalen Vergleichsstudien TIMSS (Baumert et al., 1997) und PISA (Deutsches PISA-Konsortium, 2001) zurückzuführen (Reusser, 2014), wodurch seither die Entwicklung von Kompetenzen bei Schüler_innen im Fokus schulischer Bildungsprozesse steht.

Die Bildungsstandards für das Fach Mathematik orientieren sich dabei im Wesentlichen an den Überlegungen des KOM-Projektes aus Dänemark, wonach mathematische Lehr-Lernprozesse grundlegend überdacht wurden (Niss, 2003; Niss et al., 2016), mit dem Ziel, Schüler_innen bei ihrem Aufbau einer mathematischen Grunderfahrung zu unterstützen, damit sie in der Entwicklung von mathematischen Kompetenzen gefördert werden (Niss, 2003). Dabei erfolgte für die Bildungsstandards des Faches Mathematik die Zugrundelegung der von Winter (1995) formulierten Grunderfahrungen (G):

- [G1:] *„Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,*
- [G2:] *Mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktive geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,*
- [G3:] *In der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinaus gehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben.“ (S. 37)*

Aus diesen drei Grunderfahrungen ergeben sich im Zusammenspiel des Wesens der Mathematik sowie bildungspolitischen Entscheidungen zu Bildungszielen folgende – im Rahmen des Mathematikunterrichts explizit zu fördernde – sechs prozessbezogene Kompetenzen (s. Abbildung 3):

- Mathematisch argumentieren (K1)
- Probleme mathematisch lösen (K2)

¹ Detailliertere Informationen über die Bildungsstandards des Faches Mathematik sind ergänzend Blum et al. (2010) zu entnehmen.

- Mathematisch modellieren (K3)
- Mathematische Darstellungen verwenden (K4)
- Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5)
- Mathematisch kommunizieren (K6)

Die in Abbildung 3 dargestellten prozessbezogenen Kompetenzen (K1 bis K6) sollen Schüler_innen insbesondere mittels einer Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten (inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen) entwickeln, welche in folgende fünf Leitideen unterteilt werden (s. Abbildung 3):

- Algorithmus und Zahl (L1)
- Messen (L2)
- Raum und Form (L3)
- Funktionaler Zusammenhang (L4)
- Daten und Zufall (L5)

Da eine Bearbeitung mathematischer Aufgaben zumeist in unterschiedlichen kognitiven Niveaus erfolgt, werden die in Abbildung 3 aufgeführten Kompetenzen in drei Anforderungsbereiche „(I) Reproduzieren“, „(II) Zusammenhänge herstellen“ sowie „(III) Verallgemeinern und Reflektieren“ untergliedert (KMK, 2003).²

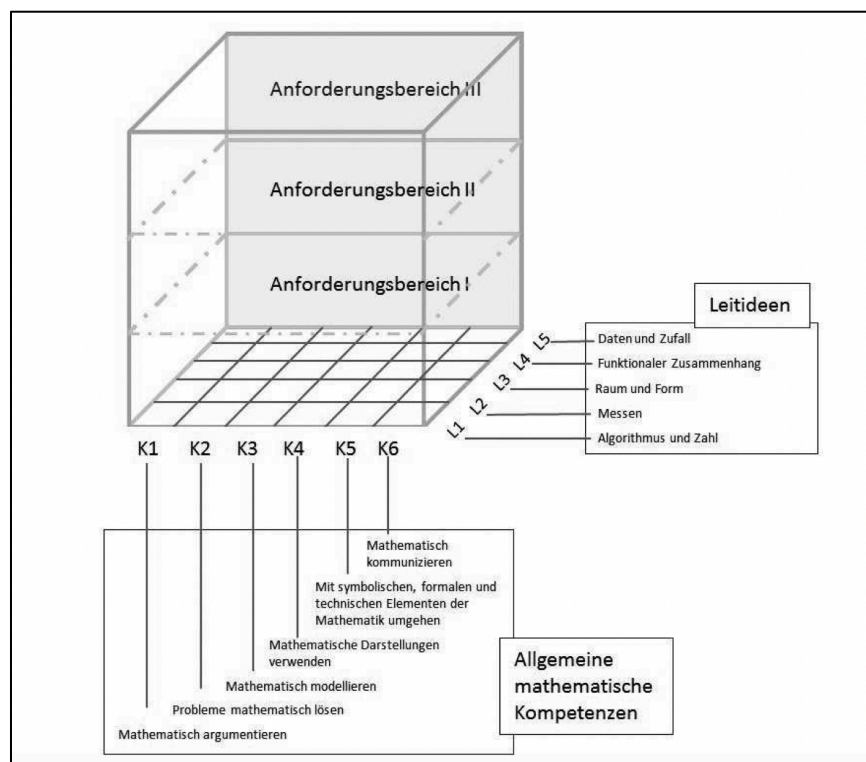


Abbildung 3: Kompetenzmodell der Bildungsstandards für das Fach Mathematik

² Detaillierte Informationen sind den *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss* der KMK (2004) zu entnehmen.

Mit Blick auf das zuvor ausgeführte Kompetenzmodell kann man die Aufgabe „Bastelvorlage“ aus Abbildung 1 – wie folgt in Tabelle 1 verdeutlicht – in den Bildungsstandards verorten.

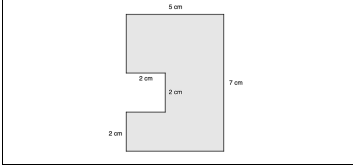
Aufgabe „Bastelvorlage	K2: Problemlösen	L2: Messen
<p>Die Skizze zeigt die Grundfläche einer Bastelvorlage. Wie groß ist der Flächeninhalt?</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • „vorgegebene Probleme bearbeiten, • geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden“ (KMK, 2003a, S. 8). 	<p>„Die Schülerinnen und Schüler berechnen Flächeninhalt [...] von Rechteck [...] sowie daraus zusammengesetzten Figuren“ (KMK, 2003, S. 10).</p>

Tabelle 1: Verortung der Aufgabe "Pappkarton" in den Bildungsstandards

Unter Rückbezug auf die in Abbildung 2 dargestellten Bearbeitungen sind beide Schüler_innen folglich im Sinne des Kompetenzmodells der Bildungsstandards in der Entwicklung ihrer Kompetenz, Flächeninhalte zusammengesetzter Figuren zu berechnen (L2) und dafür geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien auszuwählen und anzuwenden (K2), zu fördern. Für eine Konkretisierung des der Arbeit zugrundeliegenden Problemlöseverständnisses erfolgt in dem nachfolgenden Abschnitt eine ausführliche Begriffsklärung und inhaltliche Beschreibung des mathematischen Problemlösens.

1.2 Mathematisches Problemlösen

Richtet man für die vorzunehmende Begriffsklärung und inhaltliche Beschreibung des mathematischen Problemlösens den Blick sowohl nochmals auf die Aufgabe „Bastelvorlage“ in Abbildung 1, den exemplarischen Schüler_innenlösungen aus Abbildung 2 als auch auf die Bildungsstandards aus Abschnitt 1.1, so ergeben sich für diesen Abschnitt insbesondere folgende Fragen, die in Form von Leitfragen die Rahmumgebung der folgenden Abschnitte darstellen sollen:

- Was soll im Rahmen der vorliegenden Arbeit unter Problemlösen, Problemlöseaufgabe und Problemlösekompetenz verstanden werden? (s. Abschnitt 1.2.1)
- Wie kann idealtypisch die Bearbeitung von Problemlöseaufgaben erfolgen und welche Rolle spielt hierbei der Einsatz von Heuristiken? (s. Abschnitt 1.2.2 und 1.2.3)
- Wie kann man Bearbeitungen von Problemlöseaufgaben hinsichtlich des Bearbeitungserfolgs bewerten? (s. Abschnitt 1.2.4)
- Was macht Problemlösen eigentlich derart herausfordernd? (s. Abschnitt 1.2.5)

1.2.1 Begriffsverständnis des Problemlösens

Problemlösen stellt, wie bereits in Abschnitt 1.1 beschrieben, eine für den Mathematikunterricht zentrale, in den Bildungsstandards verankerte und für Schüler_innen durchaus herausfordernde Kompetenz dar, die es zu entwickeln gilt. Doch erscheint es zunächst sinnvoll, elementare Begrifflichkeiten des Problemlösens zu konkretisieren, weshalb nachfolgend eine Begriffsdefinition der Begriffe Problemlösen, Problemlöseaufgabe und Problemlösekompetenz erfolgt.

Problemlösen

Im psychologischen Kontext findet Problemlösen dann statt, wenn ein gegebener Anfangszustand in einen Zielzustand überführt wird, wobei ein geeigneter Lösungsweg nicht direkt ersichtlich bzw. bekannt ist (Dörner, 1976; Hussy, 1984, 1998; Klix, 1971; Mayer & Wittrock, 2006). Aebli (1981) führt aus, dass Problemlösende zur Überführung von Anfangs- in Zielzustand sogenannte Operatoren³ finden und anwenden müssen, welche ihnen bei der Problemlösung als Werkzeuge dienen.

Problemlöseaufgabe

Mathematisches Problemlösen findet insbesondere im Kontext der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben statt (Leuders, 2001). Problemlöseaufgaben sind dabei von sogenannten Routineaufgaben zu unterscheiden. Während Lösungswege von Routineaufgaben direkt ersichtlich und bereits bekannt sind, muss ein geeigneter Lösungsweg bei der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben zunächst überlegt werden (Pehkonen, 2004). Problemlöseaufgaben können – anders als Routineaufgaben – nicht algorithmisch gelöst werden. Denn: Problemlöseaufgaben lassen sich nur mit Hilfe von Operatoren – welche im mathematikdidaktischen Kontext Heurismen genannt werden – lösen und erfordern eine inhaltliche Auseinandersetzung mit der Aufgabenstellung, indem notwendige Informationen für eine erfolgreiche Aufgabebearbeitung zunächst zu beschaffen bzw. zu ermitteln sind (Holzäpfel et al., 2018).

Problemlöseaufgaben können hinsichtlich psychologischer und mathematischer Merkmale typisiert werden (Heinrich et al., 2015). Da im Fokus der vorliegenden Arbeit mathematisches Problemlösen im Sinne der mathematischen Bildungsstandards steht, erfolgt nachfolgend ausschließlich eine Herausstellung von mathematischen Typisierungsmöglichkeiten.⁴

Bereits Pólya (1979) und Kratz (1988) nahmen Typisierungen von Problemlöseaufgaben hinsichtlich der geforderten mathematischen Denkleistung vor. Während Pólya dabei zwischen Bestimmungs- und Entscheidungsaufgaben unterscheidet,

³ Was im psychologischen Kontext unter „Operatoren“ verstanden wird, wird im mathematikdidaktischen Kontext als „Heurismen“ bezeichnet. An dieser Stelle sei anzumerken, dass die jeweiligen Bezeichnungen kontextspezifisch beibehalten werden. Heurismen verstehen sich als heuristische Werkzeuge, Strategien und Prinzipien. Diese werden ausführlich in Abschnitt 1.2.3 beschrieben und an dieser Stelle noch nicht weiter ausgeführt.

⁴ Informationen zu psychologischen Typisierungsmöglichkeiten können u. a. Dörner (1979) und Heinrich et. al (2015) entnommen werden.

führt Kratz als dritte Möglichkeit darüber hinaus noch sogenannte Entdeckungsaufgaben an (Heinrich et al., 2015): Während bei Bestimmungsaufgaben die Ermittlung („Bestimmung“) eines konkreten Ergebnisses im Vordergrund steht – indem beispielsweise Zahlen oder Größen zu berechnen sind – geht es nach Pólya (1979) bei Entscheidungsaufgaben um das Überprüfen der Lösung von Bestimmungsaufgaben (Heinrich et al., 2015). Entdeckungsaufgaben hingegen fokussieren das Auffinden („Entdecken“) neuer Problemstellungen, indem zunächst (eigene) Probleme formuliert und anschließend gelöst werden (Holzäpfel et al., 2018). Anzumerken sei an dieser Stelle, dass es bei den herausgestellten mathematischen Typisierungsmöglichkeiten nicht etwa um die Qualität eines Problems bzw. einer Problemlöseaufgabe geht, sondern um die Art der mathematischen Tätigkeit, zur Überführung eines Anfangszustandes in einen Zielzustand (Holzäpfel et al., 2018).

Problemlösekompetenz

Bevor im Rahmen der vorliegenden Arbeit herausgestellt werden kann, was unter Problemlösekompetenz verstanden werden soll, ist zunächst auf den Begriff der Kompetenz einzugehen.

„Kompetenzen sind Systeme aus spezifischen, prinzipiell erlernbaren Fertigkeiten, Kenntnissen und metakognitivem Wissen, die es erlauben, eine Klasse von Anforderungen in bestimmten Alltags-, Schul- und Arbeitsumgebungen zu bewältigen“ (Klieme et al., 2001, S. 182).

Anders als Weinert (2001) stellt Klieme et al. (2001) in seinem Kompetenzverständnis vorwiegend kognitive Aspekte heraus, welche insbesondere zur Bewältigung von (Alltags-)Situationen erforderlich sind. Auch Niss et al. (2016) nehmen in ihrem Kompetenzverständnis vorwiegend auf kognitive Aspekte Bezug:

„mathematical competence means to have knowledge about, to understand, to exercise, to apply, and to relate to and judge mathematics and mathematical activity in a multitude of contexts which actually do involve, or potentially might involve, mathematics“ (Niss et al., 2016, S. 618).

Da die grundsätzlichen Kompetenzüberlegungen der Bildungsstandards wesentlich auf dem kognitiven Kompetenzverständnis von Niss et al. (2016) beruhen, wird dieses Verständnis auch im Rahmen der vorliegenden Arbeit herangezogen.

Die Entwicklung von Problemlösekompetenz geht bereits aus den Bildungsstandards des Faches Mathematik für den Primarbereich hervor. Schüler_innen haben mit dem Übergang von der Grundschule in die weiterführenden Schulen über grundlegende Problemlösekompetenzen in der Art zu verfügen, dass sie in der Lage sind, Problemlöseaufgaben zu bearbeiten. Dabei sollen sie ihre bereits erworbenen ma-

thematischen Vorkenntnisse beim Lösen solcher Aufgaben flexibel anwenden, indem sie eigene Lösungswege entwickeln und umsetzen sowie darüber hinaus Zusammenhänge – beispielsweise zu vorherigen bereits bearbeiteten Problemlöseaufgaben – erkennen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen können (KMK, 2004).

Weiterentwickelt werden soll die Problemlösekompetenz wie folgt auch in weiterführenden Schulen – hier nach den Bildungsstandards zur Erreichung des mittleren Schulabschlusses:

*„– vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten,
– geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden,
– die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen sowie das Finden von Lösungsideen und die Lösungswege reflektieren“* (KMK, 2003, S. 8).

Mit Blick auf die im Abschnitt 1.1 herausgestellten drei Anforderungsbereiche in den Bildungsstandards, kann folgende Differenzierung vorgenommen werden: Während beispielsweise im Anforderungsbereich (I) die Bearbeitung und damit das Lösen einfacher Problemlöseaufgaben mit bekannten Verfahren im Vordergrund steht, sind innerhalb des Anforderungsbereichs (II) bereits heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien (kurz: Heurismen) erforderlich, woran sich im Anforderungsbereich (III) die Bearbeitung anspruchsvoller Problemlöseaufgaben sowie die Reflexion von Lösungswegen anschließt (KMK, 2003).

Auf den vorangegangenen Formulierungen der Bildungsstandards beruhend, wird die Problemlösekompetenz im Rahmen der vorliegenden Arbeit verstanden als (kognitive) Fähigkeit, Problemlöseaufgaben erfolgreich zu bearbeiten und dafür geeignete Heurismen auszuwählen und anzuwenden.

Wie eine erfolgreiche Bearbeitung von Problemlöseaufgaben idealtypisch aussehen kann und was mathematikdidaktisch unter Heurismen zu verstehen ist, wird in nachfolgenden beiden Abschnitten ausführlich beschrieben.

1.2.2 Bearbeitung von Problemlöseaufgaben entlang von Phasen

Eine erfolgreiche, strukturierte Bearbeitung von Problemlöseaufgaben erfolgt aus mathematikdidaktischer⁵ Sicht entlang von Phasen. Verschiedene Autor_innen haben bereits beschrieben, wie eine solche Bearbeitung entlang von Phasenmodellen

⁵ Bezug genommen wird auf die für die Mathematikdidaktik bedeutenden Phasen und weniger auf Ausführungen aus allgemeinspsychologischer Sicht. Phasen des Problemlösens aus allgemeinspsychologischer Sicht wurden insbesondere von Dewey (1933); Newell & Simon (1972) oder Wallas (1926) beschrieben und werden u. a. bei Rott (2013) ausführlich thematisiert und einander gegenübergestellt.

aussehen kann, worauf nachfolgend Bezug genommen wird. Den im wissenschaftlichen Diskurs bekannten Phasenmodellen ist gemein, dass sie in ihren Grundsätzen auf dem Phasenmodell von Pólya (1949) basieren:

Nach Pólya (1949) erfolgt eine strukturierte Bearbeitung von Problemlöseaufgaben idealtypisch entlang von vier inhaltlich miteinander verbundenen Phasen⁶. Sein Phasenmodell ist in Abbildung 4 dargestellt.

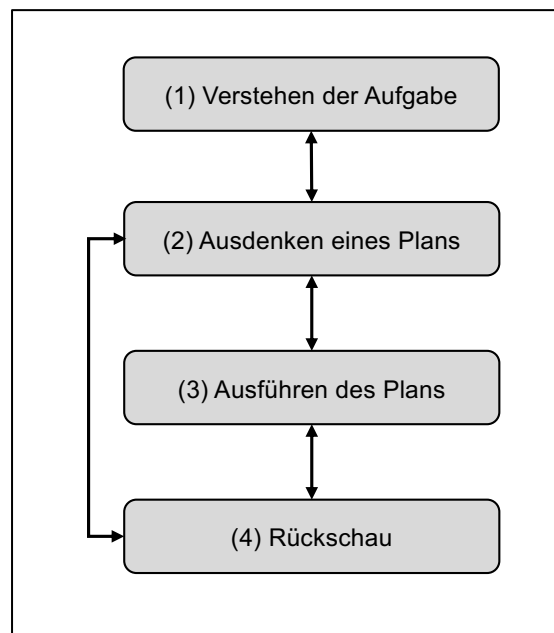


Abbildung 4: Phasen des Problemlösens nach Pólya (1949)

Pólya (1949) versteht unter den einzelnen Phasen Folgendes:

- Phase 1 („*Verstehen der Aufgabe*“) dient dem Verstehen der eigentlichen Problemlöseaufgabe und wird zunächst durchlaufen, bevor die eigentliche Bearbeitung der Problemlöseaufgabe vorgenommen wird.
- In Phase 2 („*Ausdenken eines Plans*“) erfolgt das Ausdenken eines Lösungsplans, auch mit Hilfe eines (gedanklichen) Rückgriffs auf ähnliche, bereits in der Vergangenheit gelöste, Problemlöseaufgaben.
- Phase 3 („*Ausführen eines Plans*“) dient dann der (rechnerischen) Ausführung des in Phase 2 ausgedachten Lösungsplans.
- Abschließend geht es in Phase 4 („*Rückschau*“) sowohl um eine Ergebniskontrolle als auch um ein Bewusstmachen von Vorgehensweisen und Heuristiken, mit dem Ziel, diese auf andere Probleme übertragen zu können.

⁶ Pólya (1949) spricht bei der Beschreibung seiner vier Phasen zwar von „Aufgaben“, allerdings wird in seinen Ausführungen u. a. in Pólya (1979) deutlich, dass er sich hierbei auf Problemlöseaufgaben bezieht, da er explizit formuliert, dass bewusste Handlungsweisen notwendig sind, um einen Zielzustand zu erreichen.

Auch Schoenfeld (1985) beschreibt die Bearbeitung von Problemlöseaufgaben entlang eines Phasenmodells, welches bereits anhand der Benennung seiner einzelnen Phasen die Ähnlichkeit zu Pólyas Phasenmodell verdeutlicht. Das Phasenmodell von Schoenfeld unterscheidet sich allerdings von Pólyas, da Schoenfeld eine weitere Phase („*Exploration*“) hinzufügte (s. Abbildung 5). Diese Phase ist insbesondere dann von Bedeutung, wenn die Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe ins Stocken gerät. Bei den anderen in Abbildung 5 dargestellten Phasen wird die Ähnlichkeit zum Phasenmodell von Pólya unmittelbar deutlich: Die Phase „*Analysis*“ kann äquivalent zur Phase 1 („*Verstehen der Aufgabe*“) von Pólya verstanden werden. „*Design/ Planning*“ versteht Schoenfeld als Erstellung und Durchführung eines Ablaufplans, welcher die gesamte Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe maßgeblich prägt. Die von Schoenfeld – im Unterschied zu Pólya – hinzugefügte (optionale) Phase der „*Exploration*“ wird durchlaufen, um insbesondere Beziehungen zu bereits bekannten Problemlöseaufgaben herzustellen, womit die Kombination der Phasen „*Design/ Planning*“ und „*Exploration*“ denen der Phase 2 („*Ausdenken eines Plans*“) von Pólya ähneln, bei Schoenfeldt aber in einer ausdrücklichen Wechselbeziehung zueinanderstehen. Auch die verbleibenden Phasen von Schoenfeld ähneln stets denen von Pólya: Die Phase der „*Implementation*“ dient der Ausführung des entwickelten Lösungsplans und ähnelt damit Pólyas Phase 3 („*Ausführen eines Plans*“); die Phase der „*Verification*“ mit der Rückschau bzw. Reflexion der ermittelten Lösung ähnelt Pólyas Phase 4 („*Rückschau*“).

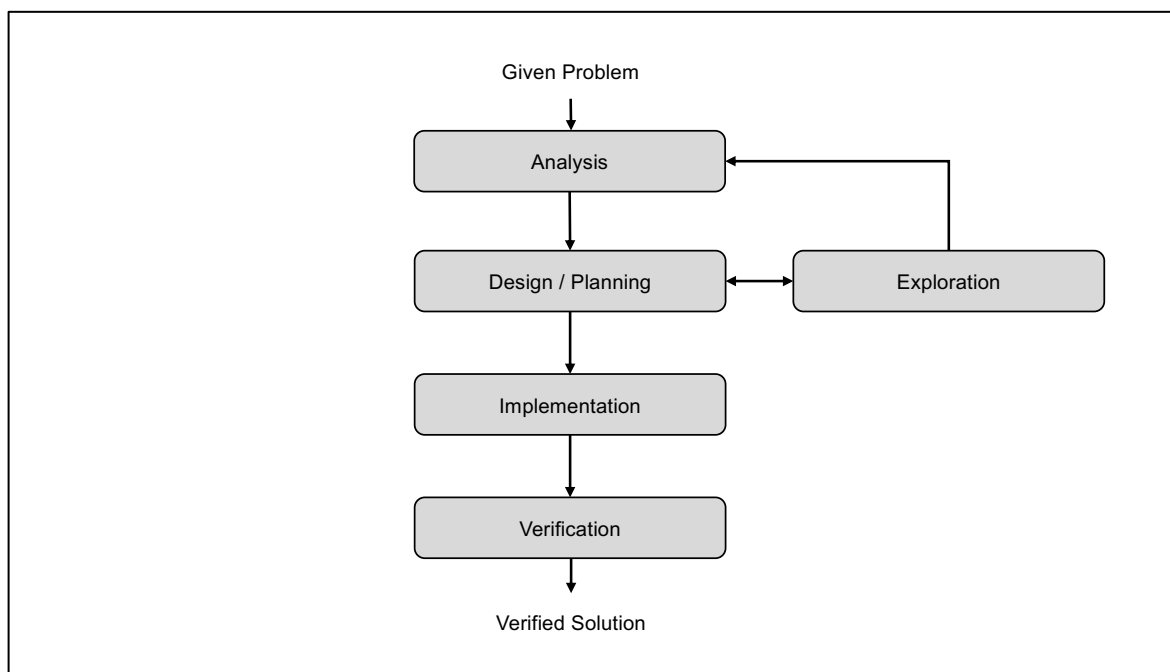
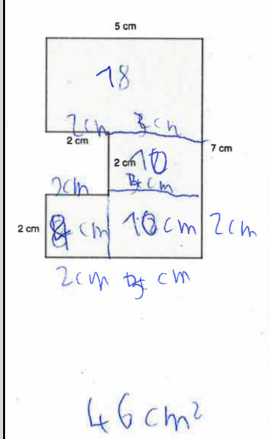


Abbildung 5: Phasen des Problemlösens nach Schoenfeld (1985)

Weder das idealtypische Phasenmodell von Pólya (1949) noch dasjenige von Schoenfeld (1985) beschreiben reale Problemlöseprozesse – diese sind in der Realität durchaus komplexer und gehen nicht in jedem Falle strikt linear vonstatten –

noch sind die Modelle als Norm für reale Problemlöseprozesse anzusehen. Vielmehr bieten die Modelle eine Möglichkeit, Problemlöseprozesse zu beschreiben und zu analysieren. Pólya wird aus mathematikdidaktischer Sicht als „Vater des Problemlösens“ bezeichnet (Heinze, 2007), da bis heute vorwiegend auf sein Phasenmodell zurückgegriffen wird und dieses die Grundlage vieler Arbeiten bildet (u. a. Collet, 2009; Holzäpfel et al., 2018; Leuders, 2011; Otto et al., 2008; Rott, 2013; Söhling, 2017). Aus diesem Grund wird auch im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf Pólyas Phasenmodell zurückgegriffen.

Wie ein idealtypisches Durchlaufen von Pólyas Phasen aussehen kann, wird in Tabelle 2 mit Hilfe der Lösung des Schülers A der Aufgabe „Bastelvorlage“ aus Abbildung 2 verdeutlicht.

Phase	Idealtypisches Durchlaufen von Phasen	
(1) Verstehen der Aufgabe	Zum Verstehen der Aufgabe könnte beispielsweise eine Skizze gezeichnet und sich gefragt werden, was gegeben bzw. was gesucht ist, sowie Bedingungen formuliert werden, um die Problemlöseaufgabe besser zu verstehen (Bruder & Collet, 2011b).	Da die Skizze selbst bereits gegeben war, brauchte diese nicht selbstständig angefertigt werden. In der gegebenen Skizze wurden die wesentlichen Seitenlängen ergänzt.
(2) Ausdenken eines Plans	Beim Ausdenken eines Plans stellt sich die Frage, was benötigt wird, einen gewünschten Zielzustand zu erreichen. Beispielsweise kann hierfür ein gegebenes Problem in mehrere Teilprobleme unterteilt werden (Weigand et al., 2018). In dieser Phase werden Beziehungen zu früheren Aufgaben hergestellt und auf bereits bekannte Strategien zurückgegriffen (Kipmann, 2020).	Der Schüler zerlegte die gegebene unbekannte Figur in mehrere Vierecke.
(3) Ausführen eines Plans	Der zuvor ausgedachte Plan wird nun (rechnerisch) ausgeführt. Die dafür erforderlichen Lösungsschritte werden maßgeblich vom	Basierend auf dem ausgedachten Plan, in Form der Zerlegung in mehrere Vierecke, hätte der Schüler die Teilflächeninhalte er-

	ausgedachten Plan beeinflusst (Weigand et al., 2018).	mitteln und anschließend addieren müssen. Doch nahm er anstatt Flächeninhaltsberechnungen Umfangberechnungen vor, wobei er sich einmal verrechnete. Anschließend addierte er seine Berechnungen und wies einen Gesamtumfang aus.
(4) Rückschau	In der Rückschau geht es neben der Ergebniskontrolle („Kann mein Ergebnis stimmen?“) auch um eine Festigung des angewendeten Vorgehens („Wie bin ich vorgegangen?“ (Weigand et al., 2018).	Da eine Rückschau zumeist gedanklich vorgenommen wird, ist diese in der abgebildeten Schülerlösung nicht ersichtlich.

Tabelle 2: Bearbeitung der Aufgabe "Pappkarton" entlang von Phasen

1.2.3 Einsatz von Heurismen zur Bearbeitung von Problemlöseaufgaben

Neben den Phasen des Problemlösens ist für die Bearbeitung von Problemlöseaufgaben insbesondere die Auswahl und Anwendung von geeigneten Heurismen unabdingbar, denn Heurismen machen eine Bearbeitung von Problemlöseaufgaben überhaupt erst möglich (Bruder, 2003; Bruder & Collet, 2011b; Kipmann, 2020). In den vorangegangenen Abschnitten wurden Heurismen bislang (unspezifisch) als Werkzeuge verstanden. Dieser Abschnitt soll daher ausführlich dazu dienen, Heurismen zu spezifizieren und herauszustellen, was unter Heurismen zur Bearbeitung von Problemlöseaufgaben im mathematikdidaktischen Sinn verstanden werden kann, wozu diese jeweils dienen und welche Heurismen wofür zur Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe eingesetzt werden können.

Der Begriff „Heurismus“ stammt aus dem Griechischen und leitet sich von „heuristic“ – „ich finde“ – ab. Im Kontext der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben werden unter Heurismen Suchmethoden zur Bewältigung einer Problemlöseaufgabe verstanden (Schnabel & Trapp, 2013). Auch Pólya versteht Heurismen als Suchmethoden, die zur Bewältigung einer Problemlöseaufgabe. Heurismen sind damit elementar wichtig, um einen Anfangs- in einen Zielzustand zu überführen (Pólya, 1949, 1964).

Bevor näher auf einzelne Heurismen eingegangen werden kann, ist zunächst herauszustellen, dass Bruder (2000) Heurismen danach unterscheidet, wie sich diese auf die Bearbeitung von Problemlöseaufgaben auswirken. Bruder & Collet (Bruder & Collet, 2011b) unterteilen Heurismen in heuristische Hilfsmittel, heuristische Strategien und heuristische Prinzipien (Holzäpfel et al., 2018). Einen Überblick⁷ über Heurismen zur Bearbeitung von Problemlöseaufgaben haben Bruder & Collet (2011b) in ihrem Werk veröffentlicht – dargestellt in Abbildung 6 – auf welche nachfolgend ausführlich eingegangen wird.

⁷ Die Originalabbildung des von Bruder & Collet (2011b) veröffentlichten Überblicks ist ihrem Werk auf Seite 45 zu entnehmen.

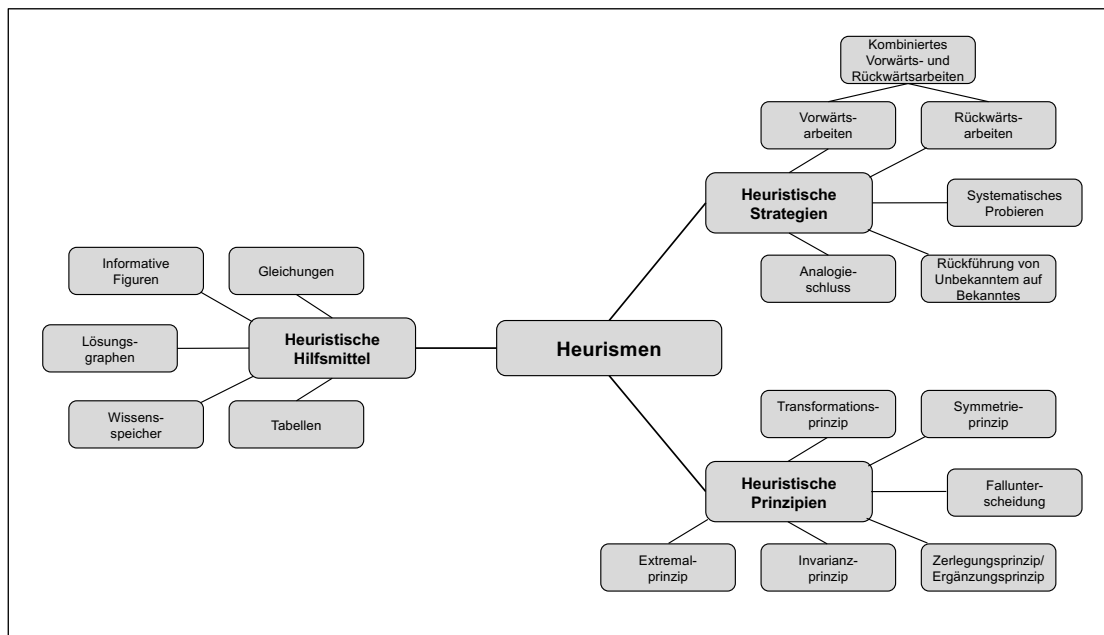


Abbildung 6: Überblick über Heurismen
Grafik nach Bruder & Collet (2011b)

Heuristische Hilfsmittel

Heuristische Hilfsmittel helfen bei der Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe, ein Problem zu verstehen und Informationen zu strukturieren (Bruder & Collet, 2011b). Sie haben zwar einen geringen Einfluss auf den Lösungsprozess als solches, dienen aber insbesondere in Phase 1 („*Verstehen der Aufgabe*“), eine Problemlöseaufgabe (besser) zu verstehen. Je nach Problemlöseaufgabe ist abzuwägen, welches der nachfolgend näher beschriebenen heuristischen Hilfsmittel für eine Problembearbeitung (besser) geeignet ist (Bruder & Collet, 2011b):

- **Tabellen** sind Darstellungsformen für Informationen. Ein Mehrwert liegt weniger in der Handhabung als reines Datenblatt oder als Wertetabelle einer Funktion. Vielmehr können Tabellen beispielsweise dann besonders hilfreich sein, wenn diese bewusst als Hilfsmittel zur Strukturierung von Informationen – etwa als Unterstützung des systematischen Probierens (s. heuristische Strategien) genutzt werden. Mit Hilfe von Tabellen können verschiedene Lösungsansätze strukturiert festgehalten werden, um während der Bearbeitung stets den Überblick zu behalten und (alle) Möglichkeiten einer kombinatorischen Fragestellung zu finden (Bruder & Collet, 2011b).
- **Wissensspeicher** können u. a. in Form von Merkheften dabei helfen, Informationen strukturiert zu bündeln. Neben zentralen mathematischen Begriffen, Zusammenhängen und Verfahren umfassen Wissensspeicher darüber hinaus typische Anwendungsmöglichkeiten sowie verfahrensspezifische Fragestellungen (Bruder & Collet, 2011b; Kipmann, 2020).

- **Lösungsgraphen** dienen insbesondere der Planung und Strukturierung sowie des Überblicks von mehrschrittigen Lösungswegen und ermöglichen, verschiedene Strukturen von Lösungswegen miteinander zu vergleichen, um daraus weitere Heuristiken abzuleiten (Bruder & Collet, 2011b) – wie es beispielsweise bei Fallunterscheidungen (s. heuristische Prinzipien) erforderlich ist.
- **Informative Figuren** dienen insbesondere einer visualisierten Veranschaulichung von Problemlöseaufgaben. Insbesondere wird in diesen mit einfachen Symbolen, Bildern oder Skizzen gearbeitet und es werden Informationen über Gegebenes sowie Gesuchtes festgehalten (BIFIE, 2013; Bruder & Collet, 2011b). Bei geometrischen Figuren dient dieses heuristische Werkzeug beispielsweise dafür, (unbekannte) zusammengesetzte Figuren in einzelne (bekannte) Figuren zu zerlegen (s. Rückführung von Unbekanntem in Bekanntes bei heuristischen Strategien und Zerlegungsprinzip bei heuristischen Prinzipien).
- **Gleichungen** können als das anspruchsvollste heuristische Hilfsmittel verstanden werden und dienen vor allem der Informationsreduktion einer Problemlöseaufgabe. Gleichungen können (schriftliche) Informationen auf das Wesentliche reduzieren und zusammenfassen. Zum Einsatz kommen Gleichungen vorwiegend, wenn eine Vielzahl an Bedingungen zu berücksichtigen ist (Bruder & Collet, 2011b; Kipmann, 2020) – wie beispielsweise beim Extremalprinzip (s. heuristischen Prinzipien).

Heuristische Strategien

Als heuristische Strategien werden Verfahren zur Entwicklung eines Lösungsplans verstanden und unterstützen somit maßgeblich die Phase 2 („*Ausdenken eines Plans*“) des Problemlösens (Bruder & Collet, 2011b; Holzäpfel et al., 2018). Eine Besonderheit der heuristischen Strategien liegt vor allem darin, dass sie fachunabhängig und somit ganz allgemein bei einer Problembearbeitung helfen können (Bruder & Collet, 2011b). Die nachfolgende Beschreibung von heuristischen Strategien nimmt jedoch für die inhaltliche Kohärenz dieser Arbeit explizit eine Beschreibung und mögliche Anwendung aus mathematikspezifischer Sicht vor:

- **Vorwärtsarbeiten** zeichnet sich dadurch aus, dass ausgehend vom Anfangszustand und den gegebenen Informationen einer Problemlöseaufgabe schrittweise immer weiter vorwärtsgerichtet gearbeitet und jeweils erreichte Teilschritte stets neu kombiniert werden, um den gesuchten Zielzustand zu erreichen (Bruder & Collet, 2011b; Schnabel & Trapp, 2013). Eine grundsätzliche unterstützende Fragestellung beim Vorwärtsarbeiten kann dabei lauten: „*Was kann ich aus dem folgern, was ich schon weiß?*“ (Bruder & Collet, 2011b, S. 76).
- **Rückwärtsarbeiten** verläuft entgegengesetzt zum Vorwärtsarbeiten und erfordert eine hohe Flexibilität im Denken, da eine (gedankliche) Verwendung von „Leerstellen“ zur Problemlösung notwendig ist (Bruder & Collet,

2011b; Kipmann, 2020). Beim Rückwärtsarbeiten wird ausgehend vom Zielzustand der Anfangszustand ermittelt. Dabei ist jeweils in Teilschritten zu ermitteln, woraus der Zielzustand entstanden ist. Eine mögliche Fragestellung könnte dabei lauten: „*Was müsste ich wissen oder kennen, um das Gesuchte daraus ableiten zu können?*“ (Bruder & Collet, 2011b, S. 81).

- **Systematisches Probieren** ist eine hilfreiche heuristische Strategie, wenn man eine Problemlöseaufgabe (noch) nicht rechnerisch lösen kann (Stender, 2021) und stattdessen ein System entwickelt, welches mögliche Kombinationen bzw. Fälle enthält, um eine Problemlöseaufgabe mit Hilfe eines systematischen (Aus-)Probierens zu lösen versucht (Bruder & Collet, 2011b). Hilfreich ist dabei eine Problembearbeitung in einer gewissen Reihenfolge, um dadurch mögliche Beziehungen bzw. Zusammenhänge miteinander zu kombinieren und systematisch auszuprobieren (BIFIE, 2013). Anwendung findet das systematische Probieren beispielsweise beim Logikrätsel „Sudoku“ (Bruder & Collet, 2011b).
- **Analogieschluss** ist eine heuristische Strategie, die mit Hilfe von Leitfragen eine Problemlöseaufgabe mit ähnlichen, bereits gelösten Aufgaben in Beziehung setzt, wodurch versucht wird, auf mögliche Analogien (Ähnlichkeiten) zu schließen (Bruder & Collet, 2011b). Wesentlich für die Anwendung des Analogieschlusses ist, dass bereits ähnliche Problemlöseaufgaben erfolgreich gelöst wurden, sodass überhaupt auf eine bereits bekannte Vorgehensweise zurückgegriffen werden kann (Bruder & Collet, 2011b). Die Frage zur Anwendung dieser Strategie kann beispielsweise lauten: „*Welche ähnlichen Probleme habe ich bereits gelöst? Wie?*“ (Bruder & Collet, 2011b, S. 83).
- **Rückführung von Unbekanntem auf Bekanntes** ist eine Strategie, bei der in einem unbekanntem Gebilde nach darin befindlichen bekannten Elementen bzw. Eigenschaften gesucht wird. Unter anderem umfasst diese heuristische Strategie das Umstrukturieren oder Erweitern einer Problemlöseaufgabe (Bruder & Collet, 2011b) mit dem Ziel, heuristische Prinzipien wie beispielsweise das Zerlegungs- und Ergänzungsprinzip – s. heuristische Prinzipien – erfolgreich anzuwenden (Kipmann, 2020). Denn: Durch eine Umstrukturierung, Erweiterung oder Zerlegung von etwas Unbekanntem in etwas Bekanntes, kann ein Gesamtproblem zu einzelnen Teilaufgaben vereinfacht werden (Bruder & Collet, 2011b).

Heuristische Prinzipien

Heuristische Prinzipien beschreiben Vorgehensweisen bei der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben, die einen Aspektwechsel initiieren und dienen damit – wie bereits die heuristischen Strategien – ebenfalls der Phase 2 („*Ausdenken eines Plans*“). Doch anders als die heuristischen Strategien wirken sich heuristische Prinzipien unmittelbar auf Phase 3 („*Ausführen eines Plans*“) der Bearbeitung von Prob-

lemlöseaufgaben aus (Bruder & Collet, 2011b; Holzäpfel et al., 2018). Die nachfolgend näher beschriebenen heuristischen Prinzipien sind wesentlich fachspezifischer als die zuvor beschriebenen heuristischen Strategien (Bruder & Collet, 2011b):

- Das **Transformationsprinzip** soll dabei unterstützen, einen Aspektwechsel vorzunehmen, indem das Gegebene und Gesuchte einer Problemlöseaufgabe aus verschiedenen Zusammenhängen betrachtet und mit Neuem verknüpft wird (Bruder & Collet, 2011b; Kipmann, 2020). Da für die Anwendung dieses heuristischen Prinzips oftmals auf umfangreiches mathematisches Vorwissen zurückzugreifen ist, spielt das Transformationsprinzip in der Sekundarstufe I lediglich eine untergeordnete Rolle (Bruder & Collet, 2011b).
- Das **Symmetrieprinzip** tritt vorwiegend in der Geometrie auf (Stender, 2021) und beschreibt das Suchen nach und die Nutzung von Symmetrien, welche sich zwischen etwaigen Informationen befinden (Bruder & Collet, 2011b), denn: *„Wenn eine Aufgabe in irgendeiner Hinsicht symmetrisch ist, können wir aus der Beachtung der untereinander vertauschbaren Teile Nutzen ziehen, und oft wird es sich lohnen, diese Teile, die dieselbe Rolle spielen, in derselben Weise zu behandeln.“* (Pólya, 2010, S. 215).
- Das **Extremalprinzip** ist gekennzeichnet durch das Annehmen extremer Zustände. Eine Problemlöseaufgabe erfordert dabei insbesondere das Suchen nach größtmöglichen oder kleinstmöglichen Lösungen (Kipmann, 2020). Hilfreiche Fragestellungen können beispielsweise sein: *„Unter welchen Bedingungen gilt ein Zusammenhang?“* und/ oder *„Welche Mindestbedingung (Randbedingung) muss erfüllt sein?“* (Bruder & Collet, 2011b, S. 99).
- Die **Fallunterscheidung** kann unterschiedliche Facetten annehmen: In der Geometrie hilft eine Fallunterscheidung beispielsweise in der Begriffsbildung von Tangente, Passante und Sekante. In der Kombinatorik hingegen kann eine Fallunterscheidung mit Hilfe eines Baumdiagramms vorgenommen werden, um etwa für verschiedene Fälle bzw. Zustände Wahrscheinlichkeiten zu ermitteln (Bruder & Collet, 2011b; Kipmann, 2020).
- Das **Invarianzprinzip** beschreibt die Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe mittels Erkennen oder Konstruieren bzw. Suchen nach Konstanten, Bezugsgrößen oder Gemeinsamkeiten (Bruder & Collet, 2011b; Kipmann, 2020). Hilfreiche Fragestellungen für das Invarianzprinzip können lauten *„Was bleibt gleich?“* oder *„Was haben alle Objekte gemeinsam?“* (Bruder & Collet, 2011b, S. 97).
- Das **Zerlegungsprinzip und Ergänzungsprinzip** hilft primär bei der Suche nach bekannten Elementen in einer unbekanntem Gesamtheit, sodass durch eine Zerlegung oder auch Ergänzung in einzelne Teilelemente der gewünschte Zielzustand erreicht werden kann (Bruder & Collet,

2011b). Zerlegungsprinzip und Ergänzungsprinzip sind für den Mathematikunterricht wesentlich und werden insbesondere bei geometrischen Aufgaben angewendet, wenn beispielsweise Flächeninhalte von Vielecken ermittelt werden, welche ohne vorherige Zerlegung oder Ergänzung in bekannte Teilflächen nicht zu berechnen wären (Bruder & Collet, 2011b).

Die ausführlich aufgezeigten Heurismen stehen bei einer Bearbeitung von Problemlöseaufgaben dabei keineswegs unabhängig nebeneinander, vielmehr entfalten sie ihre Stärke in einem kombinierten Zusammenspiel und einer geeigneten Auswahl der jeweiligen heuristischen Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien, je nach gegebener Problemlöseaufgabe, was nachfolgend anhand einer möglichen (Muster-)Lösung – dargestellt in Abbildung 7 – zur Aufgabe „Bastelvorlage“ aus Abbildung 1 verdeutlicht wird. Dabei wird neben der Anwendung von Heurismen auch auf das im Abschnitt 1.2.2 beschriebene Phasenmodell von Polya (1949) eingegangen, um den Einfluss der Heurismen auf die Phasen des Problemlösens sichtbar zu machen.

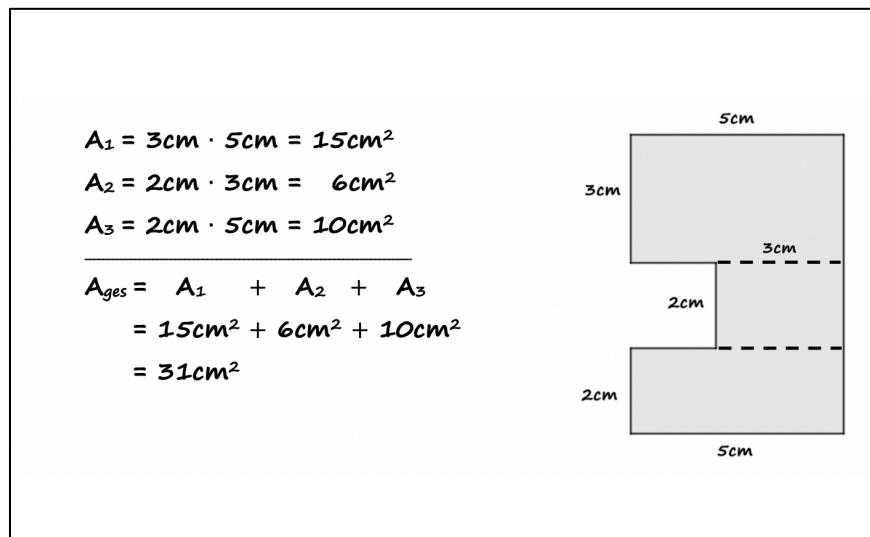


Abbildung 7: Mögliche (Muster-)Lösung zur Aufgabe "Bastelvorlage"

Zum Verstehen der Aufgabe (Phase 1) kann man beispielsweise das heuristische Hilfsmittel „Informative Figur“ (als bereits beigefügte Skizze) nutzen, um zunächst fehlende Seitenlängen zu ermitteln. Da die Figur aus einzelnen Vierecken zusammengesetzt ist, kann zum Ausdenken eines Plans (Phase 2) das heuristische Prinzip „Rückführung von Unbekanntem auf Bekanntes“ ausgewählt und mit Hilfe der heuristischen Strategie „Zerlegungsprinzip“ die gegebene unbekannte Figur in einzelne bekannte Vierecke zerlegt werden. Das gewählte heuristische Prinzip prägt nun maßgeblich die Ausführung des Plans (Phase 3), in dem die jeweiligen Teilflächeninhalte A_1 , A_2 und A_3 berechnet und anschließend addiert werden. Innerhalb der Rückschau (Phase 4) kann zur Festigung der eingesetzten Heurismen der gesamte Lösungsprozess abschließend reflektiert bzw. auf weitere Problemlöseaufgaben übertragen werden.

Bei einem Abgleich der in Abbildung 7 dargestellten (Muster-)Lösung und den Bearbeitungen der beiden Schüler_innen aus Abbildung 2 schließt sich unmittelbar die Frage an, wie aus fachdidaktischer Sicht Bearbeitungen von Problemlöseaufgaben hinsichtlich einer Anwendung und Auswahl von Heuristiken bewertet werden können.

1.2.4 Bewertungsmöglichkeiten des Bearbeitungserfolges von Problemlöseaufgaben

Nachdem die beiden vorangegangenen Abschnitte ausführlich die Bearbeitung von Problemlöseaufgaben entlang von Phasen und notwendigen Heuristiken fokussierten, ist es für die vorliegende Arbeit notwendig, Möglichkeiten herauszuarbeiten, wie der Bearbeitungserfolg von bearbeiteten Problemlöseaufgaben vor allem hinsichtlich einer Entwicklung von Problemlösekompetenz bewertet werden kann, um a) überhaupt messbar zu machen, wie erfolgreich Schüler_innen Problemlöseaufgaben bearbeiten, und b) daraus Rückschlüsse hinsichtlich der Förderung zur Entwicklung von Problemlösekompetenz zu ziehen.

Dafür sind nachfolgend Möglichkeiten herauszuarbeiten, welche sowohl eine Bewertung des Bearbeitungserfolgs hinsichtlich des durchgeführten Bearbeitungsprozesses (prozessbezogen) als auch hinsichtlich des aus einer Bearbeitung resultierenden Ergebnisses (produktbezogen) erlauben. Anzumerken sei jedoch, dass Möglichkeiten der Bewertung eines Bearbeitungserfolgs dabei individuelle – auf die jeweilige Problemlöseaufgabe bezogene – Operationalisierungen erlauben sollen, um der Komplexität des Problemlösens und der Vielfältigkeit von Problemlöseaufgaben gerecht zu werden.

Törner & Zielinski (hier zitiert nach Zielinski, 1992, S. 88) zeigen eine solche Möglichkeit – unterteilt in elf Stufen (0 bis 10) – auf, die Bearbeitung von Problemlöseaufgaben sowohl prozess- als auch produktbezogen zu bewerten:

0. Keine sinnvolle Bearbeitung.
1. Ein unerheblicher Anteil der Angaben ist verstanden, wobei keine richtigen Teillösungen erkennbar sind.
2. Unklarer Lösungsversuch ersichtlich, bewusstes Ansprechen der Aufgabendaten, aber kein erfolgsversprechendes Verfahren absehbar.
3. Ein wichtiger Anteil ist verstanden, aber ein Lösungsverfahren fehlt oder ist völlig unsachgemäß.
4. Ausbaufähiger Lösungsversuch erkennbar, jedoch kein adäquates Arbeiten mit den Vorgaben.
5. Wesentliche Teile des Problems sind verstanden, die Problemlösung ist in Angriff genommen, aber das Lösungsverfahren ist teilweise dysfunktional oder nicht sachbezogen.

6. Angemessenes Lösungsverfahren ersichtlich, Fortschritte bei der Lösung, aber falsche Weiterentwicklung oder Abbruch.
7. Das Problem ist in allen Einzelheiten verstanden, das Verfahren im Wesentlichen richtig, das Ergebnis jedoch ist nicht zutreffend, da im Lösungsgang grundlegende Fehler auftreten.
8. Klarer und angemessener Lösungsalgorithmus wird deutlich gemacht, aber Rechen- und Übertragungsfehler und unvollständige oder nicht sinnvolle Antwort.
9. Das Problem ist bis auf periphere Fehler vollständig gelöst, eine sinnvolle Antwort ist ersichtlich.
10. Korrekte Lösung mit richtiger Antwort.

Diese Möglichkeit der Bewertung ist jedoch auf Grund der mangelnden Operationalisierung (z. B.: Was heißt „ein wichtiger Anteil der Angaben ist verstanden“ oder was sind „periphere Fehler“?) für die vorliegende Arbeit ungeeignet.

Rott (2013, S. 185) (und in der Weiterentwicklung Ambrus & Rott (2018)) hat auf Basis der obigen Möglichkeit der Bewertung von Problemlöseaufgaben folgende fünf Stufen entwickelt und nimmt dabei ebenfalls den Bearbeitungserfolg sowohl prozess- als auch produktbezogenen vor:

0. Keine Bearbeitung: Eine Aufgabe wurde nicht bearbeitet oder Geschriebenes wurde durchgestrichen.
1. Kein Ansatz: Eine Aufgabe wurde nicht sinnvoll bearbeitet und/ oder es wurde keine Lösung abgegeben.
2. Einfacher Ansatz: Eine Aufgabe wurde in Teilen korrekt bearbeitet, dabei zeigen sich aber deutliche Mängel; wenn die Lösung Erklärungen erfordert, fehlen diese.
3. Erweiterter Ansatz: Eine Aufgabe wurde zu großen Teilen korrekt bearbeitet; wenn die Lösung Erklärungen erfordert, sind zumindest Ansätze dazu vorhanden.
4. Korrekter Ansatz: Eine Aufgabewurde korrekt gelöst; wenn die Lösung Erklärungen erfordert, sind diese angemessen gegeben.

Den Bearbeitungserfolg von mathematischen Problemlöseaufgaben klassifiziert Rott (2013) in zwei Erfolgsstufen: „kaum erfolgreiche Bearbeitung“ (1 „Kein Ansatz“ und 2 „Einfacher Ansatz“) und „erfolgreiche Bearbeitung“ (3 „Erweiterter Ansatz“ und 4 „Korrekt Ansatz“).

Nachdem die Möglichkeit zur Bewertung des Bearbeitungserfolgs nach Zielinski (1992) ungeeignet ist, erscheint das fünfstufige Bewertungsschema von Rott (2013) und die Klassifizierung zu Erfolgsstufen geeigneter, wobei auch das Bewertungsschema von Rott (2013) hinsichtlich der Auswahl und Anwendung von Heuristiken keine unmittelbare Operationalisierung bietet. Dennoch liefert es ein geeignetes

Raster, welches für die eigenen Analyse Zwecke (s. Teil B dieser Arbeit) entsprechend operationalisiert werden kann, was eine Anwendung des Schemas in Tabelle 3 anhand der Schüler_innenlösungen aus Abbildung 2 verdeutlicht.

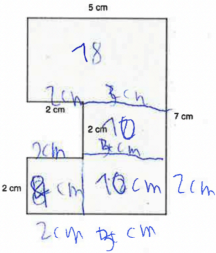
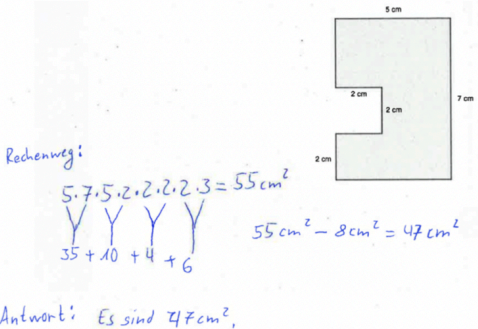
Schüler_innenlösung	Bewertungs-kategorie	Begründung
<p>Schüler A:</p>  <p style="text-align: center;">46 cm^2</p>	(2) Einfacher Ansatz	Die Bearbeitung zeigt eine geeignete Wahl von Heuristiken und die Ermittlung einiger fehlender Seitenlängen. Doch anstatt der Flächeninhaltsberechnung nimmt der Schüler eine Umfangberechnung vor, wobei er sich einmal verrechnete.
<p>Schülerin B:</p>  <p>Rechenweg: $5 \cdot 7 + 5 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 55 \text{ cm}^2$ $55 \text{ cm}^2 - 8 \text{ cm}^2 = 47 \text{ cm}^2$</p> <p>Antwort: Es sind 47 cm^2.</p>	(1) Kein Ansatz	Schülerin B wählte keine Heuristiken aus, sondern versuchte alle Seitenlängen miteinander zu multiplizieren, wobei sie stets zwei Zahlen miteinander multiplizierte und diese Zwischenergebnisse addierte.

Tabelle 3: Bewertung der Schüler_innenlösung zur Problemlöseaufgabe "Bastelvorlage"

Die in Tabelle 3 vorgenommene Bewertung des Bearbeitungserfolgs in „Einfacher Ansatz“ und „Kein Ansatz“ führt in beiden Fällen zu einer „kaum erfolgreichen Bearbeitung“. Dennoch unterscheiden sich beide Bearbeitungen elementar voneinander. Während sich bei Schüler A explizit eine Bearbeitung entlang von Phasen wie auch Auswahl und Anwendung von Heuristiken zeigen (Phasen wurden durchlaufen, Heuristiken ausgewählt, aber nicht zielführend angewendet), wählte Schülerin B erst gar keine Heuristiken aus und versuchte die Aufgabe als Routine- und nicht als Problemlöseaufgabe zu bearbeiten.

Die kaum erfolgreichen Bearbeitungen beider Schüler_innen zeigen, dass sie während der Bearbeitung vor unterschiedlichen Herausforderungen standen, weshalb sich der nachfolgende Abschnitt möglichen Herausforderungen widmet, die mit der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben einhergehen können.

1.2.5 Herausforderungen des Problemlösens aus kognitionspsychologischer Sicht

Dass Schüler_innen bei der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben vor Herausforderungen stehen, kann dabei sowohl durch sie selbst – indem sie beispielsweise keinen Lösungsansatz finden – als auch durch eine außenstehende Beobachtung wahrgenommen werden, indem die Bearbeitung ins Stocken gerät und/ oder Schüler_innen eventuell sogar Schwierigkeiten äußern (Lange, 2013). In beiden Fällen besteht die Herausforderung darin, dass ein Anfangszustand nicht unmittelbar in einen Zielzustand überführt werden kann (Duncker, 1935). Es sind folglich geeignete Heuristiken zu finden (Klix, 1971), was ein hohes Maß an kognitiver Anstrengung und Aufmerksamkeit der Schüler_innen erfordert (Van Someren et al., 1994).

Der Kognitionspsychologe Sweller (1998) führt dazu aus, dass eine Herausforderung darin begründet ist, dass die erforderliche kognitive Anstrengung und Aufmerksamkeit während der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben derart hoch sein kann, dass diese sogar einen Aufbau kognitiver Strukturen behindern könnte. Sweller (1998) setzt dabei den Aufbau kognitiver Strukturen mit Lernen gleich. In seinen Ausführungen unterscheidet er insbesondere zwischen einer Bearbeitung von Problemlöseaufgaben, dessen Ziel die Erreichung eines konkreten Zielzustandes ist, und einer Bearbeitung von (offenen) Problemlöseaufgaben, dessen Zielzustand durchaus variieren kann (Sweller, 1988). Im Rahmen der vorliegenden Arbeit stehen Problemlöseaufgaben mit einem konkreten Zielzustand (die Ermittlung eines Flächeninhalts) im Fokus, dessen Erreichung jedoch durchaus aus mehreren Kombinationen von Heuristiken variabel vorgenommen werden kann. Bei der Bearbeitung von solchen Problemlöseaufgaben mit konkretem Zielzustand besteht laut Sweller (1988) allerdings die Gefahr, dass keine neuen kognitiven Strukturen aufgebaut werden könnten. Sweller beschreibt diese Problematik im Rahmen seiner „*Cognitive-Load-Theory*“⁸, für welche er insbesondere bekannt ist, und formuliert, dass die Beanspruchung des Arbeitsgedächtnisses (*cognitive load*) eines jeden begrenzt sei und eine Bearbeitung von Problemlöseaufgaben zu einer derart hohen Beanspruchung des Arbeitsgedächtnisses führt, dass es zu einer Überlastung dessen kommen kann, was wiederum den Aufbau kognitiver Strukturen behindern bzw. einschränken könnte (Sweller et al., 1998, 2011).

Zu der von Sweller (1998) ausgeführten hohen Beanspruchung des Arbeitsgedächtnisses kommt es nicht zuletzt dadurch, dass gleichzeitig Anfangs-, Zielzustand und darüber hinaus die Beziehung dieser beiden Zustände stets im Blick zu halten sind – um letztlich geeignete Heuristiken auszuwählen und anzuwenden –, was die Bearbeitung von Problemlöseaufgaben herausfordernd macht. Um dieser Herausforderung entgegen zu wirken, führt Sweller (1988) als eine Möglichkeit auf, es sei vielmehr die Bearbeitung von offenen Problemlöseaufgaben zu bevorzugen, um die

⁸ In diesem Abschnitt beziehen sich die Ausführungen der „*Cognitive-Load-Theory*“ ausschließlich auf Problemlösen. Für einen allgemeinen Überblick über diese Theorie sei auf weiterführende Literatur verwiesen (u. a. Sweller et al., 2011).

Beanspruchung des Arbeitsgedächtnisses zu reduzieren und damit den Aufbau kognitiver Strukturen zu fördern. Doch genau über diesen Aspekt herrscht in der Problemlöseforschung Uneinigkeit. Im Gegensatz zu Swellers Annahme geht beispielsweise der Sozial- und Kognitionspsychologe Klauer (1993) davon aus, dass es trotz einer hohen Beanspruchung des Arbeitsgedächtnisses zu einem Aufbau kognitiver Strukturen während der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben mit konkretem Zielzustand kommen kann.

Klauer (1993) begründet seine Annahme damit, dass insbesondere bei einer hohen Beanspruchung des Arbeitsgedächtnisses der Einsatz geeigneter Heuristiken zu einer kognitiven Entlastung beiträgt – und damit der Beanspruchung des Arbeitsgedächtnisses reduzierend entgegenwirkt –, da ein Einsatz von Heuristiken zu einer Vereinfachung des Problems beiträgt (Klauer, 1993). Für seine Entlastungsannahme unterscheidet Klauer (1993) in seinen Ausführungen zwischen zwei verschiedenen Aspekten während der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben: Dem deklarativen und dem prozeduralen Aspekt. Während der deklarative Aspekt alle Prozesse der Konstruktion und Aufrechterhaltung des Bearbeitungsprozesses selbst umfasst – Klauer (1993) zählt hierzu u. a. das Entschlüsseln einer Problemlöseaufgabe und das Organisieren des Vorgehens während der Bearbeitung –, bezieht sich der prozedurale Aspekt vielmehr auf das strategische Planen und Suchen von Lösungsansätzen und geeigneten Heuristiken. Da diese beiden Aspekte jedoch nicht getrennt voneinander betrachtet werden können, geht Klauers (1993) in seiner Annahme davon aus, dass bei einer zu hohen Beanspruchung des Arbeitsgedächtnisses eine Umschichtung (freier) Kapazitäten von deklarativen Aspekten hin zu prozeduralen Aspekten erfolgt, um dadurch die prozeduralen Aspekte zu stärken. Eine solche Umschichtung hat zur Folge, dass sich die Aufmerksamkeit vermehrt auf die Auswahl und Anwendung geeigneter Heuristiken richten kann (Klauer, 1993).

Die vorangegangenen – zunächst allgemeinspsychologischen – Ausführungen hinsichtlich Herausforderungen, die mit der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben einhergehen können, bilden die Grundlage möglicher Herausforderungen aus mathematikdidaktischer Sicht, weshalb die vorangegangenen nunmehr aus mathematikdidaktischer Sicht fortgeführt und mit der allgemeinspsychologischen Sicht in Beziehung gesetzt werden. Dabei sei anzumerken, dass diese beiden Sichtweisen keineswegs nebeneinanderstehend zu betrachten sind, sondern vielmehr ein gemeinsamer Konsens besteht. Durch die nachfolgende Fokussierung auf die mathematikdidaktische Sicht soll eine Schärfung der vorangegangenen Ausführungen vorgenommen werden, sodass ein besseres Verständnis zu möglichen Herausforderungen geschaffen wird.

Bei nochmaliger Betrachtung der kaum erfolgreichen Bearbeitungen beider Schüler_innen in Tabelle 3 (s. Abschnitt 1.2.4) gelang es beiden Schüler_innen nicht, einen nicht routinemäßig durchführbaren Lösungsplan mit Hilfe der Hinzunahme

von Heurismen zielführend umzusetzen. Bevor näher auf die individuellen Herausforderungen beider Schüler_innen eingegangen werden kann, sind zunächst zentrale, kognitiv geprägte Herausforderungen herauszustellen, welche Schoenfeld (1985, 1992) wie folgt beschreibt:

- Vorhandenes Vorwissen („*knowledge base*“), welches zur Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe eingebracht wird, reicht nicht aus oder kann aufgabenbezogen nicht eingebracht bzw. mit der Problemlöseaufgabe in keinen Zusammenhang gebracht werden. Die Herausforderung besteht darin, dass individuell auf die Problemlöseaufgabe bezogen vorhandenes Vorwissen abzurufen und einzubringen ist.
- Geeigneter Einsatz von Heurismen („*problem solving strategies*“) macht eine Bearbeitung überhaupt erst möglich, weshalb eine zentrale Herausforderung darin besteht, geeignete Heurismen zu kennen, diese gezielt auszuwählen und erfolgreich anwenden zu können (Bruder & Collet, 2011b).
- Aufrechterhaltung, Planung und Bewertung der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben („*monitoring and control*“), was unmittelbar an die Ausführungen der kognitiven Beanspruchung von Sweller (1988) und Klauer (1993) anknüpft. Eine Herausforderung kann hierbei darstellen, stets den Überblick während der Bearbeitung zu behalten und notwendige Lösungs- und Teilschritte zu planen sowie darüber hinaus gleichermaßen abzuwägen, welche Heurismen zur Überführung von Anfangs- in Zielzustand geeignet sind.

Die aufgezeigten Herausforderungen des Problemlösens werden in Tabelle 4 anhand der Lösungen beider Schüler_innen aus Abbildung 2 konkretisiert und dabei aufgezeigt, mit welchen Herausforderungen – beurteilt auf Basis der vorliegenden Lösungen – Schüler A und Schülerin B während der Bearbeitung konfrontiert gewesen sein könnten.

Herausforderung	Lösung Schüler A	Lösung Schülerin B
Vorhandenes Vorwissen (<i>knowledge base</i>)	Es gelingt dem Schüler zwar, sein Vorwissen zu grundsätzlich geeigneten Heurismen abzurufen,	Der Schülerin gelingt es weder Wissen über den Einsatz von Heurismen abzurufen noch kann

	doch scheint es, als könnte er Flächeninhaltsberechnung nicht sicher von der Umfangberechnung unterscheiden bzw. Flächeninhaltsberechnungen nicht situativ anwenden.	sie formales Wissen zur Berechnung von Flächeninhalten zur Anwendung bringen.
Geeigneter Einsatz von Heuristiken (<i>problem solving strategies</i>)	Bezogen auf die vorgenommene Umfangberechnung, gelang es dem Schüler, geeignete Heuristiken auszuwählen und anzuwenden.	Heuristiken sind nicht eingesetzt worden.
Aufrechterhaltung, Planung und Bewertung der Bearbeitung (<i>monitoring and control</i>)	Die Berechnung wurde zwar geplant und abgeschlossen, aber formal nicht korrekt durchgeführt.	

Tabelle 4: Herausforderungen bei der Bearbeitung der Aufgabe "Bastelvorlage" der Schüler_innen A und B

1.3 Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz

Die vorangegangenen Abschnitte haben verdeutlicht, dass Problemlösen eine explizit zu fördernde und in den Bildungsstandards des Faches Mathematik verortete Kompetenz darstellt. Doch zeigen die Lösungen der Schüler_innen aus Abbildung 2, dass die Bearbeitung von Problemlöseaufgaben überaus herausfordernd sein kann: Bei keiner der beiden aufgezeigten Lösungen stellte sich ein Heureka-Effekt ein und die beiden Schüler_innen konnten somit nicht sagen: „Heureka – ich hab’s geschafft, diese Problemlöseaufgabe erfolgreich zu bearbeiten.“ Aus diesem Grund fokussiert dieser Abschnitt die Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz.

Seit Jahrzehnten beschäftigt die Forschung der deutschsprachigen Mathematikdidaktik die Schaffung geeigneter Lernmaterialien zur Förderung von Problemlösekompetenz (Heinrich et al., 2015) und dennoch sind bislang noch nicht alle Unklarheiten ausreichend beantwortet: Aus mathematikdidaktischer Sicht herrscht zwar bereits Einigkeit darüber, dass Problemlösekompetenz nur aus einem Zusammenspiel aus der Vermittlung von Phasen sowie der Auswahl und Anwendung von Heuristiken gefördert werden kann. Weitestgehend unklar ist jedoch bislang, wie ein solches Zusammenspiel – auch durch geeignete Lernmaterialien unterstützt – konkret aussehen kann. Daraus ergibt sich nicht zuletzt der unmittelbare Forschungsansatz, wie geeignete Lernmaterialien geschaffen sein sollten, um die Entwicklung von Problemlösekompetenz von Schüler_innen zu fördern (Heinrich et al., 2015). Doch genau hierzu fehlen aufschlussreiche empirische Forschungsergebnisse. Einzelne Studien (u. a. Bruder & Collet, 2011a; Collet, 2009; Dreher et al., 2018) untersuchten bereits, ob sich aus einem Zusammenspiel der Vermittlung von Phasen und Aus-

wahl wie auch Anwendung von Heurismen positive Effekte hinsichtlich der Problemlösekompetenz nachweisen lassen. Wobei in allen Studien hauptsächlich die Wirkung von Lehrkräftefortbildungen analysiert wurden und sich die Forschung damit nicht allein auf die Ebene der Schüler_innen konzentrierte.

Dreher et al. (2018) untersuchten in einem Pre-Post-Design die Steigerung von Problemlösekompetenz von Schüler_innen, nachdem Lehrkräfte an einer Fortbildungsreihe zur Vermittlung von Problemlösekompetenz teilnahmen (Untersuchungsgruppe), im Vergleich zu einer Wartekontrollgruppe (Lehrkräfte ohne vorherige Fortbildung). Da Dreher et al. (2018) als Problemlösekompetenz das zu dieser Arbeit identische Begriffsverständnis verwenden, erscheint es sinnvoll, die erzielten Forschungsergebnisse herauszustellen: Trotz einer umfangreichen Lehrkräftefortbildung über insgesamt drei Module hinweg – über einen Zeitraum mehrerer Monate – konnten lediglich knapp signifikante Ergebnisse zugunsten der Untersuchungsgruppe festgestellt werden. Dennoch zeigen die Ergebnisse, dass sich eine explizite Förderung von Problemlösekompetenz grundsätzlich positiv auf die Bearbeitung von Problemlöseaufgaben bei Schüler_innen auswirkt.

Während Dreher et al. (2018) die Problemlösekompetenz von Schüler_innen im Fokus einer Lehrkräftefortbildung betrachteten, gingen Bruder & Collet (2011a) in ihrer Untersuchung ebenfalls dieser Frage im Rahmen eines Pre-Post-Designs nach, jedoch mit dem Fokus des Einsatzes von Lernmaterialien zur Stärkung des selbstregulierten Lernens. Die Ergebnisse zeigen signifikante Unterschiede hinsichtlich des Einsatzes von Lernmaterialien und einem dadurch geförderten bewussten Einsatz von Heurismen wie auch darüber hinaus der Ausführung von Teilhandlungen des Problemlösens.

Was die durchgeführten Studien bereits aufzeigen: Eine explizite Förderung von Problemlösekompetenz und ein unterstützender Einsatz von Lernmaterialien können sich positiv auf die Entwicklung von Problemlösekompetenz auswirken. Doch inwiefern sich Lösungsbeispiele – welche ebenfalls bereits seit Jahrzehnten empirisch untersucht werden – als unterstützendes Lernmaterial eignen, um die Entwicklung von Problemlösekompetenz bei Schüler_innen zu fördern, ist bislang als offenes Forschungsdesiderat anzusehen. Aus diesem Grund soll im Rahmen der vorliegenden Arbeit der Einsatz von Lösungsbeispielen als unterstützendes Lernmaterial zur Bearbeitung von Problemlöseaufgaben empirisch untersucht werden, um Schüler_innen in der Entwicklung ihrer Problemlösekompetenz zu fördern, damit diese am Ende der Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe sagen können: „Heureka – ich hab’s geschafft.“

2 Lösungsbeispiele als Lernmaterial zur Förderung der Entwicklung von Kompetenzen

„Hilf mir es selbst zu tun“ – Maria Montessori

Da in der vorliegenden Arbeit eine Entwicklung von Problemlösekompetenz bei Schüler_innen durch die Nutzung eines Lösungsbeispiels gefördert werden soll, steht in diesem Abschnitt eine theoretische Verortung von eben diesen im Fokus. In Abschnitt 2.1 erfolgt zunächst die Darlegung eines notwendigen Begriffsverständnisses von Lösungsbeispielen, damit in Abschnitt 2.2 das lernförderliche Potential dieser herausgestellt werden kann. Zur bestmöglichen Entfaltung des lernförderlichen Potentials sind bei einer Erstellung von Lösungsbeispielen jedoch Gestaltungsarten zu berücksichtigen, welche in Abschnitt 2.3 in den Blick genommen werden. Abschließend erfolgt in Abschnitt 2.4 eine Betrachtung von Lösungsbeispielen aus mathematikdidaktischer Sicht.

2.1 Begriffsverständnis von Lösungsbeispielen

Da eine Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz neben papierbasierten Lösungsbeispielen auch mittels videobasierten Lösungsbeispielen – welche als Erklärvideo aufbereitet sind – erfolgen soll, erscheint es unerlässlich, in Abschnitt 2.1.1 zunächst herauszustellen, was im Rahmen der vorliegenden Arbeit im Allgemeinen als Lösungsbeispiel und in Abschnitt 2.1.2 im Speziellen als videobasiertes Lösungsbeispiel – aufbereitet als Erklärvideo – zu verstehen ist.

2.1.1 Lösungsbeispiele im Allgemeinen

Als Lösungsbeispiele werden vollständig ausgearbeitete Musteraufgaben verstanden, bestehend aus einer Problemstellung, der Präsentation notwendiger Lösungsschritte sowie der Lösung selbst (Renkl, 2010): „*Worked-out examples typically consist of a problem formulation, solution steps, and the final answer itself*“ (Atkinson et al., 2003, S. 774). In der englischsprachigen wie auch in der deutschsprachigen Forschungsliteratur werden Lösungsbeispiele oftmals unterschiedlich bezeichnet. So finden sich in der englischsprachigen Literatur üblicherweise Bezeichnungen wie „*worked-example*“ (z. B. Koedinger & Alevan, 2007; Renkl, 2017) bzw. „*worked-out example*“ (z. B. Reiss & Renkl, 2002) oder auch „*worked-solution-examples*“ (z. B. Koedinger et al., 2008), die sich ins deutschsprachige mit „ausgearbeitete Beispiele“ oder „ausgearbeitete Lösungsbeispiele“ übersetzen lassen und unmittelbar zu den üblicherweise in der deutschsprachigen Literatur verwendeten Begrifflichkeiten führen: Beispiellösungen oder auch Lösungsbeispiele (z. B. Renkl, 2001). Beide Begrifflichkeiten werden dabei durchaus synonym verwendet; so spricht Renkl (2001)

in einer Publikation gleichermaßen von Lösungsbeispielen als auch von Beispiellösungen. In der vorliegenden Arbeit wird einheitlich die Begrifflichkeit des Lösungsbeispiels verwendet, da diese in deutschsprachigen Publikationen am gebräuchlichsten erscheint.

In Lernprozessen können Lösungsbeispiele verschiedene Intentionen verfolgen und unterschiedlichen Phasen dienen: Etwa zur Einführung in ein neues Themengebiet, zur Verdeutlichung geeigneter Schritte eines Lösungsalgorithmus oder auch zur Wiederholung bzw. Festigung eines bereits bekannten Themengebietes. Lösungsbeispiele haben damit zum Ziel, Lernprozesse zu unterstützen und kognitive Strukturen aufzubauen. Schüler_innen kennen Lösungsbeispiele beispielweise in papierbasierter Erscheinungsform als vollständig gelöste Musteraufgabe in Mathematikschulbüchern (Renkl et al., 2003). Doch auch videobasiert, aufbereitet als Erklärvideo, können Lösungsbeispiele in Erscheinung treten (Hoogerheide et al., 2019; van Gog et al., 2014).

2.1.2 Videobasierte Lösungsbeispiele in Form von Erklärvideos

Videobasierte Lösungsbeispiele – aufbereitet als Erklärvideos – stellen ein Lernmedium dar, welches bereits zu einem festen Lernbestandteil von Schüler_innen geworden ist (Hoogerheide et al., 2019; Schaumburg et al., 2019).

Ganz grundsätzlich werden unter Erklärvideos ca. fünf- bis zehnminütige Videos verstanden, in denen Konzepte, Sachverhalte oder Zusammenhänge erklärt werden und insbesondere im Internet auf Onlineplattformen wie „YouTube“ verfügbar sind (Guo et al., 2014; Kulgemeyer, 2018b; Wolf, 2015, 2020). Wie Lösungsbeispiele im Allgemeinen, steht auch bei Erklärvideos das Herausstellen von zugrundeliegenden Strukturen und geeigneten Prinzipien im Fokus (Wolf, 2020). Doch: Nicht jedes Erklärvideo ist per se ein videobasiertes Lösungsbeispiel. Zur Darlegung des Begriffsverständnisses wird nachfolgend am Beispiel von Unternehmen und Nutzer_innen digitaler Geräte oder Software verdeutlicht, was unter videobasierten Lösungsbeispielen – aufbereitet als Erklärvideo – verstanden werden soll. Dabei wird gleichzeitig die Ähnlichkeit zu papierbasierten Lösungsbeispielen herausgestellt.

Während früher etwa papierbasierte Bedienungshandbücher (als papierbasiertes Lösungsbeispiel) dazu dienten, Nutzer_innen beispielsweise Lösungsschritte für eine mögliche Problembehebung bei Handys, Software oder sonstigen digitalen Geräten zu erklären (van der Meij et al., 2009), setzen Unternehmen heutzutage vermehrt „How-to“-Erklärvideos ein (van der Meij & van der Meij, 2014). In diesen werden jene Inhalte von einst papierbasierten Bedienungshandbüchern in Form von Erklärvideos videobasiert erklärt (Hoogerheide et al., 2019; van der Meij & van der Meij, 2014), woraus sich unmittelbar schließen lässt, dass ein Erklärvideo genau dann ein videobasiertes Lösungsbeispiel darstellt, wenn – wie bereits allgemein in

Abschnitt 2.1 beschrieben – eine konkrete Problemstellung, zielführende Lösungsschritte und die Lösung selbst darin präsentiert werden.

Mehr als zwei Drittel der befragten Schüler_innen nutzen bereits Erklärvideos für schulbezogene Zwecke, insbesondere zur Wiederholung wie auch zur Vor- und Nachbereitung von (nicht verstandenen) Unterrichtsinhalten – nicht zuletzt bedingt durch die pandemiebedingten Schulschließungen mit gestiegener Tendenz (Initiative D21 e.V. & TUM, 2021; Medienpädagogischer Forschungsverbund Südwest, 2020; Rat für Kulturelle Bildung e.V., 2019; Schaumburg et al., 2019). Erklärvideos zählen daher gegenwärtig zu den beliebtesten Lernmedien deutscher Schüler_innen (Rat für Kulturelle Bildung e.V., 2019).

2.2 Lernförderliches Potential von Lösungsbeispielen aus kognitionspsychologischer Sicht

Nach erfolgter Begriffsklärung von Lösungsbeispielen wird in diesem Abschnitt deren lernförderliches Potential herausgestellt, um zu verdeutlichen, weshalb in dieser Arbeit zur Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz Lösungsbeispiele als Lernmaterial herangezogen werden. Dafür wird nachfolgend das lernförderliche Potential von Lösungsbeispielen hinsichtlich des sogenannten Lösungsbeispiel effekts beschrieben (s. Abschnitt 2.2.1) und anschließend der für Erklärvideos spezifische Multimediaeffekt herausgestellt (s. Abschnitt 2.2.2). Abschließend erfolgt eine Betrachtung von Lösungsbeispielen aus Sicht der „*Cognitive-Load-Theory*“ (s. Abschnitt 2.2.3).

2.2.1 Lösungsbeispieleffekt

Kognitionspsychologisch beschreibt der Lösungsbeispieleffekt denjenigen lernförderlichen Effekt (*worked example effect*), der mit dem Einsatz von Lösungsbeispielen, im Vergleich zum Aufgabenlösen ohne Einsatz von Lösungsbeispielen, erzielt werden kann (Sweller et al., 1998).

Sweller und Cooper untersuchten bereits in den 1980er Jahren die Auswirkungen des Einsatzes von Lösungsbeispielen auf die Bearbeitung von Mathematikaufgaben und fanden heraus, dass Schüler_innen, die sich mit einem Lösungsbeispiel als Lernmaterial auseinandergesetzt haben, bessere Transferleistungen und weniger Fehler bei einer sich anschließenden selbstständigen Aufgabenbearbeitung zeigten als diejenigen Schüler_innen, die ohne Lösungsbeispiel die gleichen Aufgaben zu lösen versuchten (Cooper & Sweller, 1987; Sweller & Cooper, 1985). Den Grund eines solchen Lösungsbeispieleffektes sahen Sweller & Cooper (1985) darin begründet, dass Schüler_innen mit Hilfe eines Lösungsbeispiels die Möglichkeit erhalten, sich Lösungsschritte schrittweise (angeleitet) zu erschließen und keine kognitive Anstrengung darauf verwenden müssen, zunächst zielführende Lösungs-

schritte selbst zu finden. Sweller & Cooper (1985) gehen davon aus, dass ein Aufbau kognitiver Strukturen durch den Einsatz von Lösungsbeispielen begünstigt wird, da – anlehnend an Kapitel 1.2.5 – die Suche nach geeigneten Heuristiken zur Überführung eines Anfangszustandes in einen Zielzustand durch die Präsentation von Lösungsschritten in einem Lösungsbeispiel unterstützt wird:

„Since schema acquisition requires (a) knowledge of problem states, (b) the operators that can be used when a given problem state has been attained, and (c) the consequences of using particular operators, we might expect schemas to be acquired more directly by worked example approach as opposed to a conventional goal-directed problem-solving search approach” (Sweller & Cooper, 1985, S. 69).

Der oben beschriebene Lösungsbeispieleffekt von Sweller & Cooper konnte in zahlreichen Untersuchungen repliziert werden, auch dann, wenn in einem Lösungsbeispiel nicht nur eine, sondern mehrere mögliche Lösungswege zu einer Aufgabenstellung dargestellt waren (u. a. Efklides et al., 2006; Paas & van Gog, 2006; Paas & van Merriënboer, 1994; Renkl, 2011; Renkl & Atkinson, 2003). Auch in diesen Untersuchungen wird der Lösungsbeispieleffekt damit begründet, dass sich Schüler_innen zuerst umfänglich auf die Präsentation von Lösungswegen in einem Lösungsbeispiel konzentrieren können, bevor sie mit einer selbstständigen Aufgabebearbeitung konfrontiert werden (Renkl, 2010). Darüber hinaus konnte gezeigt werden, dass Schüler_innen nach Ansicht eines Lösungsbeispiels eher in der Lage waren, präsentierte Lösungswege zu erläutern, im Vergleich zu jenen Schüler_innen, die ohne Ansicht eines Lösungsbeispiels die gleichen Aufgaben bearbeitet haben (Efklides et al., 2006).

Zusammenfassend kann herausgestellt werden, dass Lösungsbeispiele ein lernförderliches Potential aufweisen, weshalb Renkl Lösungsbeispiele als *„one of the best established effects in the field of learning and instruction“* (Renkl, 2011, S. 290) beschreibt.

2.2.2 Multimediaeffekt

Der Multimediaeffekt beschreibt denjenigen lernförderlichen Effekt bei der Bearbeitung von videobasierten Lösungsbeispielen, welcher durch eine simultane Beanspruchung des visuellen Informationsverarbeitungskanals (kognitive Verarbeitung von visuell dargestellten Inhalten) sowie des verbalen Informationsverarbeitungskanals (zusätzliche verbale Erklärung der visuell dargestellten Inhalte) entsteht (Brame, 2016; Mayer, 2008), weshalb in diesem Abschnitt der daraus resultierende, sogenannte Multimediaeffekt beschrieben wird.

Paivio (2007) beschäftigte sich mit der simultanen Beanspruchung des visuellen und des verbalen Informationskanals und den daraus resultierenden Auswirkungen

im Rahmen seiner „*Dual-Coding-Theory*“. Denn beide Informationsverarbeitungs-kanäle agieren funktional unabhängig voneinander und verfügen jeweils über eine begrenzte Kapazität (Mayer & Moreno, 2003). Doch Paivio (2007) geht in seiner „*Dual-Coding-Theory*“ davon aus, dass sich beide Informationsverarbeitungs-kanäle bei einer simultanen Beanspruchung wechselseitig ergänzen und sogar gegenseitig stärken, womit trotz der jeweils begrenzten Kapazität der Aufbau kognitiver Strukturen positiv beeinflusst werden kann.

Bedingt durch den Multimediaeffekt kann daher eine videobasierte Vermittlung von Lerninhalten im Vergleich zur analogen Vermittlung von Lerninhalten sogar hinsichtlich des Aufbaus kognitiver Strukturen überlegen sein (Merkt et al., 2011).

2.2.3 Lösungsbeispiele aus Sicht der „*Cognitive-Load-Theory*“

Neben den zuvor beschriebenen lernförderlichen Aspekten konnte in empirischen Untersuchungen ebenfalls nachgewiesen werden, dass sich der Einsatz von Lösungsbeispielen auf die subjektiv empfundene wie auch auf die objektiv gemessene kognitive Beanspruchung des Arbeitsgedächtnisses eines Individuums auswirkt (Paas & van Merriënboer, 1994; Renkl & Atkinson, 2003). Insbesondere im Zusammenhang mit dem mathematischen Problemlösen (s. Abschnitt 1.2.5) ist die Auslastung des Arbeitsgedächtnisses als besonders hoch einzuschätzen. Aus diesem Grund wird nachfolgend das lernförderliche Potential von Lösungsbeispielen aus Sicht der „*Cognitive-Load-Theory*“ herausgestellt.

Bereits Sweller et al. (1998) betrachteten lernförderliche Potentiale des Einsatzes von Lösungsbeispielen aus Sicht der „*Cognitive-Load-Theory*“, denn wie bereits ebenfalls im Abschnitt 1.2.5 beschrieben, ist die Kapazität des Arbeitsgedächtnisses eines Individuums begrenzt und sollte – beispielsweise im Kontext der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben – nicht noch zusätzlich weiter beansprucht, sondern eher entlastet werden. Der Einsatz von Lösungsbeispielen – so Sweller et al. (1998) – soll zu einer solchen Entlastung beitragen. Denn: Die zur Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe zielführenden Lösungsschritte werden in einem Lösungsbeispiel präsentiert, sodass sich Schüler_innen vollumfänglich auf diese konzentrieren können und dadurch eine Reduzierung der Beanspruchung des Arbeitsgedächtnisses begünstigt wird. Schüler_innen können Lösungsbeispiele dabei explizit in ihrem eigenen Lerntempo als unterstützendes Lernmaterial nutzen und bei Bedarf auch wiederholend darauf zurückgreifen (van der Meij & van der Meij, 2014).

Bei der kognitiven Beanspruchung des Arbeitsgedächtnisses unterscheiden Sweller et al. (1998) dabei zwischen drei Arten der kognitiven Beanspruchung (*Cognitive Load*): *Intrinsic Load*, *Extraneous Load* und *Germane Load*. *Intrinsic Load* bestimmt sich aus der Komplexität des Lerngegenstands selbst – beispielsweise in Bezug auf das notwendige individuelle Vorwissen, welches für eine Bearbeitung vorhanden sein muss – und kann nicht wesentlich durch Lösungsbeispiele beeinflusst werden

(Renkl et al., 2003). Als *Extraneous Load* wird die kognitive Beanspruchung aus der gegebenen Informationsverarbeitung selbst beschrieben und kann unmittelbar durch den Einsatz von Lösungsbeispielen beeinflusst werden. Ist die kognitive Beanspruchung des Arbeitsgedächtnisses bereits mit einem hohen *Intrinsic Load* belastet und hat dann zugleich auch einen hohen *Extraneous Load* zu verarbeiten, so kann sich dies negativ auf den Aufbau kognitiver Strukturen auswirken (Renkl et al., 2003). *Germane Load* ist die aus einem Lernprozess resultierende kognitive Auslastung. Ziel des Einsatzes von Lösungsbeispielen ist es, den größtmöglichen Anteil an *Germane Load* zu erreichen (Renkl et al., 2003).

Zusammenfassend liegt aus Sicht der „*Cognitive-Load-Theory*“ das lernförderliche Potential von Lösungsbeispielen darin begründet, dass sich Lernende auf die Präsentation von Lösungsschritten konzentrieren können, was zu einer kognitiven Entlastung des Arbeitsgedächtnisses führen und den Aufbau kognitiver Strukturen fördern soll (Renkl et al., 2003). Doch entfalten Lösungsbeispiele nicht per se ein lernförderliches Potential (Renkl & Schworm, 2002). So sind aus Sicht der „*Cognitive-Load-Theory*“ u. a. zu wenig geführte oder auch zu kurz gehaltene Lösungsbeispiele problematisch. Diese führen nämlich zu einer Erhöhung der Beanspruchung des Arbeitsgedächtnisses (vor allem zur Erhöhung des *Extraneous Loads*), was im Kontext der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben beispielsweise zu einem unsystematischen Suchen von geeigneten Heuristiken (Renkl & Schworm, 2002) führen und damit den Aufbau kognitiver Strukturen beeinträchtigen kann (Kirschner et al., 2006). Aus diesem Grund wird nachfolgend detailliert auf Ausgestaltungen von Lösungsbeispielen eingegangen.

2.3 Mögliche Ausgestaltungen von Lösungsbeispielen

Der vorangegangene Abschnitt hat deutlich gemacht, dass es zur Entfaltung des lernförderlichen Potentials notwendig ist, sich mit der Ausgestaltung von Lösungsbeispielen auseinanderzusetzen. Dafür wird zunächst auf unterschiedliche Arten von Lösungsbeispielen eingegangen (s. Abschnitt 2.3.1), um dann näher auf Gestaltungsprinzipien von Lösungsbeispielen (s. Abschnitt 2.3.2) und in Lösungsbeispiele implementierte Aufforderungen zu Selbsterklärungen (s. Abschnitt 2.3.3) einzugehen.

2.3.1 Unterschiedliche Arten von Lösungsbeispielen


Wenngleich allen Lösungsbeispielen gemein ist, dass sie stets aus den drei Elementen Problemstellung, Präsentation von Lösungsschritten und der Lösung selbst bestehen, so können sich Lösungsbeispiele in ihrer Art deutlich voneinander unterscheiden. Damit im Rahmen der vorliegenden Arbeit hinsichtlich der Arten von Lösungsbeispielen eine Abgrenzung und Einordnung vorgenommen werden kann, wird in diesem Abschnitt eine Unterscheidung hinsichtlich algorithmischen und

nicht-algorithmischen/ heuristischen Lösungsbeispielen durchgeführt, um die Überlegungen anschließend in die vorliegende Arbeit einzuordnen.

Eine Unterscheidung in algorithmische und nicht-algorithmische Lösungsbeispiele bezieht sich auf die Präsentation der Lösungsschritte in einem Lösungsbeispiel. Algorithmische Lösungsbeispiele finden vorwiegend in innermathematischen Kontexten Anwendung, wie beispielsweise zur Präsentation algorithmischer Lösungsschritte (Renkl & Schworm, 2002). Auszugsweise ist in Abbildung 8 ein solches algorithmisches Lösungsbeispiel zur Vermittlung des Strahlensatzes von Renkl & Schworm (2002) dargestellt. Abbildung 8 veranschaulicht dabei, wie es bei algorithmischen Lösungsbeispielen insbesondere um die Präsentation eines innermathematischen Kontextes geht – und eben weniger um eine auf den Transfer auf andere Anwendungskontexte ausgerichtete Vermittlung in Form einer grundsätzlichen Anwendbarkeit des Strahlensatzes, wie es charakteristisch im Fokus bei nicht-algorithmischen Lösungsbeispielen steht. In empirischen Untersuchungen zu Lösungsbeispielen standen viele Jahre vorwiegend algorithmische Lösungsbeispiele im Fokus (Renkl et al., 2009; Rourke & Sweller, 2009) und damit Aufgaben, welche insbesondere ein algorithmisches – also ein rezeptartiges Abarbeiten bekannter Rechenverfahren – Lösen erlaubt.

Die Zeichnung zeigt die sogenannte Schattenmethode zur Bestimmung der Höhe eines Baums. Verglichen wird hier die Schattenlänge des Baums mit der eines Wanderers. Bestimme die Höhe des Baums.

Fraktioniertes Format



Der Schatten des Baums (c+d) ist 25m lang. Der Wanderer (a) wirft bei einer Größe von 1,80m einen Schatten (c) von 1,50m.

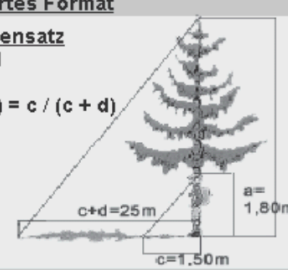
1 Strahlensatz:
 $a / b = c / d$
 oder
 $a / (a + b) = c / (c + d)$

$H = a * (c + d) / c$
 $H = 1,80 * 25 / 1,5$
 $H = 30$

Der Baum ist 30 m hoch.

Integriertes Format

1. Strahlensatz
 $a/b = c/d$
 oder
 $a / (a + b) = c / (c + d)$



$H = a * (c+d) / c$
 $H = 1,80 * 25 / 1,50$
 Der Baum ist 30 m hoch.

Bei welchem Beispiel fällt es Michaela leichter, die gegebenen und gesuchten Strecken in der Abbildung zu identifizieren? Warum?

Bei welchem Beispiel kann Michaela besser über die Abbildung ein Verständnis über den Zusammenhang der Größen a, b, c und d bekommen? Warum?






Abbildung 8: Auszug aus einem algorithmischen Lösungsbeispiel nach Renkl & Schworm (2002, S. 266)

Doch mittlerweile existieren auch Bestrebungen dahingehend, nicht-algorithmische Lösungsbeispiele in den Fokus empirischer Untersuchungen zu stellen (z.B. Breitenbücher & Kuntze, 2010; Tropper, 2019; Zöttl, 2010). Nicht-algorithmische Lösungsbeispiele zeichnen sich dadurch aus, dass zwar ebenfalls zielführende Lösungsschritte präsentiert werden, im Fokus der Vermittlung steht hingegen die Darstellung von Konzepten und Prinzipien, um insbesondere eine Übertragung der Problemstellung auf andere Anwendungskontexte zu erreichen (Reiss & Renkl, 2002). Die Vermittlung von zugrundeliegenden Strukturen und die Anwendung geeigneter Prinzipien erinnert an die Bedeutung von Heuristiken im Kontext des mathematischen Problemlösens aus Abschnitt 1.2.3, weshalb nicht-algorithmische Lösungsbeispiele oftmals auch als heuristische Lösungsbeispiele bezeichnet werden (Reiss et al., 2008; Reiss & Renkl, 2002; Renkl et al., 2009). Abbildung 9 veranschaulicht exemplarisch und auszugsweise ein von Tropper (2019) eingesetztes heuristisches Lösungsbeispiel, im Kontext des mathematischen Modellierens. Bei diesem heuristischen Lösungsbeispiel steht nicht nur die Präsentation von innermathematischen Berechnungen im Fokus, vielmehr werden im Rahmen einer mathematischen Modellierung zugrundeliegende Prinzipien des mathematischen Modellierens vermittelt.

Im Kontext der vorliegenden Arbeit stehen zur Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz ausschließlich heuristische Lösungsbeispiele im Fokus. Damit diese ihr lernförderliches Potential bestmöglich entfalten können, wird nachfolgend auf wichtige Gestaltungsprinzipien von Lösungsbeispielen eingegangen.

BahnCard

Jonas ist von Göttingen nach Hildesheim gezogen, weil er dort eine Ausbildung anfangen will. Sein Gehalt von 513 € monatlich reicht allerdings nicht aus, um seine Familie und Freunde in Göttingen regelmäßig zu besuchen.

Frau Winter, seine Mutter, möchte ihren Sohn deshalb manchmal mit dem Zug besuchen. Eine Fahrt von Göttingen nach Hildesheim und zurück kostet normalerweise 51 €. Frau Winter denkt nun über den Kauf einer BahnCard 50 nach, mit der sie weniger für die Fahrten bezahlen müsste.

Bedingungen der BahnCard 50



Preis:	249 €
Gültigkeit:	ein Jahr
Rabatt:	50 % Preisnachlass auf alle Fahrpreise der Bahn innerhalb Deutschlands

Wie oft müsste Frau Winter ihren Sohn mindestens in Hildesheim besuchen, damit sich der Kauf einer BahnCard 50 lohnt? Beschreibe deinen Lösungsweg.

Auszug aus dem Lösungsprozess:

② Wichtige Angaben herausfinden

Sara: „Wollen wir wie immer überlegen, welche Zahlen aus dem Text wir brauchen, um die Frage zu beantworten?“

Paul: „Ich glaube das ist diesmal ganz einfach: Diese 513 € Gehalt haben ja mit dem Zugfahren nichts zu tun, die sind unwichtig. Wir brauchen aber die 51 € Fahrpreis nach Hildesheim, außerdem natürlich den Preis der BahnCard und den Rabatt von 50%. Ich markiere sie schnell in der Aufgabe.“

BahnCard
Jonas ist von Göttingen nach Hildesheim gezogen, weil er dort eine Ausbildung anfangen will. Sein Gehalt von 513 € monatlich reicht allerdings nicht aus, um seine Familie und Freunde in Göttingen regelmäßig zu besuchen.
Frau Winter, seine Mutter, möchte ihren Sohn deshalb manchmal mit dem Zug besuchen. Eine Fahrt von Göttingen nach Hildesheim und zurück kostet normalerweise 51 €. Frau Winter denkt nun über den Kauf einer BahnCard 50 nach, mit der sie weniger für die Fahrten bezahlen müsste.
Bedingungen der BahnCard 50
Preis: 249 €
Gültigkeit: ein Jahr
Rabatt: 50 % Preisnachlass auf alle Fahrpreise der Bahn innerhalb Deutschlands
Wie oft müsste Frau Winter ihren Sohn mindestens in Hildesheim besuchen, damit sich der Kauf einer BahnCard 50 lohnt? Beschreibe deinen Lösungsweg.

Sara: „Ich überlege, ob man wie bei den letzten beiden Aufgaben noch was Weiteres braucht, das nicht im Text steht. Aber ich glaube dieses Mal reichen die Angaben im Text aus. Oder?“

Paul: „Ja, ich denke auch. Wir müssen ja nur rauskriegen, wie oft man mit dem günstigen Preis fahren muss, bis man die BahnCard wieder raus hat. Dafür ist alles in der Aufgabe gegeben.“

⚠️ Bevor du umblättest:

Die Beiden wollen herausbekommen, wie oft man mit dem günstigen Fahrpreis fahren muss, bis man die Kosten für die BahnCard wieder raus hat. Schreibe auf, was sie dazu rechnen müssen.
(Schreibe hier nur die Rechnung auf, du musst noch keinen Antwortsatz aufschreiben!)

Abbildung 9: Auszug aus einem heuristischen Lösungsbeispiel nach Tropper (2019, S. 415 f.)

2.3.2 Gestaltungsprinzipien von Lösungsbeispielen

Die Auseinandersetzung mit Gestaltungsprinzipien von papier- und videobasierten Lösungsbeispielen ist für eine Entfaltung des lernförderlichen Potentials elementar

– sollen sie doch *Extraneous Load* und *Intrinsic Load* reduzieren (s. Abschnitt 2.2.3) und nicht zusätzlich erhöhen (Sweller et al., 1998). Welche Gestaltungsprinzipien zu berücksichtigen sind, führen u. a. Renkl (2010, 2014), Wittwer & Renkl (2008) in ihren Übersichtsartikeln aus. Basierend auf den Überlegungen von Renkl & Kolleg_innen erstellte Kulgemeyer (2018a) Gestaltungsprinzipien explizit zur Ausgestaltung von Erklärvideos und ergänzte diese, auf Grund der Multimedialität (s. Abschnitt 2.2.2), um weitere Prinzipien. Nachfolgend wird daher zunächst auf Gestaltungsprinzipien von Renkl & Kolleg_innen eingegangen und anschließend um multimediale Gestaltungsprinzipien von Kulgemeyer ergänzt.

Adaption an Vorwissen

Adaption an Vorwissen ist nicht nur für ein Lernen durch Lösungsbeispiele relevant, sondern ein zentrales Merkmal von Unterrichtsqualität.⁹ Für ein Lernen durch Lösungsbeispiele gilt: Für eine bessere Informationsverarbeitung ist das (theoretisch) vorhandene Vorwissen von Schüler_innen zu berücksichtigen. Dabei wird notwendiges Vorwissen ggf. explizit wiederholt, auch um möglichen Fehlvorstellungen entgegenzuwirken (Wittwer & Renkl, 2008). Denn wenn Schüler_innen nicht an notwendiges Vorwissen anknüpfen können, kann dies zu einer Störung der Vermittlung führen (Wittwer & Renkl, 2008).

Prinzip der Beispielsegmentierung

Handelt es sich um eine komplexe Problemstellung – wie beispielsweise bei der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben – sollte ein Lösungsbeispiel in einzelne Teilabschnitte segmentiert werden. Dies kann sowohl durch eine optische Segmentierung einzelner Lösungsabschnitte als auch durch das Einfügen von (Teil-)Überschriften erfolgen (Catrambone, 1995). Bei der Präsentation mehrerer Lösungsmöglichkeiten können diese darüber hinaus auch jeweils auf einer separaten Seite dargestellt werden (Boekhout et al., 2010). Durch die Berücksichtigung dieses Gestaltungsprinzips soll etwa der *Intrinsic Load* reduziert und dazu beigetragen werden, dass durch ein Ermöglichen einer Schemakonstruktion die spätere Transferleistung gefördert wird, da durch eine Segmentierung in jeweilige Teilabschnitte bei der Bearbeitung von Transferaufgaben entsprechende Lösungsabfolgen wiedergefunden und genutzt werden können (Renkl, 2011).

Prinzip der strukturbetonten Beispielsequenz

Zu bewältigende Aufgaben werden von Schüler_innen oftmals nach Oberflächenmerkmalen von bereits ähnlich gelösten Aufgaben beurteilt und weniger nach den der Aufgabe zugrundeliegenden Prinzipien oder Strukturen, was Fehler in der Aufgabenbearbeitung begünstigen kann (Renkl, 2014). Oberflächenmerkmale können beispielsweise dargestellte Gegenstände oder auch Schlüsselwörter in der Aufgabe

⁹ Für weiterführende Informationen zu Merkmalen von Unterrichtsqualität siehe u. a. Helmke (2017), Helmke & Schrader (2008), Meyer (2004).

darstellen. Lösungsbeispiele sollten daher derart strukturiert sein, dass explizit zugrundeliegende Strukturen und geeignete Prinzipien hervorgehoben werden (Quilici & Mayer, 1996). Renkl (2010) führt als Möglichkeit einer solchen Strukturierung die proportionale und antiproportionale strukturbetonte Beispielsequenz an: In Lösungsbeispielen mit proportional strukturbetonter Beispielsequenz erfolgt die Präsentation jeweils gleicher Lösungsschritte, wobei diese stets in unterschiedliche (Anwendungs-)Kontexte eingebettet sind. Dadurch soll die Erkenntnis angeregt werden, dass trotz unterschiedlicher Oberflächenmerkmale gleiche Lösungsschritte anzuwenden sind. Bei einer antiproportional strukturbetonter Beispielsequenz können Schüler_innen erfahren, dass gegebene Problemstellungen innerhalb eines (Anwendungs-)Kontextes mit Hilfe unterschiedlicher Lösungsschritte gelöst werden können. Beiden Varianten ist jedoch gemein, dass die Aufmerksamkeit der Schüler_innen weg von Oberflächenmerkmalen, hin zu den zugrundeliegenden Prinzipien gelenkt wird (Renkl, 2010).

Prinzip der einfachen Zuordnung

Bei dem Prinzip der einfachen Zuordnung geht es um die Kohärenz der Zuordnung von graphischen Elementen (z. B. bei der Darstellung geometrischer Figuren) und dazugehörigen textuellen Informationen (z. B. der Angabe von Seitenlängen) (Tarmizi & Sweller, 1988). Bei der Erstellung eines Lösungsbeispiels ist es daher empfehlenswert, textuelle Informationen in die graphischen Elemente zu integrieren und dabei farblich einheitliche Akzente zu setzen, damit eine „einfache“ – bzw. eindeutige, unmittelbare – Zuordnung von Rechenwegen und graphischen Elementen unterstützt wird (Renkl, 2010).

Multimediale Gestaltungsprinzipien

Videobasierte Lösungsbeispiele bieten auf Grund ihrer Multimedialität weitere Gestaltungsprinzipien im Vergleich zu papierbasierten Lösungsbeispielen an. Nicht zuletzt durch die Kombination aus bewegten Szenenbildern (Beanspruchung des visuellen Informationsverarbeitungskanals) und Sprachebene (Beanspruchung des verbalen Informationsverarbeitungskanals) lassen sich weitere Gestaltungsprinzipien identifizieren. Beispielsweise können durch die visuelle Veranschaulichung und simultane verbale Erklärung beide in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen Informationsverarbeitungskanäle angesprochen werden, was sich auf das lernförderliche Potential von videobasierten Lösungsbeispielen auswirken kann (Kulgemeyer, 2018b). Kulgemeyers (2018a, 2020a) Gestaltungsprinzipien umfassen eine **direkte Ansprache** der Schüler_innen sowie **die Verdeutlichung von relevanten Inhalten**, eine hohe **Kohärenz des Gesagten**, die **Vermeidung von Exkursen** sowie die Wahl der **Sprachebene**: Schüler_innen sollen in Form einer direkten Ansprache kognitiv aktiviert werden, um von den Inhalten eines videobasierten Lösungsbeispiels besser profitieren zu können. Kulgemeyer führt zu diesem Gestaltungsprinzip aus, dass Schüler_innen beispielsweise durch regelmäßige Fragen direkt anzusprechen sind. Hinzu kommt, dass aus den Erklärungen verbal hervorgeht, warum das Erklärte wichtig ist. Dabei wird auf besonders relevante Inhalte hingewiesen

und durch die Verwendung von Konnektoren zu einer hohen Kohärenz des Gesagten beigetragen. Insgesamt fokussieren die Erklärungen auf den inhaltlichen Kernaspekt, indem Exkurse vermieden werden. Unter dem Gestaltungsprinzip der Sprachebene versteht Kulgemeyer die Verwendung von einer auf das Vorwissen ausgerichteten Fachsprache der jeweils adressierten Schüler_innen.

2.3.3 Aufforderung zu Selbsterklärungen

Neben der Berücksichtigung der zuvor beschriebenen Gestaltungsprinzipien können Schüler_innen von Lösungsbeispielen insbesondere dann profitieren, wenn sie aufgefordert werden, sich die im Lösungsbeispiel präsentierten Lösungsschritte selbst zu erklären (Renkl & Schworm, 2002). Dadurch kann anstatt eines passiven Konsumierens des Lösungsbeispiels mittels kognitiv aktivierender Aufforderungen zu Selbsterklärungen ein aktiver Lernprozess initiiert werden (Herold-Blasius et al., 2017; Renkl & Atkinson, 2003), weshalb Selbsterklärungen für Lösungsbeispiele von großer Bedeutung sind (Chi et al., 1994). Schüler_innen profitieren insbesondere dann von Selbsterklärungen, wenn sie aufgefordert werden, sich Sinn und Zweck einzelner Lösungsschritte zu vergegenwärtigen, was zu einem besserem Verständnis der präsentierten Lösungsschritte führen soll (Renkl et al., 1998). Im Kontext des Problemlösens kann das beispielsweise bedeuten, dass sich Schüler_innen bewusst machen, mit Hilfe welcher Heuristiken ein Anfangszustand in einen Zielzustand überführt wurde. Selbsterklärungen werden in Form von Selbsterklärungsprompts (Aufforderungen zu Selbsterklärungen) eingefordert und können sowohl verbal oder auch schriftlich formuliert werden (Renkl, 1999).

Bevor näher auf Potentiale von Selbsterklärungen in Lösungsbeispielen eingegangen werden kann, sind zunächst verschiedene Arten von Selbsterklärungen zu unterscheiden.

Renkl (1997) unterscheidet dabei zwei Arten von Selbsterklärungen:

- **Antizipative Selbsterklärungen** richten sich vor allem auf die Antizipation nachfolgender Lösungsschritte (z. B. *„Die Beiden wollen herauskommen, wie oft man mit dem günstigen Fahrpreis fahren muss, bis man die Kosten für die BahnCard wieder raus hat. Schreibe auf, was sie dazu rechnen müssen.“* (s. Abbildung 9)).
- **Prinzipienbasierte Selbsterklärungen** richten sich auf die bereits sichtbar gemachten Prinzipien und Lösungsschritte und die damit verbundenen Ziele (z. B. *„Bei welchem Beispiel fällt es Michaela leichter, die gegebenen und gesuchten Strecken in der Abbildung zu identifizieren? Warum?“* (s. Abbildung 8)).

Inwiefern Aufforderungen zu Selbsterklärungen in Lösungsbeispielen ein lernförderliches Potential darstellen, wurde bereits in empirischen Studien untersucht, dessen

Resultate nachfolgend zusammengetragen werden. Chi et al. (1989) stellten in ihrer Untersuchung einen positiven Effekt zwischen der Beantwortung von Selbsterklärungen und der erfolgreichen Bearbeitung von Aufgaben fest. Ein solcher positiver Effekt konnte auch von Renkl (1997) bestätigt werden. In seiner Untersuchung wiesen diejenigen Schüler_innen, die zu Selbsterklärungen aufgefordert wurden, einen signifikant höheren Bearbeitungserfolg bei der Bearbeitung von Transferaufgaben im Vergleich zu denjenigen auf, welche die Lösungsbeispiele lediglich passiv konsumierten. Auch in Untersuchungen, in denen explizit nach antizipativen (Stark, 1999) und prinzipienbasierten Selbsterklärungen (Atkinson et al., 2003; Hilbert et al., 2008) differenziert wurde, konnten positive Effekte in Bezug auf einer sich anschließenden Bearbeitung von Transferaufgaben nachgewiesen werden.

Doch nicht in jeder Untersuchung zeigten sich solche positiven Effekte (siehe u. a. Gerjets et al. (2006)). Als mögliche Gründe können beispielsweise nicht ausreichendes Vorwissen zur Beantwortung von Selbsterklärungen genannt werden. Kann notwendiges Vorwissen nicht abgerufen werden oder notwendiges Vorwissen ist noch nicht vorhanden, führt dies zu einer kognitiven Überlastung des Arbeitsgedächtnisses (Paas & van Gog, 2006), was den Aufbau kognitiver Strukturen hindert.

Aus kognitionspsychologischer Sicht lässt sich der Zusammenhang zwischen Lösungsbeispielen, der Beantwortung von Selbsterklärungsprompts sowie kognitiver Überlastung des Arbeitsgedächtnisses wie folgt interpretieren: Wenngleich die Aufforderungen zu Selbsterklärungen ein lernförderliches Potential aufweisen (Renkl & Atkinson, 2003), scheinen Selbsterklärungen unter Berücksichtigung der kognitiven Auslastung eines Arbeitsgedächtnisses nur dann ein lernförderliches Potential aufzuweisen, wenn die Selbsterklärungen selbst zu einer grundsätzlichen Reduzierung der kognitiven Belastung des Arbeitsgedächtnisses beitragen, was sich unmittelbar mit der bereits in Abschnitt 2.2.3. beschriebenen „*Cognitive-Load-Theory*“ in Verbindung bringen lässt.

Zusammenfassend ist für die vorliegende Arbeit herauszustellen, dass für Lösungsbeispiele als unterstützendes Lernmaterial neben der im vorherigen Abschnitt herausgestellten Gestaltungsprinzipien auch Aufforderungen zu Selbsterklärungen zu berücksichtigen sind, damit Lösungsbeispiele ihr lernförderliches Potential entfalten können und einen aktiven Lernprozess initiieren.

Nachdem in den vorherigen Abschnitten eine Betrachtung von Lösungsbeispielen im Allgemeinen erfolgte, ist es von Bedeutung, nachfolgend auf die mathematikdidaktische Sicht hinsichtlich der Förderung der Entwicklung von Kompetenzen durch Lösungsbeispiele einzugehen.

2.4 Lösungsbeispiele aus mathematikdidaktischer Sicht

Zur Vermittlung nicht-algorithmischer mathematischer Lerninhalte, wie es etwa beim Problemlösen der Fall ist, stellt sich unmittelbar die Frage, ob Lösungsbeispiele zur Förderung der Entwicklung von Kompetenzen überhaupt ein geeignetes Lernmaterial darstellen. Die vorangegangenen Abschnitte zur Bearbeitung von Problemlöseaufgaben mögen deutlich gemacht haben, dass es sich um eine durchaus anspruchsvolle Kompetenz handelt, zu deren Entwicklung insbesondere die Auswahl und Anwendung geeigneter Heuristiken explizit zu fördern ist. Die Bearbeitung von Problemlöseaufgaben erfordert dabei ein hohes Maß an Flexibilität, da ein algorithmisches Bearbeiten von Problemlöseaufgaben nicht möglich ist und stets individuelle Lösungswege in Abhängigkeit zur gegebenen Aufgabenstellung zu finden und durchzuführen sind.

Die Konzeption geeigneter Lernmaterialien zur Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz erscheint daher überaus komplex (Bruder & Collet, 2011b). Beim Problemlösen – wie auch in anderen nicht-algorithmischen Bereichen wie z. B. beim mathematischen Argumentieren oder mathematischen Modellieren – steht daher die Vermittlung von zugrundeliegenden Strukturen und geeigneten Prinzipien im Vordergrund, um ein selbstständiges Bearbeiten von Problemlöseaufgaben und damit die Entwicklung von Problemlösekompetenz zu fördern. Inwiefern Lösungsbeispiele zur Vermittlung von nicht-algorithmischen Lerninhalten dabei ein geeignetes Lernmaterial darstellen können, soll nachfolgend herausgestellt werden. Dafür richtet sich der Fokus zunächst auf den Einsatz von Lösungsbeispielen zur Förderung von Kompetenzen in nicht-algorithmischen Lernbereichen (s. Abschnitt 2.4.1), um darauf aufbauend den Einsatz von Lösungsbeispielen explizit zur Förderung von Problemlösekompetenz herauszustellen (s. Abschnitt 2.4.2).

2.4.1 Lösungsbeispiele in nicht-algorithmischen Lernbereichen

Lösungsbeispiele in nicht-algorithmischen Lernbereichen wurden erstmals von Reiss & Renkl (2002) im Kontext des mathematischen Argumentierens vorgestellt, welche einen hohen Prozessbezug aufweisen.

Richtet sich der Blick nachfolgend auf mathematikdidaktische Befunde hinsichtlich des Einsatzes von Lösungsbeispielen explizit in nicht-algorithmischen Lernbereichen, lassen sich im Wesentlichen deutschsprachige Publikationen aus dem Bereich des mathematischen Argumentierens (Förderung der Entwicklung von Argumentationskompetenz) oder im Kontext des mathematischen Modellierens (Förderung der Entwicklung von Modellierungskompetenz) finden.

Förderung von Argumentationskompetenz durch heuristische Lösungsbeispiele

Argumentieren ist – wie auch Problemlösen – eine eigene Kompetenz in den Bildungsstandards des Faches Mathematik (s. Abbildung 3) und stellt auf Grund ihrer nicht-linearen Lösungsprozeduren einen nicht-algorithmischen Lerninhalt dar (Hilbert et al., 2008). Die daraus resultierende Bedeutung der Vermittlung heuristischer Vorgehensweisen ist bereits zum Gegenstand mehrerer empirischen Untersuchungen geworden. Nachfolgend werden Befunde von Reiss et al. (2008) zusammengefasst dargelegt, die in einem Feldexperiment mit 243 Schüler_innen der achten Jahrgangsstufe aus zehn Gymnasialklassen heuristische Lösungsbeispiele zu geometrischen Beweisen untersucht haben: Während die Treatmentgruppe mit heuristischen Lösungsbeispielen und darin implementierten Selbsterklärungsprompts arbeitete, erfolgte in der Kontrollgruppe ein gemeinsames, lehrkräftegeleitetes Ausarbeiten von Beweisen. Ein vergleichender Pre-Post-Test zeigte daraufhin signifikant bessere Leistungen der Treatmentgruppe hinsichtlich der Bearbeitung von geometrischen Beweisaufgaben im Vergleich zur Kontrollgruppe.

Allerdings ist zu hinterfragen, ob man die Befunde von Reiss et al. (2008) nicht nur auf ähnliche Anwendungskontexte, sondern darüber hinaus auch auf weitere nicht-algorithmische Lerninhalte übertragen kann, woran sich unmittelbar die Herausstellung empirischer Befunde zur Förderung von Modellierungskompetenz anschließt.

Förderung von Modellierungskompetenz durch heuristische Lösungsbeispiele

So stellt auch Modellieren – ebenfalls als eigene Kompetenz in den Bildungsstandards des Faches Mathematik – einen nicht-algorithmischen Lerninhalt dar, zu dessen Förderung sowohl Zöttl (2010) als auch Tropper (2019) den Einsatz heuristischer Lösungsbeispiele untersuchten.

Zöttl (2010) konnte im Rahmen einer Untersuchung (angelegt als Pre-Post-Design) an insgesamt 316 Schüler_innen herausfinden, dass der Einsatz von heuristischen Lösungsbeispielen zu einer Steigerung der Modellierungskompetenz beitrug. Wenngleich Zöttl (2010) zwar von einer geringen Steigerung spricht, so konnte sie die bis dahin geltende Vermutung, dass Lösungsbeispiele auch zur Entwicklung von Modellierungskompetenz beitragen, bestätigen. Ihre Ergebnisse zeigen dabei, dass tendenziell insbesondere Schüler_innen mit wenig Vorwissen von Lösungsbeispielen profitierten.

Tropper (2019) untersuchte den Einsatz von Lösungsbeispielen an 17 Schüler_innen des achten Jahrganges einer Oberschule im Rahmen einer qualitativ angelegten Laboruntersuchung: Während in zwei Treatmentgruppen eine Bearbeitung von vier Modellierungsaufgaben mit Hilfe heuristischer Lösungsbeispiele erfolgte (in einer Treatmentgruppe waren Aufforderungen zu Selbsterklärungen integriert, wäh-

rend eine zweite Treatmentgruppe das gleiche Lösungsbeispiel ohne Aufforderungen zu Selbsterklärungen bearbeitete), bearbeitete die Kontrollgruppe die gleichen vier Modellierungsaufgaben ohne den Einsatz heuristischer Lösungsbeispiele, mit dem Ergebnis, dass sich in einem qualitativen Pre-Post-Test-Vergleich in den Treatmentgruppen mehr Lösungselemente zeigten als in der Kontrollgruppe. Den größten Zuwachs an Lösungselementen verzeichnete dabei diejenige Treatmentgruppe, in dessen heuristische Lösungsbeispiele zusätzlich Selbsterklärungsprompts implementiert wurden.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass Lösungsbeispiele offenbar geeignet sind, um Argumentations- und Modellierungskompetenz (weiter) zu entwickeln. Dennoch bleiben verschiedene Aspekte offen, zu denen es weiterer empirischer Untersuchungen bedarf. Denn: Insbesondere mit Blick auf die Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz ist nach wie vor unklar, inwiefern Lösungsbeispiele – insbesondere unterschieden in papier- und videobasierte – hierfür einen Mehrwert darstellen. Aus diesem Grund richtet sich der nachfolgende Abschnitt explizit der Möglichkeit, die Entwicklung von Problemlösekompetenz mit Hilfe von Lösungsbeispielen zu fördern.

2.4.2 Lösungsbeispiele zur Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz

Vor dem Hintergrund der in Abschnitt 2.2.3 beschriebenen „*Cognitive-Load-Theory*“ und des mit dem Einsatz von Lösungsbeispielen verbundenen Ziels, das Arbeitsgedächtnis kognitiv zu entlasten und damit einen Aufbau kognitiver Strukturen zu begünstigen (Renkl et al., 2003), wird in diesem Abschnitt herausgestellt, wie sich Lösungsbeispiele als Lernmaterial zur Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz eignen können.

Lösungsbeispiele sind zur Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz auf die jeweils gegebene Problemstellung derart auszurichten, dass ein selbstständiges Bearbeiten von Problemlöseaufgaben gefördert wird, mit dem Ziel, dass Phasen des Problemlösens strukturiert durchlaufen und jeweils geeignete Heurismen ausgewählt und angewendet werden können (van Gog et al., 2008; Zöttl, 2010). Wie eine solche Förderung der Kompetenzentwicklung durch Lösungsbeispiele vorgenommen werden kann, wird nachfolgend näher beschrieben.

Förderung, Problemlöseaufgaben entlang von Phasen zu bearbeiten

Schüler_innen fällt es oftmals schwer, Problemlöseaufgaben (strukturiert) zu bearbeiten, die Bearbeitung zielführend zu planen und aufrechtzuerhalten (Heinrich et al., 2015). Aus diesem Grund ist es ein notwendiges Erfordernis, Schüler_innen mit Hilfe von Lösungsbeispielen zu vermitteln, wie Problemlöseaufgaben strukturiert entlang von Pólyas Phasen (s. Abschnitt 1.2.2) bearbeitet werden können. Hierzu

kann die Präsentation eines Lösungsbeispiels selbst entlang der vier Phasen erfolgen, sodass diese verdeutlicht werden und Schüler_innen ein selbstständiges Durchlaufen von Phasen kennenlernen. Mit Hilfe von anschließenden Übungsaufgaben können Schüler_innen dann ein selbstständiges, strukturiertes Durchlaufen der Phasen üben (Heinrich et al., 2015).

Förderung, Heurismen auszuwählen und anzuwenden

Die Bearbeitung von Problemlöseaufgaben erfordert darüber hinaus Kenntnisse über Heurismen (s. Abschnitt 1.2.3). Sollen Kenntnisse über Heurismen mit Hilfe von Lösungsbeispielen vermittelt werden, geht es neben der Förderung von grundsätzlichem Hintergrundwissen über jeweilige Heurismen (Mayer & Wittrock, 2006) auch um die Förderung, geeignete Heurismen auszuwählen und anzuwenden (Bruder & Collet, 2011b), sodass insbesondere Einsatzbedingungen für Heurismen verdeutlicht werden. Dadurch kann sowohl die Auswahl als auch die flexible Anwendung von Heurismen in Abhängigkeit zur jeweils gegebenen Problemlöseaufgabe gefördert werden (Montague, 1992). Lösungsbeispiele sollten daher neben der Präsentation der reinen Lösungsprozedur auch die Auswahl und die Anwendung von geeigneten Heurismen explizieren, indem diese veranschaulicht und begründet ausgewählt und angewendet werden (van Gog et al., 2008).

3 Forschungsinteresse und Herleitung der Forschungsfragen

In den vorangegangenen Abschnitten zur theoretischen Rahmgebung der zugrundeliegenden Arbeit wurde herausgestellt, dass es sich bei der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben – als nicht-algorithmischer Lerninhalt – um eine überaus herausfordernde Kompetenz der Bildungsstandards des Faches Mathematik handelt, dessen Entwicklung explizit zu fördern ist. Die Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz liegt dabei u. a. darin, Problemlöseaufgaben selbstständig entlang von Phasen zu bearbeiten, dafür geeignete Heurismen auszuwählen und diese erfolgreich anzuwenden, um möglichen Herausforderungen – die mit der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben einher gehen – entgegenzuwirken, sodass Schüler_innen am Ende der Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe sagen können „Heureka – ich hab’s geschafft“ (s. Abschnitt 1).

Zur Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz von Schüler_innen sind geeignete Lernmaterialien einzusetzen, welche sich dabei explizit für die Vermittlung nicht-algorithmischer Lerninhalte zu eignen haben. Abschnitt 2 dieser Arbeit hat deutlich gemacht, dass ein zentrales Lernelement der Einsatz von Lösungsbeispielen darstellen kann. Bei einem Einsatz von Lösungsbeispielen sind jedoch, zur Entfaltung ihres lernförderlichen Potentials, Gestaltungsprinzipien zu berücksichtigen. Neben der Präsentation von Lösungsschritten, sind die Auswahl und Anwen-

derung von geeigneten Heurismen herauszustellen und die Lösungsschritte durch implementierte Selbsterklärungsprompts weiter zu festigen. Durch die Formulierung von Selbsterklärungen werden Schüler_innen aufgefordert das Lösungsbeispiel aktiv zu bearbeiten, anstatt dieses lediglich passiv zu konsumieren. Lösungsbeispiele treten zwar traditionell insbesondere papierbasiert in Erscheinung, doch auch der Einsatz von videobasierten Lösungsbeispielen (ausgestaltet als Erklärvideo) kann eine dem Nutzungsverhalten von Schüler_innen entsprechende Alternative bieten.

Während Schüler_innen bei Bedarf nochmals durch ein papierbasiertes Lösungsbeispiele blättern können, etwa um sich nicht verstandene Lösungsschritte nochmals durchzulesen, kann bei einem videobasierten Lösungsbeispiel zu einer Passage zurückgespult werden, um sich diese nochmals anzuschauen und erklären zu lassen. Doch schließt sich daran unmittelbar die bislang unbeantwortete Frage an, inwiefern aus mathematikdidaktischer Sicht papier- und videobasierte Lösungsbeispiele, als Lernmaterial zur Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz, überhaupt einen Mehrwert darstellen.

Um hinsichtlich dieses Forschungsdesiderats einen wissenschaftlichen Beitrag zu leisten, soll in einer empirischen Untersuchung der Frage nachgegangen werden, welchen Beitrag papier- und videobasierte Lösungsbeispiele zur Förderung der Entwicklung von Problemlösekompetenz leisten. Daraus resultiert folgende Forschungsfrage, welche in weitere Teilforschungsfragen wie folgt untergliedert wird:

Welche Veränderung des Bearbeitungserfolgs bei Problemlöseaufgaben zur Flächeninhaltsberechnung zeigen Schüler_innen – hinsichtlich der Auswahl und Anwendung von Heurismen – durch die Bearbeitung eines papier- bzw. eines videobasierten Lösungsbeispiels? (*Veränderung des Bearbeitungserfolgs bei Problemlöseaufgaben*)

1. Wie erfolgreich bearbeiten Schüler_innen – hinsichtlich der Auswahl und Anwendung von Heurismen – **vor** der Bearbeitung eines Lösungsbeispiels eine Problemlöseaufgabe zur Flächeninhaltsberechnung? (*Anfänglicher Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgaben*)
2. Wie erfolgreich bearbeiten Schüler_innen – in Form von formulierten Selbsterklärungen – ein Lösungsbeispiel zur Flächeninhaltsberechnung? (*Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen*)
3. a) Wie erfolgreich bearbeiten Schüler_innen – hinsichtlich der Auswahl und Anwendung von Heurismen – **nach** der Bearbeitung eines Lösungsbeispiels eine Problemlöseaufgabe zur? (*Anschließender Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgaben*)
b) Inwiefern nutzen Schüler_innen während der Bearbeitung der Problemlöseaufgabe das ihnen vorliegende Lösungsbeispiel als unterstützendes Lernmaterial, und welche Auswirkungen hat diese Nutzung auf die

Auswahl und Anwendung von Heuristiken? (*Nutzung eines Lösungsbeispiels*)

Im Folgenden werden die hergeleiteten Forschungsfragen näher erläutert und mit den theoretischen Überlegungen aus Teil A dieser Arbeit in Beziehung gesetzt:

Die erste Forschungsfrage (*anfänglicher Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgaben*) beantwortet, wie erfolgreich Schüler_innen vor der Bearbeitung eines Lösungsbeispiels eine Problemlöseaufgabe zur Flächeninhaltsberechnung bearbeiten können. Der Bearbeitungserfolg hängt maßgeblich von einer geeigneten Auswahl und Anwendung von Heuristiken (s. Abschnitt 1.2.3) ab und wird bewertet nach einem an Rott (2013) angelehnten Bewertungsschema (s. Abschnitt 1.2.4), welches in Teil B dieser Arbeit ausführlich vorgestellt wird.

Die zweite Forschungsfrage (*Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen*) beantwortet, wie erfolgreich Schüler_innen bei erstmaliger Ansicht eines Lösungsbeispiels Selbsterklärungen zu präsentierten Heuristiken formulieren. Hierfür sind in den Lösungsbeispielen Aufforderungen zu Selbsterklärungen integriert (s. Abschnitt 2.3.3), welche von den Schüler_innen schriftlich zu formulieren sind und ebenfalls ausführlich in Teil B dieser Arbeit beschrieben sind.

Forschungsfrage 3a (*anschließender Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgaben*) bewertet – wie bereits die erste Forschungsfrage – den Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgaben. Im Gegensatz zur ersten Forschungsfrage wird hier der Bearbeitungserfolg nach erfolgter Ansicht eines Lösungsbeispiels bewertet. Schüler_innen verfügen bei dieser Bearbeitung dank der vorherigen Bearbeitung eines Lösungsbeispiels über ein Repertoire an geeigneten Heuristiken, um die gegebene Problemlöseaufgabe erfolgreich bearbeiten zu können.

Bei der Forschungsfrage 3b (*Nutzung eines Lösungsbeispiels*) wird der Fokus auf diejenigen Schüler_innen gerichtet, welche während der Bearbeitung der Problemlöseaufgabe aus Forschungsfrage 3a nochmals auf das Lösungsbeispiel zurückgreifen und dieses als individuelles Lernmaterial für die selbstständige Bearbeitung nutzen. Dabei ist neben der Analyse einer Nutzung insbesondere von Bedeutung, die Auswirkungen einer solchen Nutzung hinsichtlich der Auswahl und Anwendung von Heuristiken in den Blick zu nehmen.

Basierend auf den zuvor beantworteten Teilforschungsfragen erfolgt anschließend die Beantwortung der Hauptforschungsfrage, indem die Veränderung des Bearbeitungserfolgs bei Schüler_innen im Laufe der Laboruntersuchung – also im Verlauf der Forschungsfragen 1 bis 3 – analysiert wird; so dient die Veränderung des Bearbeitungserfolgs als Indikator, Schlussfolgerungen zur Entwicklung von Problemlösekompetenz ziehen zu können.

Teil B: Methodisches Vorgehen

4 Methodische Anlage der Untersuchung

Ausgehend von dem in Abschnitt 3 dargelegten Forschungsinteresse und den zu beantwortenden Forschungsfragen gilt es zunächst, auf die methodische Anlage der Untersuchung einzugehen, da es im Allgemeinen verschiedene forschungsmethodische Ansätze zur Beantwortung von Forschungsfragen gibt. Dafür erfolgt in Abschnitt 4.1 zunächst die Darlegung methodischer Kriterien zur Wahl des Untersuchungsdesigns, auf dessen Beschreibung basierend anschließend in Abschnitt 4.2 das der Untersuchung zugrundeliegende Untersuchungsdesign vorgestellt wird.

4.1 Wahl des Untersuchungsdesigns

Erhebungs- und Auswertungsmethoden sind insbesondere nach dem Forschungsstand, dem Forschungsinteresse und letztlich nach den zu beantwortenden Forschungsfragen auszurichten und differenzieren dabei insbesondere danach, ob eine Hypothese zunächst zu generieren oder zu überprüfen ist, ob die Datenerhebung in Form einer Felduntersuchung oder einer Laboruntersuchung erfolgt sowie ferner ob eine experimentelle oder quasiexperimentelle Untersuchung durchgeführt wird (Hug & Poscheschnik, 2020). Nachfolgend erfolgt eine Beschreibung dieser Kriterien sowie jeweilige Begründungen zur Wahl des Untersuchungsdesigns.

Hypothesengenerierung vs. Hypothesenüberprüfung

Die Entscheidung, ob ein Untersuchungsdesign hypothesengenerierend oder hypothesenüberprüfend ausgerichtet ist, wird maßgeblich vom aktuellen Forschungsstand bestimmt (Bortz & Döring, 2006). Wesentlich ist dabei die Frage, ob sich auf Basis des Forschungsstandes bereits gut begründete Hypothesen ableiten und überprüfen lassen (hypothesenüberprüfende bzw. explanative Untersuchung) oder ob Hypothesen zunächst zu generieren sind (hypothesengenerierende bzw. explorative Untersuchung) (Bortz & Döring, 2006). Bei explorativen Untersuchungen besteht das Forschungsinteresse vorwiegend darin, individuelle Beobachtungen von Populationen oder Phänomenen hinsichtlich bestimmter Merkmale zu beschreiben (Bortz & Döring, 2006), wobei sich oftmals noch keine Hypothesen überprüfen lassen, sondern diese zunächst zu generieren sind.

In Abschnitt 1.3 erfolgte bereits eine Darlegung, dass insbesondere der Forschungsstand hinsichtlich einer Unterstützung der Entwicklung von Problemlösekompetenz durch geeignete Lernmaterialien noch lückenhaft ist. Damit einhergehend liegt bislang noch keine ausreichende empirische Evidenz hinsichtlich einer Unterstützung der Entwicklung von Problemlösekompetenz durch papier- und videobasierte Lösungsbeispiele als Lernmaterial vor. Da darüber hinaus der Fokus

der zu beantwortenden Forschungsfragen insbesondere auf einer Beobachtung individueller Bearbeitungsprozesse bei Schüler_innen lag, erfolgte die Durchführung einer hypothesengenerierenden (explorativen) Untersuchung.

Felduntersuchung vs. Laboruntersuchung

Die Durchführung einer Felduntersuchung (z. B. im Klassenraum) ermöglicht eine lebensnahe, natürliche Untersuchungsumgebung und weist damit eine hohe externe Validität (Verallgemeinerbarkeit der Ergebnisse) auf. Dies geht jedoch oft zu Lasten der internen Validität (Verlässlichkeit der Ergebnisse), da mögliche Störfaktoren nicht ausreichend kontrolliert werden können. Laboruntersuchungen verzichten auf Grund ihrer kontrollierten Untersuchungsumgebung ganz bewusst auf eine lebensnahe, natürliche Untersuchungsumgebung und legen damit besonderen Wert auf die Kontrolle untersuchungsbedingter Störfaktoren (Bortz & Döring, 2006; Eifler, 2014). Bei einer Wahl zwischen Feld- und Laboruntersuchung, sind insbesondere bereits durchgeführte Untersuchungen in den Blick zu nehmen: Existieren zum Forschungsinteresse bereits vielfältige Laboruntersuchungen, mag es kaum noch Zweifel an der internen Validität der Forschungserkenntnisse geben, sodass man weitere Forschungsvorhaben vorwiegend im Feld und weniger im Labor vornimmt (Bortz & Döring, 2006).

Zur Schließung der bereits in Abschnitt 3 herausgestellten Forschungslücke erfolgte die Durchführung der Untersuchung in Form einer Laboruntersuchung, um im Rahmen einer kontrollierten Untersuchungsumgebung – und damit einhergehend unter der Kontrolle untersuchungsbedingter Störfaktoren – Forschungserkenntnisse zu generieren, auch wenn sich die Forschungserkenntnisse dann nicht (unmittelbar) auf reale Unterrichts- bzw. Lernkontexte übertragen lassen. Das Ziel im Rahmen dieser Laboruntersuchung war, detaillierte Erkenntnisse über individuelle Bearbeitungsprozesse zu erlangen, welche Rückschlüsse auf eine Unterstützung zur Entwicklung von Problemlösekompetenz bei Schüler_innen durch papier- und video-basierte Lösungsbeispiele erlauben.

Da man jedes Untersuchungsdesign darüber hinaus noch hinsichtlich ihrer Zuteilung auf Treatmentgruppen charakterisiert, erfolgt abschließend eine Differenzierung des Untersuchungsdesigns hinsichtlich experimenteller und quasiexperimenteller Untersuchungen.

Experimentelle vs. Quasiexperimentelle Untersuchung

Während bei der Wahl zwischen Feld- oder Laboruntersuchung die Möglichkeit der Kontrolle untersuchungsbedingter Störfaktoren im Fokus steht, differenzieren experimentelle und quasiexperimentelle Untersuchungsdesigns nach personenbedingten Störfaktoren hinsichtlich der Zuteilung auf Treatmentgruppen: Bei einer experimentellen Untersuchung erfolgt die Zuteilung von Proband_innen zufällig (randomisiert) und damit ohne explizite Kontrolle personenbedingter Merkmale (wie etwa Al-

ter oder Geschlecht), wohingegen die Zuteilung in einer quasiexperimentellen Untersuchung kontrolliert, hinsichtlich festgelegter personenbedingter Merkmale, erfolgt (Bortz & Döring, 2006). Experimentelle Untersuchungen eignen sich insbesondere bei großen Stichproben (wie sie vorwiegend bei quantitativen Untersuchungen vorkommen), da mögliche Stichprobenfehler – bedingt durch eine randomisierte Zuteilung auf Treatmentgruppen – bei ausreichend großen Stichproben neutralisiert werden können (Kelle & Kluge, 2010). Dagegen ist es insbesondere bei kleinen Stichproben, zur Vermeidung (zufälliger) personenbedingter Stichprobenfehler, empfehlenswert, eine quasiexperimentelle Untersuchung durchzuführen, sodass eine kontrollierte Zuteilung gemäß festgelegter, personenbedingter Merkmale auf die Treatmentgruppen erfolgt (Bortz & Döring, 2006).

Da qualitative Untersuchungsdesigns auf Grund ihres hauptsächlichen Interesses an individuellen Beobachtungen überwiegend auf kleinen Stichproben beruhen (Hug & Poscheschnik, 2020), erfolgte eine quasiexperimentelle Zuteilung auf die Treatmentgruppen.

4.2 Vorstellung des Untersuchungsdesigns

Das aus den zuvor beschriebenen Vorüberlegungen resultierende Untersuchungsdesign ist grafisch in Abbildung 10 dargestellt und besteht aus den Elementen einer Auswählerhebung vor einer Teilnahme an der Laboruntersuchung und der Laboruntersuchung selbst. Die Laboruntersuchung besteht aus einer vorgelagerten Aufgabenbearbeitung, einem Treatment (bestehend aus zwei Treatmentgruppen) sowie einer sich an das Treatment anschließenden selbstständigen Aufgabenbearbeitung. Eine Vorstellung der einzelnen Elemente findet nachfolgend zunächst lediglich grundlegend und einführend statt. Ausführlich erfolgt eine Beschreibung der einzelnen Bestandteile dann zur Auswählerhebung in Abschnitt 5 und zur Laboruntersuchung in Abschnitt 6.

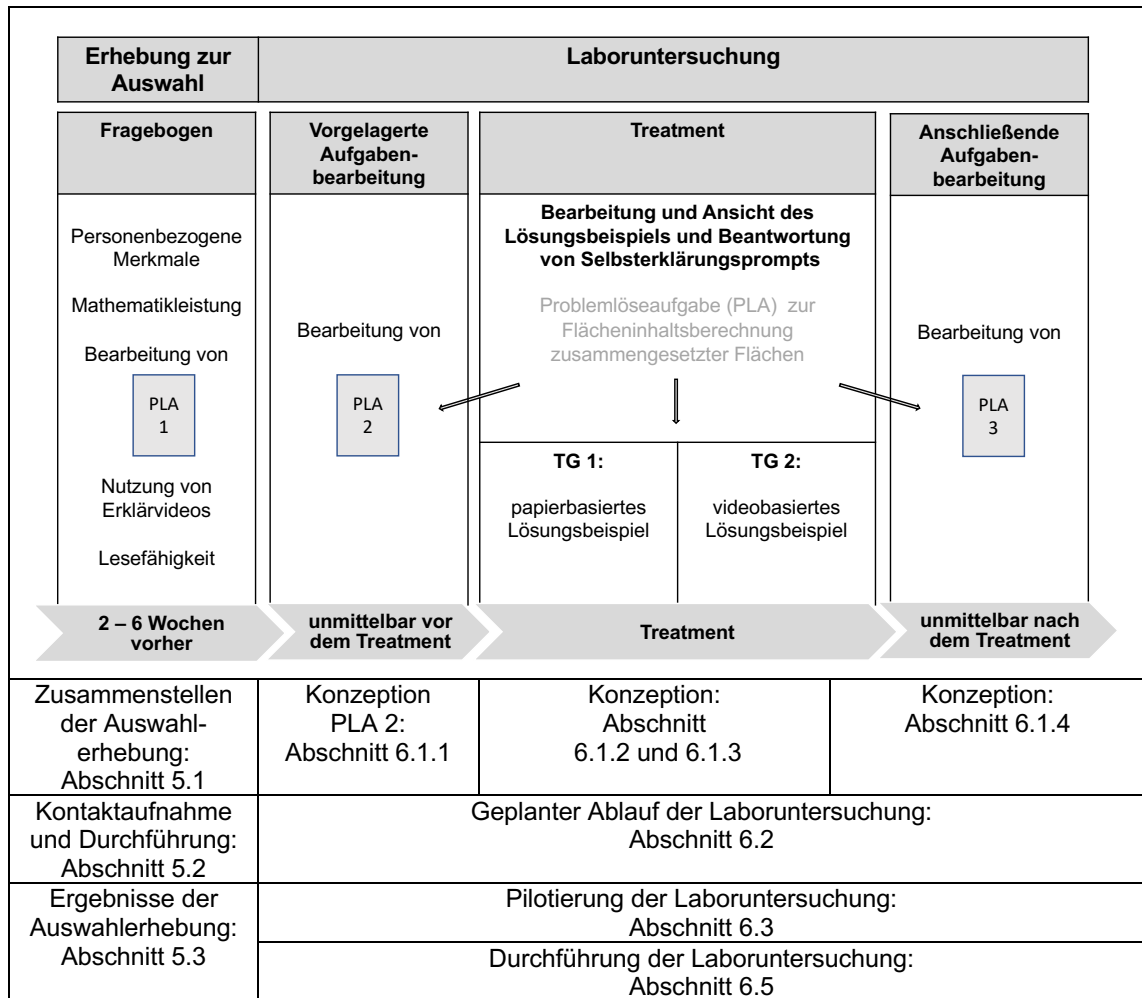


Abbildung 10: Untersuchungsdesign
 Grafik angelehnt an Tropper (2019, S. 102)

Auswahltestung

Zwei bis sechs Wochen vor der Laboruntersuchung erfolgte die Durchführung einer Auswahlerhebung, mit Hilfe des Einsatzes des in Anhang I beigefügten Fragebogens. Die Auswahltestung diente dazu, personenbezogene Merkmale und Hintergrundinformationen über potenzielle Teilnehmer_innen (also Schüler_innen) zu erheben. Der Fragebogen enthielt dabei neben personenbezogenen Merkmalen und Angaben zur Mathematikleistung ferner eine selbstständig zu bearbeitende Problemlöseaufgabe (PLA 1) sowie Fragen zur Nutzung von Erklärvideos für schulbezogene Zwecke und Fragen zur Selbsteinschätzung der Lesefähigkeit. Eine ausführliche Beschreibung der einzelnen Bestandteile erfolgt in Abschnitt 5.1.

Vorgelagerte Aufgabenbearbeitung

Damit sich zwischenzeitliche Veränderungen in der Fähigkeit, Problemlöseaufgaben erfolgreich zu bearbeiten, kontrollieren lassen, galt es unmittelbar vor dem Treatment und vor Ort, unter Aufsicht der Testleitung, eine weitere Problemlöseaufgabe (PLA 2) zu bearbeiten. Auf Basis des darin identifizierten Bearbeitungserfolgs

erfolgte dann eine parallelisierte Zuteilung auf zwei Treatmentgruppen. Eine Vorstellung der Problemlöseaufgabe PLA 2 erfolgt in Abschnitt 6.1.1.

Treatment

Im Rahmen des Treatments erfolgte die Bearbeitung eines Lösungsbeispiels, in welcher die Präsentation einer Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe erfolgte. Die Lösungsbeispiele unterschieden sich dabei wie folgt in den Treatmentgruppen: In der Treatmentgruppe TG 1 erfolgte die Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels und in der Treatmentgruppe TG 2 die Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels. Die Beschreibung der Konzeption beider Lösungsbeispiele erfolgt in Abschnitt 6.1.2 (papierbasiertes Lösungsbeispiel) bzw. Abschnitt 6.1.3 (videobasiertes Lösungsbeispiel).

Anschließende Aufgabenbearbeitung

Die sich unmittelbar an das Treatment angeschlossene Aufgabenbearbeitung umfasste die selbstständige Bearbeitung einer weiteren Problemlöseaufgabe (PLA 3), deren Vorstellung in Abschnitt 6.1.4 erfolgt. Während der Bearbeitung von Problemlöseaufgabe PLA 3 war es den Schüler_innen ausdrücklich erlaubt, jederzeit auf das ihnen vorliegende und im vorausgegangenen Treatment bearbeitete Lösungsbeispiel zurückzugreifen und dieses als unterstützendes Lernmaterial zu nutzen.

5 Erhebung zur Auswahl von Schüler_innen

Diente der vorherige Abschnitt grundlegenden methodischen Vorüberlegungen und einer einführenden Vorstellung der Anlage des Untersuchungsdesigns, widmet sich dieser Abschnitt ausführlich der Erhebung zur Auswahl von Schüler_innen. Dafür erfolgt in Abschnitt 5.1 zunächst die Vorstellung der Auswahlinstrumente. In Abschnitt 5.2 folgt dann das Vorgehen der Kontaktaufnahme zu Schulen und damit einhergehend die Beschreibung der Durchführung der Auswählerhebung, sodass sich in Abschnitt 5.3 die Präsentation der Ergebnisse der Auswählerhebung anschließt.

5.1 Zusammenstellen der Auswählerhebung

Das Zusammenstellen der Instrumente für die Auswählerhebung war maßgeblich von Corona-bedingten Schulschließungen und den zum Zeitpunkt der Durchführung geltenden pandemischen Bestimmungen/ Möglichkeiten beeinflusst. Während der Konzeption der Untersuchung war es ursprünglich die Idee, in einem gesamten Jahrgang standardisierte, normierte Testinstrumente zur Auswahl anzuwenden (wie etwa DEMAT 6+ zur Erhebung von Mathematikleistung (Götz et al., 2013) oder SLS 5-8 zur Erhebung der Lesefähigkeit (Auer et al., 2005)). Pandemiebedingt musste jedoch auf Grund von Schulschließungen die Auswählerhebung als Onlineformat

konzipiert werden, da zum Zeitpunkt der Durchführung der Schulunterricht im Distanzunterricht von Zuhause erfolgte. Die Durchführung als Onlineformat bedingte daraufhin eine grundlegende Abänderung der eigentlich geplanten Konzeption und des darin geplanten Einsatzes standardisierter Testinstrumente, da diese unter Aufsicht in einem engen zeitlichen Rahmen stattfinden, was in einem Onlineformat auf Distanz nicht umsetzbar war.

Die einzelnen Bestandteile des Online-Fragebogens sind in Abbildung 11 skizziert (und vollumfänglich in Anhang I) und werden nachfolgend ausführlich vorgestellt. Der Fragebogen wurde mit Hilfe der Software LimeSurvey technisch aufbereitet und online bereitgestellt. Beispielitems sowie Antwortformate sind darüber hinaus in Form einer Kurzübersicht der Tabelle 5 in diesem Abschnitt zu entnehmen.

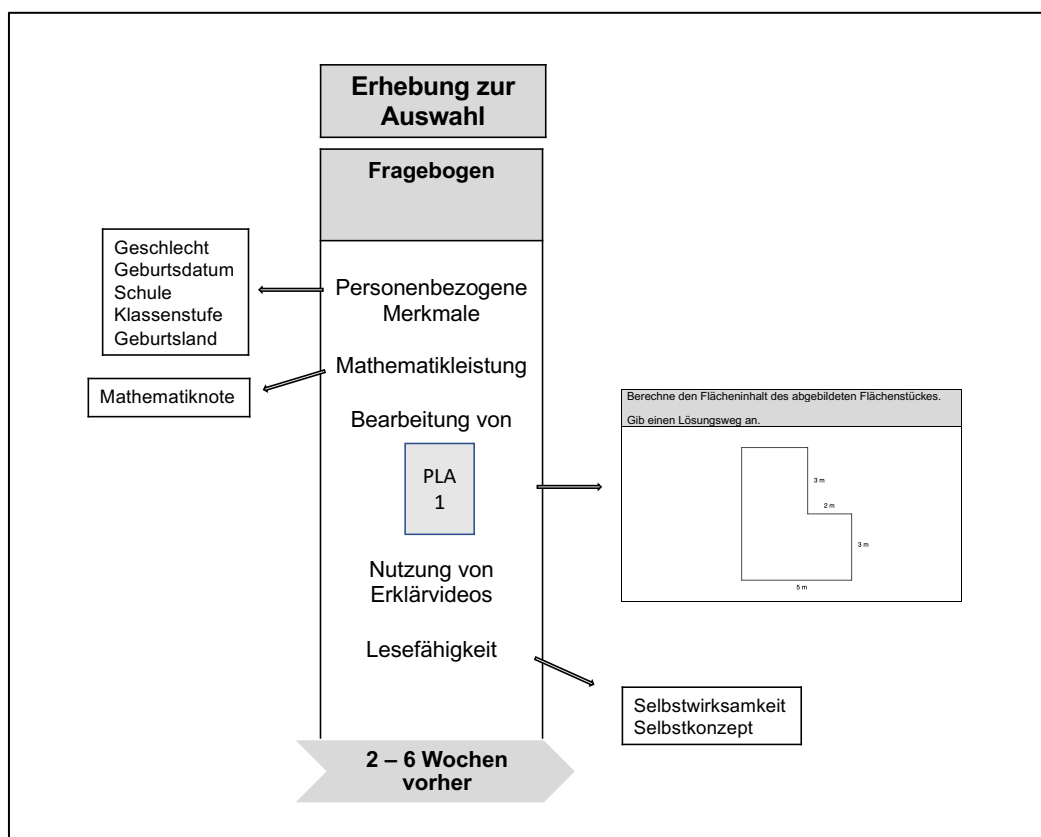


Abbildung 11: Übersicht Auswahlerhebung

Personenbezogene Merkmale

Zur Erfassung personenbezogener Merkmale erfolgten im Fragebogen Fragen nach dem Geschlecht, dem Geburtsdatum, der Schule, der Klassenstufe sowie nach dem Geburtsland, um personenbezogene Hintergrundvariablen über die spätere Stichprobe zu erhalten.

Mathematikleistung

Damit trotz des Verzichts des Einsatzes standardisierter Mathematik-Leistungstests dennoch (wenigstens indikative) Informationen hinsichtlich der Mathematikleistung

der Schüler_innen vorlagen, erfolgte die Frage nach der Mathematiknote im letzten Zeugnis, wenngleich diese Noten über verschiedene Klassen und Schulen hinweg nicht vergleichbar und damit nur bedingt interpretierbar sind.

Problemlösen

Für eine Einschätzung der individuellen Fähigkeit, Problemlöseaufgaben erfolgreich zu bearbeiten, erfolgte die Implementierung der in Abbildung 12 dargestellten Problemlöseaufgabe PLA 1 zur selbstständigen Bearbeitung. Maßgabe der eingesetzten Problemlöseaufgabe sollte sein, dass sie „schwierig genug aber zugleich bewältigbar“ war (Bruder, 2003) und insbesondere die Anwendung mehrerer zielführender Lösungswege ermöglichte (Holzäpfel et al., 2018), damit verschiedene Kombinationen – und nicht nur eine mögliche Kombination – aus Heuristiken auszuwählen und anzuwenden waren. Die eingesetzte Problemlöseaufgabe PLA 1 ist adaptiert (im Original von Bruder et al. (2018, S. 25)) und kann u. a. mit Auswahl und Anwendung der heuristischen Strategie „Rückführung von Unbekanntem auf Bekanntes“ und den heuristischen Prinzipien der Ergänzung wie auch der Zerlegung (s. Abschnitt 1.2.3) gelöst werden. Da man allerdings weder zwischenzeitliche Veränderungen in der Fähigkeit, Problemlöseaufgaben erfolgreich zu bearbeiten, ausschließen noch eine selbständige Bearbeitung durch die Schüler_innen kontrollieren konnte, diente Problemlöseaufgabe PLA 1 lediglich zu einer ersten Orientierung.

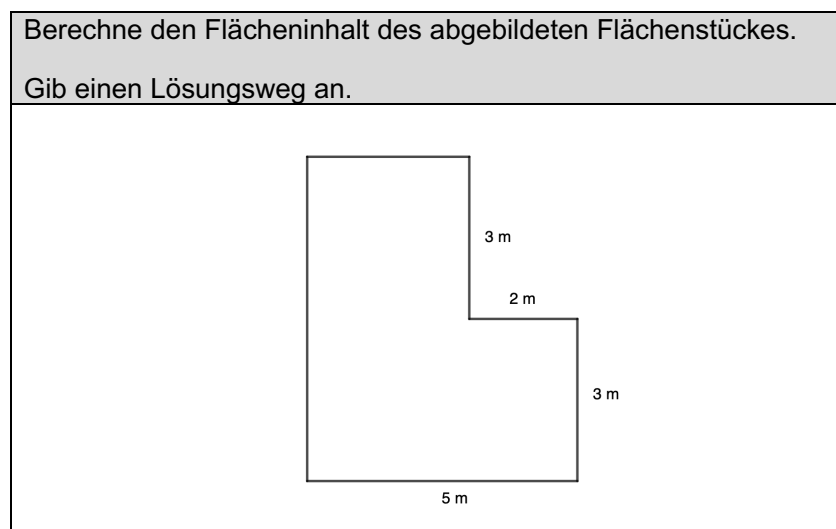


Abbildung 12: Problemlöseaufgabe der Auswählerhebung (PLA 1)

Nutzung von Erklärvideos

Hinsichtlich einer Nutzung videobasierter Lösungsbeispiele für schulbezogene Zwecke bedurfte es einer kontrollierenden Hintergrundvariable¹⁰. Denn: Lernmaterialien bieten nur dann eine Unterstützung zur Entwicklung von Kompetenzen, wenn sie mit den Nutzungsgewohnheiten von Schüler_innen übereinstimmen (Schenkel

¹⁰ Im Rahmen der durchgeführten Auswählerhebung sind weitere Hintergrundvariablen zu Emotionen, Gründe, zur Lernförderlichkeit sowie zum persönlichen Nutzen erhoben worden. Die Items können dem Anhang I entnommen werden, sie finden jedoch im Rahmen der vorliegenden Arbeit keine weitere Berücksichtigung.

& Tergan, 2004). Der Begriff „Erklärvideos“ wird in der Auswählerhebung als „Synonym“ für videobasierte Lösungsbeispiele verwendet, da dieser Begriff den Schüler_innen geläufig ist.

Lesefähigkeit

Sprachverständnis ist ein wichtiger Faktor für Mathematikleistungen (Prediger & Wessel, 2018): Da insbesondere bei der Ansicht und Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels (TG 1) aber auch zum Verstehen der Aufgabenstellung der gegebenen Problemlöseaufgaben eine grundsätzliche Lesefähigkeit vorauszusetzen ist, erfolgte zur Selbsteinschätzung der Lesefähigkeit der Einsatz von Skalen zur Leseselbstwirksamkeit und zum Leseselbstkonzept (Beispielitems sind ebenfalls der Tabelle 5 zu entnehmen). Die eingesetzten Skalen wurden adaptiert von KESS 4 (Bos et al., 2016). Eine detaillierte Skalenübersicht kann man zusätzlich dem Anhang II entnehmen.

Rubrik	Merkmal/ Skala/ Aufgabe	Beispielitem	Antwortformat	Verwendung
Personenbezogene Merkmale	Geschlecht	<i>Bist du ein Mädchen oder ein Junge?</i>	Mädchen Junge	Besetzung Stichprobenplan (Abschnitt 6.4.1)
	Geburtsdatum	<i>Wann bist du geboren?</i>	tt.mm.jjjj	Hintergrundvariable (Abschnitt 6.4.2)
	Schule	<i>Auf welche Schule gehst du?</i>	Freitext	Kontrolle Schulzugehörigkeit (Abschnitt 6.4.1)
	Klassenstufe	<i>Welche Klassenstufe besuchst du aktuell?</i>	5 – 10	Kontrolle Klassenstufe (Abschnitt 6.4.1)
	Geburtsland	<i>In welchem Land bist du geboren?</i>	Freitext	Hintergrundvariable (Abschnitt 5.3)
Mathematikleistung	Mathematiknote	<i>Welche Mathematiknote hastest du auf deinem letzten Zeugnis?</i>	1 (sehr gut) 2 (gut) 3 (befriedigend) 4 (ausreichend) 5 (mangelhaft) 6 (ungenügend)	Hintergrundvariable (Abschnitt 6.4.2)
Problemlösen	Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe	<i>Berechne den Flächeninhalt des abgebildeten Flächenstückes.</i>	Freitext	Erste Überprüfung der Fähigkeit Zerlegungs-/

				Ergänzungsprinzip anzuwenden (Abschnitt 5.3)
Nutzung von Erklärvideos	Nutzung	<i>Schaust du dir für das Bearbeiten von Mathematikaufgaben oder für das Lernen Erklärvideos an?</i>	Ja Nein	Hintergrundvariable (Abschnitt 5.3)
Lesefähigkeit	Selbstwirksamkeit (8 Items)	<i>Ich kann mein Verständnis von einer Sache/ Aufgabe mit Hilfe eines Textes verbessern.</i>	stimme nicht zu (--) stimme eher nicht zu (-)	Hintergrundvariable (Abschnitt 6.4.2)
	Selbstkonzept (3 Items)	<i>Lesen fällt mir leicht.</i>	stimme eher zu (+) stimme zu (++)	

Tabelle 5: Übersicht von Skalen und Beispielitems der Auswählerhebung

5.2 Kontaktaufnahme zu Schulen und Durchführung der Auswählerhebung

Für eine Durchführung der Auswählerhebung erfolgte die Kontaktaufnahme zu mehreren Schulen in Lüneburg (Niedersachsen) und zu einer Schule aus dem Kreis Schleswig-Flensburg (Schleswig-Holstein)¹¹. Nachfolgend erfolgt zunächst die Beschreibung des Vorgehens zur Kontaktaufnahme zu Schulen in Lüneburg und anschließend zur Schule in Schleswig-Holstein. Danach erfolgt eine Beschreibung der Durchführung der Auswählerhebung.

Zum Zeitpunkt der Kontaktaufnahme zu Schulen in Lüneburg im Februar 2021 waren diese pandemiebedingt für den Präsenzunterricht geschlossen und Lehrkräfte wie auch Schüler_innen überaus herausgefordert, mit der pandemischen Situation im Distanzunterricht umzugehen. So wurde für die Anfrage der Durchführung einer Auswählerhebung zwar grundsätzlich von allen angefragten Schulen Interesse bekundet, jedoch war die Bereitschaft, Schüler_innen an der Auswahltestung teilnehmen zu lassen und den dafür notwendigen Erstkontakt zwischen der Autorin dieser Arbeit und den Schüler_innen herzustellen, in vielen Fällen nicht gegeben. In Lüneburg erfolgte eine Kontaktaufnahme zu allen allgemeinbildenden Schulen der Sekundarstufe I und II (Oberschulen, integrierte Gesamtschulen, Gymnasien), wovon lediglich vier Schulen ihre Bereitschaft bekundeten, die Kontaktaufnahme zu unterstützen: Darunter eine Oberschule (OBS), eine integrierte Gesamtschule (IGS) und zwei Gymnasien. Wobei Schüler_innen des einen Lüneburger Gymnasiums lediglich im Rahmen der Pilotierung der Laboruntersuchung eingesetzt waren (s. Ab-

¹¹ Zur Wahrung der Anonymität wird auf eine nähere Angabe des Schulstandortes verzichtet, da sich in dem Schulort im Kreis Schleswig-Flensburg lediglich eine Gemeinschaftsschule und ein Gymnasium als weiterführende Schulen befinden.

schnitt 6.3) – und damit in diesem Abschnitt unberücksichtigt bleiben. Mit den jeweiligen Fachkoordinator_innen der Schulen erfolgten individuelle Absprachen, zu welchen Schüler_innen welcher Klassenstufen Kontakt aufzunehmen war. Die sich daraus ergebenden Klassenstufen der Lüneburger Schulen S1 bis S3 sind der Tabelle 6 zu entnehmen.

Auf Grund der geschilderten, schwierigen pandemischen Lage und der damit einhergehenden geringen Kooperationsfähigkeit von Schulen in Lüneburg erfolgte im April 2021 über private Kontakte die Kontaktaufnahme zu einem Klassen- und zugleich Mathematiklehrer einer sechsten Klasse einer Gemeinschaftsschule (GMS) im Kreis Schleswig-Flensburg, sodass weitere Schüler_innen an der Auswählerhebungen teilnehmen konnten.

Schule	Schulform	Klassenstufe	Begründung zur Auswahl ¹²
S1	OBS	6	Flächeninhaltsberechnung von Vierecken war zum Zeitpunkt der Kontaktaufnahme Gegenstand des Mathematikunterrichts. Daher konnte nach Abschluss des Themengebietes in diesen Klassenstufen mit der Auswählerhebung begonnen werden.
S2	IGS	6	
S3	Gymnasium	5	Flächeninhaltsberechnung von Vierecken lag zum Zeitpunkt der Kontaktaufnahme zwar schon ein Schuljahr zurück, dennoch erschien eine Wiederholung dessen – insbesondere vor dem Hintergrund der Flächenberechnung zusammengesetzter Figuren – sinnvoll.
		6	
S4	GMS	6	Flächeninhaltsberechnung von Vierecken war zum Zeitpunkt der Kontaktaufnahme Gegenstand des Mathematikunterrichts. Daher konnte nach Abschluss des Themengebietes in dieser Klasse mit der Auswählerhebung begonnen werden.

Tabelle 6: Kontaktaufnahme zu Schulen und Schüler_innen

Die Schüler_innen der jeweiligen Klassenstufen bzw. Klassen aus Tabelle 6 erhielten für eine Teilnahme an der Auswählerhebung das im Anhang III dargestellte Anschreiben bereitgestellt – in den Schulen S1 bis S3 digital über schuleigene Mailverteiler und in S4 papierbasiert, begleitet mit zusätzlichen Ankündigungen im Mathematikunterricht. Das Anschreiben informierte Schüler_innen wie Eltern über das intendierte Ziel der Laboruntersuchung und darüber, dass Schüler_innen bei einer freiwilligen Teilnahme an der Laboruntersuchung eine Aufwandsentschädigung in Höhe von 25,00 Euro erhalten. Über den im Anschreiben beigefügten Link oder auch über den darin beigefügten QR-Code konnten interessierte Schüler_innen online und ohne zeitliche Vorgabe an der Auswählerhebung teilnehmen. Für die Möglichkeit einer späteren Kontaktaufnahme – beispielsweise zur Terminierung von La-

¹² Die Inhalte des Treatments – auf welche sich die Begründung zur Auswahl stützt – kann sind dem Abschnitt 6.1 zu entnehmen.

borsitzungen – erfolgte im Anschluss die Frage nach dem Namen und einer Kontaktadresse bzw. Mailadresse, welche jedoch unmittelbar nach Abschluss der Auswählerhebung vom Datensatz getrennt und gelöscht wurden.

5.3 Ergebnisse der Auswählerhebung

Insgesamt haben aus den Schulen S1 bis S4 N=53 Schüler_innen an der Auswählerhebung teilgenommen, dessen Ergebnisse in diesem Abschnitt ausführlich dargestellt und darüber hinaus übersichtlich in Tabelle 7 aufgeführt sind. Basierend auf diesen N=53 Schüler_innen erfolgte die Auswahl der Untersuchungsstichprobe, welche in Abschnitt 6.4 ausführlich beschrieben ist.

Personenbezogene Merkmale

Von den N=53 Schüler_innen haben 22 (41.5%) Mädchen sowie 31 Jungen (58.5%) an der Auswählerhebung teilgenommen. Sie waren im Mittel $M=11.36$ ($SD=0.86$) Jahre alt.

Von ihnen besuchten ein_e (1.9%) Schüler_in die Schule S1 (Klassenstufe 6), zwei (3.8%) Schüler_innen S2 (wobei ein_e Schüler_in nicht die für die Untersuchung relevante 6. Klassenstufe, sondern die 7. Klassenstufe besuchte). 34 (64.2%) Schüler_innen besuchten S3, wovon 18 (34.0%) die Klassenstufe 5 und 16 (30.2%) die Klassenstufe 6 besuchten. Ferner besuchten 16 (30.2%) Schüler_innen S4 (Klassenstufe 6).

51 (96.2%) Schüler_innen gaben als Geburtsland Deutschland an, während zwei Schüler_innen (3.8%) nicht in Deutschland, sondern in Ägypten und in Syrien geboren sind.

Mathematikleistung

Die erhobene (indikative) Mathematikleistung in Form der Mathematiknote des letzten Zeugnisses lag im eher guten Bereich ($M=2.47$; $SD=1.01$), bei einer angegebenen Notenspanne von 1 bis 5.

Für eine erste Einschätzung der Fähigkeit, Problemlöseaufgaben erfolgreich zu bearbeiten, erfolgte eine Bewertung des Bearbeitungserfolgs¹³ der zu bearbeitenden Problemlöseaufgabe PLA 1 (s. Abbildung 12 in Abschnitt 5.1). Eine Codierung des Bearbeitungserfolgs erfolgte dabei nach dem Kategoriensystem aus Anhang X, welches in Abschnitt 7.3.3 ausführlich vorgestellt wird. Insgesamt erfolgte von elf (20.7%) Schüler_innen (0) *keine Bearbeitung*. Sieben (13.2%) Schüler_innen wählten (1) *keine geeigneten Heurismen* zur Bearbeitung der gegebenen Problemlöseaufgabe aus. Ein_e (1.9%) Schüler_in wählte zwar (2) *geeignete Heurismen aus*,

¹³ Im Gegensatz zu den in dieser Arbeit vorgenommenen Codierungen in Abschnitt 7.3.3 wurde PLA 1 lediglich einfach codiert.

wendete diese jedoch *nicht zielführend an*. 17 (32.1%) Schüler_innen wählten (3) *geeignete Heurismen aus und wendeten diese – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt an* und weiteren 17 (32.1%) Schüler_innen gelang es, (4) *geeignete Heurismen vollständig korrekt anzuwenden*. Zusammenfassend betrachtet erfolgte von 19 (35.8%) Schüler_innen *keine erfolgreiche Bearbeitung*, wohingegen es 34 (64.2%) Schüler_innen gelang, die Problemlöseaufgabe PLA 1 *erfolgreich zu bearbeiten*. Damit scheint die Bearbeitung solcher Problemlöseaufgaben für die ausgewählten Klassenstufen nicht zu schwer, aber auch nicht zu einfach gewesen zu sein, da mehr als ein Drittel der Schüler_innen offenbar in der Entwicklung ihrer Problemlösekompetenz zu unterstützen waren.

Nutzung von Erklärvideos

Hinsichtlich der Nutzung von Erklärvideos gaben 38 (71.7%) Schüler_innen an, dass sie Erklärvideos für die Bearbeitung von Mathematikaufgaben nutzen¹⁴, während 15 (28.3%) Schüler_innen angaben, dass sie diese nicht nutzen. Mit einer Nutzungsquote von fast einem Viertel, spiegelt das Bild der Gesamtpopulation die bereits im Abschnitt 2.1.2 herausgestellten Studienergebnisse hinsichtlich der Nutzung von Erklärvideos wider. Bei einer solchen Nutzungsquote kann davon ausgegangen werden, dass eine Nutzung von Erklärvideos in der Gesamtpopulation bereits ein fester Lernbestandteil ist.

Lesefähigkeit

Bei der selbsteingeschätzten Lesefähigkeit wies sowohl die selbsteingeschätzte Leseselbstwirksamkeit (M=3.23; SD=0.51) als auch das selbsteingeschätzte Leseselbstkonzept (M=3.43; SD=0.75) überdurchschnittliche Merkmalsausprägungen aus, woraus sich eine gute (selbsteingeschätzte) Lesefähigkeit in der Gesamtpopulation ableiten lässt.

Rubrik	Merkmal/ Skala/ Aufgabe	Beispielitem	Kennzahlen
Personenbezogene Merkmale	Geschlecht	<i>Bist du ein Mädchen oder ein Junge?</i>	Mädchen = 22 (41.5%) Junge = 31 (58.5%)
	Geburtsdatum	<i>Wann bist du geboren?</i>	Bestimmung des Alters M = 11.36 SD = 0.86
	Schule	<i>Auf welche Schule gehst du?</i>	S1 (6.) = 1 (1.9%) S2 (6.) = 1 (1.9%) S2 (7.) = 1 (1.9%) S3 (5.) = 18 (34.0%) S3 (6.) = 16 (30.2%) S4 (6.) = 16 (30.2%)
	Klassenstufe	<i>Welche Klassenstufe besuchst du aktuell?</i>	
	Geburtsland	<i>In welchem Land bist du geboren?</i>	Deutschland = 51 (96.2%)

¹⁴ Den Schüler_innen wurde im Anschreiben zur Teilnahme an der Auswahltestung ein „Erinnerungsanker“ gegeben, dass ihnen Erklärvideos insbesondere von YouTube bekannt sind. Dadurch sollte sichergestellt werden, dass Schüler_innen verstanden haben, was ein Erklärvideo ist.

			Ägypten = 1 (1.9%) Syrien = 1 (1.9%)
Mathematikleistung	Mathematiknote	<i>Welche Mathematiknote hastest du auf deinem letzten Zeugnis?</i>	M = 2.47 SD = 1.01
Problemlösen	Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe	<i>Berechne den Flächeninhalt des abgebildeten Flächenstückes.</i>	Bewertung des Bearbeitungserfolgs nach Kategoriensystem aus Abschnitt 7.3.3 bzw. Anhang IX. (0) keine Bearbeitung = 11 (20.7%) (1) keine geeigneten Heuristiken ausgewählt = 7 (13.2%) (2) geeignete Heuristiken ausgewählt, Anwendung nicht zielführend = 1 (1.9%) (3) geeignete Heuristiken ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet = 17 (32.1%) (4) geeignete Heuristiken ausgewählt und vollständig korrekt angewendet = 17 (32.1%)
Erklärvideos	Nutzung	<i>Schaust du dir für das Bearbeiten von Mathematikaufgaben oder für das Lernen Erklärvideos an?</i>	Ja = 38 (71.7%) Nein = 15 (28.3%)
Lesefähigkeit	Selbstwirksamkeit (8 Items)	<i>Ich kann mein Verständnis von einer Sache/ Aufgabe mit Hilfe eines Textes verbessern.</i>	$\alpha = 0.85$ $M_{Scale} = 3.23$ $SD_{Scale} = 0.51$
	Selbstkonzept (3 Items)	<i>Lesen fällt mir leicht.</i>	$\alpha = 0.66$ $M_{Scale} = 3.43$ $SD_{Scale} = 0.75$ (1 Item ausgeschlossen – s. ergänzende Informationen in Anhang II)

Tabelle 7: Übersicht der Ergebnisse aus der Auswählerhebung

6 Erhebungsmethode der Laboruntersuchung

Nachdem der vorherige Abschnitt die Auswählerhebung und deren Ergebnisse fokussierte, erfolgt in diesem Abschnitt die Beschreibung der Erhebungsmethode zur durchgeführten Laboruntersuchung. Dafür erfolgt in Abschnitt 6.1 zunächst die Beschreibung der Erstellung von Erhebungsinstrumenten, um in Abschnitt 6.2 auf den

geplanten Ablauf der Laboruntersuchung und in Abschnitt 6.3 auf die Pilotierung dieser einzugehen. Abschnitt 6.4 geht ausführlich auf die Auswahl der Teilpopulationen sowie auf die Besetzung des Stichprobenplans ein, sodass abschließend in Abschnitt 6.5 die Beschreibung der letztendlichen Durchführung der Laboruntersuchung vorgenommen wird.

6.1 Erstellung der Erhebungsinstrumente

Zur Durchführung des in Abschnitt 4.2 vorgestellten Untersuchungsdesigns bedurfte es der Erstellung von Erhebungsinstrumenten, welche in diesem Abschnitt ausführlich vorgestellt werden und welche für eine erste Übersicht in Abbildung 13 grafisch veranschaulicht sind. Dabei erfolgt in Abschnitt 6.1.1 die Vorstellung der unmittelbar vor dem Treatment zu bearbeitenden Problemlöseaufgabe PLA 2, in Abschnitt 6.1.2 die Vorstellung des eingesetzten und erstellten papierbasierten Lösungsbeispiels und in Abschnitt 6.1.3 die Vorstellung videobasierter Lösungsbeispiels. Abschließend widmet sich Abschnitt 6.1.4 der Erstellung der sich unmittelbar an das Treatment anschließenden zu bearbeitenden Problemlöseaufgabe PLA 3.

Zuvor sind jedoch zunächst Maßgaben an die Gestaltung dieser Erhebungsinstrumente herauszustellen, welche die Erstellung entscheidend geprägt haben: Neben der Berücksichtigung der in Abschnitt 2.3 herausgestellten Ausgestaltungen von Lösungsbeispielen waren hinsichtlich der zu beantwortenden Forschungsfragen folgende Maßgaben relevant:

- Für eine Beantwortung der Forschungsfragen sollten sich alle eingesetzten Problemlöseaufgaben in der Auswahl und Anwendung von Heuristiken ähneln.
- Damit Aussagen hinsichtlich des Bearbeitungserfolgs bei Lösungsbeispielen möglich sind, sind Aufforderungen zu Selbsterklärungen in die Lösungsbeispiele zu implementieren, welche die Fähigkeit, präsentierte Heuristiken zu beschreiben, sichtbar machen.

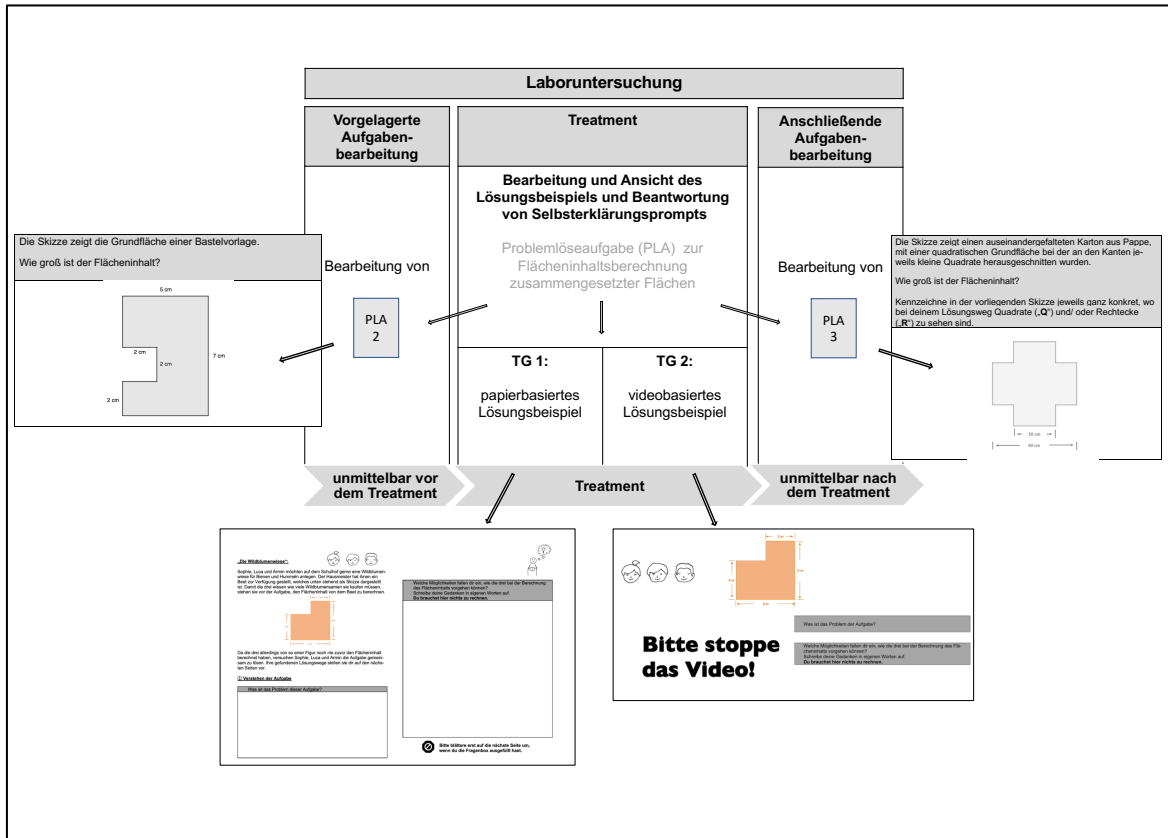


Abbildung 13: Übersicht der zu entwickelnden Erhebungsinstrumente

6.1.1 Erstellung einer Problemlöseaufgabe zur anfänglichen Bearbeitung

Für die unmittelbar vor dem Treatment zu bearbeitende Problemlöseaufgabe PLA 2 wurde eine Aufgabe zur Ermittlung des Flächeninhalts einer zusammengesetzten Figur konstruiert (s. Abbildung 14). Zur Ermittlung des gesuchten Flächeninhalts kann beispielsweise die unbekannte Figur mit Hilfe der heuristischen Strategie „Rückführung von Unbekanntem auf Bekanntes“ und der heuristischen Prinzipien „Ergänzungsprinzip“ oder „Zerlegungsprinzip“ (s. Abschnitt 1.2.3) in bekannte Teilflächen ergänzt (s. Abbildung 15) bzw. zerlegt (s. Abbildungen 16 und 17) werden.

Bereits diese beiden unterschiedlichen – und gleichermaßen geeigneten – heuristischen Prinzipien führen zu drei unterschiedlichen Lösungswegen: Bei Anwendung des Ergänzungsprinzips in Abbildung 15 erfolgt eine Ergänzung der gegebenen Figur zu einem Rechteck. Von diesem ergänzten Rechteck erfolgt dann die Ermittlung des Flächeninhalts A_1 . Anschließend ist der Flächeninhalt der ergänzten Teilfläche A_2 zu ermitteln und von dem Flächeninhalt A_1 zu subtrahieren. Bei den in Abbildung 16 und 17 dargestellten Möglichkeiten der Anwendung des Zerlegungsprinzips erfolgt bei beiden Möglichkeiten eine Zerlegung der Figur in drei Rechtecke. Von allen drei Teilflächen A_1 , A_2 , A_3 sind die Teilflächeninhalte zu ermitteln und dann zu addieren.

Die Skizze zeigt die Grundfläche einer Bastelvorlage.
Wie groß ist der Flächeninhalt?

Abbildung 14: Problemlöseaufgabe PLA 2 (unmittelbar vor dem Treatment)

$$A_1 = 5\text{cm} \cdot 7\text{cm} = 35\text{cm}^2$$

$$A_2 = 2\text{cm} \cdot 2\text{cm} = 4\text{cm}^2$$

$$A_{\text{ges}} = A_1 - A_2$$

$$= 35\text{cm}^2 - 4\text{cm}^2$$

$$= 31\text{cm}^2$$

Abbildung 15: Lösungsweg PLA 2 mit Ergänzungsprinzip

$$A_1 = 3\text{cm} \cdot 2\text{cm} = 6\text{cm}^2$$

$$A_2 = 3\text{cm} \cdot 7\text{cm} = 21\text{cm}^2$$

$$A_3 = 2\text{cm} \cdot 2\text{cm} = 4\text{cm}^2$$

$$A_{\text{ges}} = A_1 + A_2 + A_3$$

$$= 6\text{cm}^2 + 21\text{cm}^2 + 4\text{cm}^2$$

$$= 31\text{cm}^2$$

Abbildung 16: Lösungsweg PLA 2 mit Zerlegungsprinzip (vertikal)

$$A_1 = 3\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 15\text{cm}^2$$

$$A_2 = 2\text{cm} \cdot 3\text{cm} = 6\text{cm}^2$$

$$A_3 = 2\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 10\text{cm}^2$$

$$A_{\text{ges}} = A_1 + A_2 + A_3$$

$$= 15\text{cm}^2 + 6\text{cm}^2 + 10\text{cm}^2$$

$$= 31\text{cm}^2$$

Abbildung 17: Lösungsweg PLA 2 mit Zerlegungsprinzip (horizontal)

6.1.2 Erstellung eines papierbasierten Lösungsbeispiels


Unter Berücksichtigung der Gestaltungsprinzipien aus Abschnitt 2.3.2 erfolgte die Erstellung eines mehrseitigen papierbasierten Lösungsbeispiels, in welchem die Lösung einer Problemlöseaufgabe hinsichtlich der Auswahl und Anwendung geeigneter Heuristiken und zielführender Lösungsschritte präsentiert wird. Die im Lösungsbeispiel präsentierte Aufgabe ähnelt hinsichtlich der Auswahl und Anwendung geeigneter Heuristiken der Aufgabe PLA 2 aus Abschnitt 6.1.1 Zu jeder Phase des Problemlösens sind unterstützende Aufforderungen zu Selbsterklärungen implementiert.

Wenngleich sich das vollständige Lösungsbeispiel im Anhang V befindet, wird dieses hinsichtlich der Berücksichtigung von Gestaltungsprinzipien nachfolgend schrittweise entlang der Abbildungen 18 bis 23 vorgestellt. Anschließend wird näher auf die inhaltliche Ausgestaltung eingegangen. Damit das entwickelte papierbasierte Lösungsbeispiel der grundsätzlichen Begriffsdefinition von Lösungsbeispielen gerecht wird (s. Abschnitt 2.1.1), besteht es aus einer vorgegebenen Aufgabenstellung (s. Abbildung 18), zielführenden Lösungsschritten sowie dem Ergebnis selbst (s. Abbildungen 20 bis 22). Die nachfolgend herausgestellten Gestaltungsprinzipien sind in den Abbildungen 18 bis 23 jeweils nummeriert hervorgehoben.


Für die Erstellung eines papierbasierten Lösungsbeispiels galt es, die in Abschnitt 2.3.2 beschriebenen Gestaltungsprinzipien ([1] *Adaption an Vorwissen*, [2] *Beispielsegmentierung*, [3] *strukturbetonte Beispielsequenz*, [4] *einfache Zuordnung*) zu berücksichtigen: Abbildung 19 verdeutlicht die Berücksichtigung des Gestaltungsprinzips [1] *Adaption an Vorwissen*, da explizit auf bereits bekannte Quadrate und Rechtecke eingegangen wird und jeweils dazugehörige Formeln zur Berechnung von Flächeninhalten präsentiert werden. Darüber hinaus findet sich in diesem Lösungsbeispiel eine Textinformation als Verstärker zur [1] *Adaption an Vorwissen* („Du kannst bereits den Flächeninhalt von Quadraten und Rechtecken berechnen.“). Das Gestaltungsprinzip der [2] *Beispielsegmentierung* fand in mehreren Facetten Berücksichtigung: Durch eine Gestaltung des Lösungsbeispiels auf mehreren Seiten wurde dieses optisch segmentiert, da jede Phase des Problemlösens und darüber hinaus jeder der präsentierten Lösungswege jeweils auf einer separaten Seite dargestellt sind. Zusätzlich wurden Teilüberschriften und Symbole eingefügt, welche ein sich Zurechtfinden im Lösungsbeispiel und damit ein strukturiertes Bearbeiten unterstützen sollten. Die Umsetzung der [2] *Beispielsegmentierung* lässt sich unmittelbar den Abbildungen 18 bis 23 entnehmen. Das Gestaltungsprinzip der [3] *strukturbetonten Beispielsequenz* fand Berücksichtigung, indem innerhalb eines Anwendungskontextes drei verschiedene Lösungswege – dargestellt in den Abbildungen 20 bis 22 – präsentiert werden. Hinsichtlich des Gestaltungsprinzips der [4] *einfachen Zuordnung* wurde darauf geachtet, dass textuelle und graphische Informationen unmittelbar nebeneinander präsentiert werden und sich darüber hinaus auch farblich zuordnen lassen – was ebenfalls den Abbildungen 20 bis 23 zu entnehmen ist.¹⁵ Dabei wurde zusätzlich darauf geachtet, dass sich auch die drei verschiedenen Lösungswege jeweils farblich voneinander unterscheiden.

¹⁵ Bei den Abbildungen 20 bis 23 ist jedoch anzumerken, dass die für eine einfache Zuordnung eingefügten kleinen Ausschnitte der ergänzten bzw. zerlegten Figur zur Unterstützung der Berechnung von Teilflächeninhalten in ihren Größenproportionen nicht übereinstimmen. Auf Grund der visuell einheitlichen Farbgebung kann jedoch davon ausgegangen werden, dass eine Zuordnung dennoch unmittelbar vorgenommen werden konnte und das Gestaltungsprinzip der einfachen Zuordnung dadurch nicht verletzt wurde.

„Die Wildblumenwiese“:




Sophie, Luca und Armin möchten auf dem Schulhof gerne eine Wildblumenwiese für Bienen und Hummeln anlegen. Der Hausmeister hat ihnen ein Beet zur Verfügung gestellt, welches unten stehend als Skizze dargestellt ist. Damit die drei wissen wie viele Wildblumensamen sie kaufen müssen, stehen sie vor der Aufgabe, den Flächeninhalt von dem Beet zu berechnen.




Da die drei allerdings von so einer Figur noch nie zuvor den Flächeninhalt berechnet haben, versuchen Sophie, Luca und Armin die Aufgabe gemeinsam zu lösen. Ihre gefundenen Lösungswege stellen sie dir auf den nächsten Seiten vor.

[2]
Beispielsegmentierung



Welche Möglichkeiten fallen dir ein, wie die drei bei der Berechnung des Flächeninhalts vorgehen können?
Schreibe deine Gedanken in eigenen Worten auf.
Du brauchst hier nichts zu rechnen.

 Bitte blättere erst auf die nächste Seite um, wenn du die Fragenbox ausgefüllt hast.


[2] Verstehe die Aufgabe

Was ist das Problem dieser Aufgabe?

Abbildung 18: Problemstellung und Phase 1 des papierbasierten Lösungsbeispiels

[2] Beispielsegmentierung


② Ausdenken eines Plans



[1] Adaption an Vorwissen


Du kannst ja bereits den Flächeninhalt von Quadraten und Rechtecken berechnen:

Quadrat:



$A = a \cdot a = a^2$

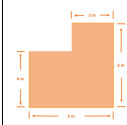
Rechteck:



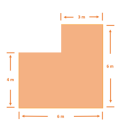
$A = a \cdot b$

Schau mal, jetzt fehlen aber noch die Angaben von einigen Seitenlängen. Kannst du den dreien helfen und aus den gegebenen Seitenlängen die fehlenden Seitenlängen ermitteln?

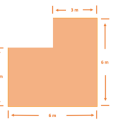
1. Möglichkeit



2. Möglichkeit



3. Möglichkeit



[1] Findest du für Sophie, Luca und Armin verschiedene Möglichkeiten, wie ihnen das gezeigte Quadrat und Rechteck helfen können? Zeichne diese ein und kennzeichne jeweils ganz konkret, wo bei dir Quadrate („Q“) und/ oder wo Rechtecke („R“) zu sehen sind.


 Bitte blättere erst auf die nächste Seite um, wenn du die Fragenbox ausgefüllt hast.

Abbildung 19: Phase 2 des papierbasierten Lösungsbeispiels

[2] Beispiel-segmentierung

② Ausführen eines Plans

Sophie zeigt dir jetzt, wie sie bei der Lösungsfindung vorgegangen ist. Versuche ihren Lösungsweg nachzuvollziehen.

Hat Sophie zur Lösungsfindung eine deiner zuvor aufgezeigten Möglichkeiten genutzt?
Wenn ja: Welche?

Wie ist Sophie bei der Lösungsfindung vorgegangen?
Beschreibe ihr Vorgehen in deinen eigenen Worten.
Beziehe dich dabei auf Sophies gesamten Lösungsprozess.

[3 & 4] strukturbetonte Beispielsequenz
sowie
einfache Zuordnung

$6m - 4m = 2m$
 $6m - 3m = 3m$

$A_{\text{gesamt}} = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Rechteck}}$

$= 6m \cdot 6m - 2m \cdot 3m$

$= 36m^2 - 6m^2$

$= 30m^2$

Hat Luca zur Lösungsfindung eine deiner zuvor aufgezeigten Möglichkeiten genutzt?
Wenn ja: Welche?

Wie ist Luca bei der Lösungsfindung vorgegangen?
Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten.
Beziehe dich dabei auf Lucass gesamten Lösungsprozess.

Bitte blättere erst auf die nächste Seite um, wenn du die Fragenbox ausgefüllt hast.

Abbildung 20: Phase 3 des papierbasierten Lösungsbeispiels, mit Ergänzungsprinzip

[2] Beispiel-segmentierung

Jetzt zeigt Luca dir, wie er bei der Lösungsfindung vorgegangen ist. Versuche seinen Lösungsweg nachzuvollziehen.

Hat Luca zur Lösungsfindung eine deiner zuvor aufgezeigten Möglichkeiten genutzt?
Wenn ja: Welche?

Wie ist Luca bei der Lösungsfindung vorgegangen?
Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten.
Beziehe dich dabei auf Lucass gesamten Lösungsprozess.

[3 & 4] strukturbetonte Beispielsequenz
sowie
einfache Zuordnung

$6m - 3m = 3m$

$A_{\text{gesamt}} = A_{\text{Rechteck}} + A_{\text{Rechteck}}$

$= 4m \cdot 3m + 3m \cdot 6m$

$= 12m^2 + 18m^2$

$= 30m^2$

Hat Luca zur Lösungsfindung eine deiner zuvor aufgezeigten Möglichkeiten genutzt?
Wenn ja: Welche?

Wie ist Luca bei der Lösungsfindung vorgegangen?
Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten.
Beziehe dich dabei auf Lucass gesamten Lösungsprozess.

Bitte blättere erst auf die nächste Seite um, wenn du die Fragenbox ausgefüllt hast.

Abbildung 21: Phase 3 des papierbasierten Lösungsbeispiels, mit Zerlegungsprinzip (vertikal)

[2] Beispiel-segmentierung

Auch Armin zeigt dir jetzt, wie er bei der Lösungsfindung vorgegangen ist. Versuche seinen Lösungsweg nachzuvollziehen.

[3 & 4] strukturbetonte Beispielsequenz sowie einfache Zuordnung

Hat Armin zur Lösungsfindung eine deiner zuvor aufgezeigten Möglichkeiten genutzt?
Wenn ja: Welche?

Wie ist Armin bei der Lösungsfindung vorgegangen?
Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten.
Beziehe dich dabei auf Armins gesamten Lösungsprozess.

Bitte blättere erst auf die nächste Seite um, wenn du die Fragenbox ausgefüllt hast.

Abbildung 22: Phase 3 des papierbasierten Lösungsbeispiels, mit Zerlegungsprinzip (horizontal)

[2] Beispiel-segmentierung

[4] einfache Zuordnung

④ Rückschau

Während Sophie die Fläche zu einem Quadrat ergänzt hat, zerlegen Luca und Armin die Fläche jeweils in unterschiedliche Rechtecke.

Sophie, Luca und Armin haben also die Fläche so ergänzt bzw. zerlegt, dass sie die Flächeninhaltsformeln für Quadrate bzw. Rechtecke anwenden können, um den Flächeninhalt zu berechnen.

Bei Sophies Lösung wird von dem Flächeninhalt des Quadrats der Flächeninhalt eines Rechtecks abgezogen. Luca und Armin addieren jeweils ihre beiden entstandenen Rechtecke und erhalten dadurch ebenfalls den gesamten Flächeninhalt.

Jetzt schauen wir noch einmal zurück.

Überlege noch einmal: Was genau war das Problem? Und was haben Sophie, Luca und Armin genau gemacht, um ihr Problem zu lösen?

Das mathematische Problem der Aufgabe war:

Welches Vorgehen hat zur Lösungsfindung beigetragen?

Die Lösung von Sophie unterscheidet sich deutlich von den Lösungen von Armin und Luca. Was ist der entscheidende Unterschied?

Geschafft!
Das Lösungsbeispiel hast du jetzt vollständig bearbeitet

Abbildung 23: Phase 4 des papierbasierten Lösungsbeispiels

Zur Förderung der kognitiven Aktivierung während der Bearbeitung des Lösungsbeispiels erfolgte sowohl zu jeder Phase des Problemlösens als auch innerhalb der Phase 3 (Ausführen eines Plans) zu jedem der drei präsentierten Lösungswege die Implementierung der Aufforderung zu Selbsterklärungen (s. Abschnitt 2.3.3). Dabei erfolgte sowohl die Berücksichtigung von antizipativen als auch von prinzipienbasierten Selbsterklärungen, um Schüler_innen Gelegenheit zu bieten, sich geeignete Lösungswege entweder selbstständig zu überlegen (antizipative Selbsterklärungen – z. B. Abbildung 19: *„Findest du für Sophie, Luca und Armin verschiedene Möglichkeiten, wie ihnen das gezeigte Quadrat und Rechteck helfen können? Zeichne diese ein und kennzeichne jeweils ganz konkret, wo bei dir Quadrate (Q) und/ oder wo Rechtecke (R) zu sehen sind.“*) oder rückblickend über zuvor präsentierte Lösungsschritte zu reflektieren (prinzipienbasierte Selbsterklärungen – z. B. Abbildung 20: *„Wie ist Sophie bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe ihr Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Sophies gesamten Lösungsprozess.“*).

Das Lösungsbeispiel ist wie folgt strukturiert: Ein Durchlaufen von Phase 1 des Problemlösens (Verstehen der Aufgabe) – dargestellt in Abbildung 18 – erfolgte mit Hilfe der Aufforderung von antizipativen Selbsterklärungen und soll Schüler_innen dabei helfen, in die Aufgabenstellung des Lösungsbeispiels hineinzufinden. Phase 2 (Ausdenken eines Plans) wird hinsichtlich einer vorgenommenen und bereits beschriebenen Adaption an notwendiges Vorwissen in der Hinsicht unterstützt, dass Schüler_innen aktiv gefordert sind, mit Hilfe des in dem Lösungsbeispiel abgebildeten Quadrats und/oder des Rechtecks geeignete Heurismen zu finden, welche zu einem erfolgreichen Lösungsweg führen – verdeutlicht in Abbildung 19 –, sodass bereits in dieser Phase zur heuristischen Strategie „Rückführung von Unbekanntem auf Bekanntes“ und zu den heuristischen Prinzipien „Ergänzungsprinzip“ und „Zerlegungsprinzip“ hingeführt wird. Unabhängig davon, ob es Schüler_innen in dieser Phase gelingt, geeignete Heurismen zu finden, werden in Phase 3 (Ausführen eines Plans) drei verschiedene Lösungswege mit der Verwendung dieser Heurismen präsentiert: Dazu erfolgt in einem ersten Lösungsweg eine Präsentation des Ergänzungsprinzips (s. Abbildung 20) und anschließend eine Präsentation von zwei Varianten des Zerlegungsprinzips (s. Abbildung 21 und 22). In der Phase 4 (Rückschau) sind alle drei zuvor präsentierten Lösungswege nochmals übersichtlich gegenübergestellt und werden mit Hilfe eines zusätzlichen Informationstextes zusammengefasst (s. Abbildung 23).

6.1.3 Erstellung eines videobasierten Lösungsbeispiels

Das erstellte videobasierte Lösungsbeispiel greift auf die gleiche Problemlöseaufgabe wie das papierbasierte Lösungsbeispiel zurück. Nachfolgend wird – ähnlich zum vorherigen Abschnitt – die Berücksichtigung von Gestaltungsprinzipien herausgestellt und ferner darauf eingegangen, wie die Präsentation der Auswahl und Anwendung von Heurismen erfolgte. Dafür erfolgt zunächst mit Hilfe der Abbildungen

24 bis 29 eine schrittweise Darlegung der Berücksichtigung von Gestaltungsprinzipien (s. Abschnitt 2.3.2) sowie die Implementation der Aufforderungen zu Selbsterklärungen (s. Abschnitt 2.3.3). Das vollständige Storyboard des videobasierten Lösungsbeispiels steht für detailliertere Informationen in der Anlage VI bereit.

Auch das videobasierte Lösungsbeispiel wird der grundsätzlichen Begriffsdefinition von Lösungsbeispielen gerecht, da neben der Präsentation der Aufgabenstellung (s. Abbildung 24) – wobei diese anders als im papierbasierten Lösungsbeispiel nicht als Textinformation, sondern als verbale Information (s. visueller und verbaler Informationsverarbeitungskanal in Abschnitt 2.2.2) erfolgte – auch zielführende Lösungsschritte und das Ergebnis selbst präsentiert werden (s. Abbildungen 26 bis 28).

Bei der Erstellung des videobasierten Lösungsbeispiels war ebenfalls die Berücksichtigung von Gestaltungsprinzipien (s. Abschnitt 2.3.2) zur bestmöglichen Entfaltung des lernförderlichen Potentials elementar, was nachfolgend – wie bereits im Abschnitt zuvor für das papierbasierte Lösungsbeispiel – grafisch verdeutlicht und beschrieben wird. Dabei sind die Gestaltungsprinzipien wie folgt nummeriert: [1] *Adaption an Vorwissen*, [2] *Beispielsegmentierung*, [3] *strukturbetonte Beispielsequenz*, [4] *einfache Zuordnung*. Darüber hinaus gibt es auf Grund des verbalen Informationsverarbeitungskanals Gestaltungsprinzipien, welche nicht grafisch veranschaulicht werden können und daher ausschließlich schriftlich beschrieben werden. Hierzu gehören die Gestaltungsprinzipien der *direkten Ansprache*, der *Verdeutlichung von relevanten Inhalten*, der *hohen Kohärenz des Gesagten*, die *Vermeidung von Exkursen* sowie eine an die Zielgruppe angepasste *Sprachebene*.

Das Gestaltungsprinzip [1] *Adaption an Vorwissen* wurde visuell (visueller Informationsverarbeitungskanal) durch die Abbildung eines Quadrats und eines Rechtecks als bereits bekannte Vierecke und den jeweils dazugehörigen Formeln zur Berechnung des jeweiligen Flächeninhalts berücksichtigt (s. Abbildung 25). Zusätzlich erfolgte eine *direkte Ansprache*, um die Inhalte mit dem Vorwissen in Beziehung zu setzen („Du kannst bereits den Flächeninhalt von Quadraten und Rechtecken berechnen. Zur Erinnerung: Den Flächeninhalt eines Quadrats mit der Seitenlänge a bestimmt man mit a mal a . Das ist das gleiche wie a Quadrat. Den Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seitenlängen a und b bestimmt man mit a mal b “ (Anhang VI, Pos. 10 – 15)). Des Weiteren kann an diesem Beispiel die *hohe Kohärenz des Gesagten* verdeutlicht werden, da die Notationen sowohl verbal benannt als auch gleichermaßen grafisch im Szenenbild integriert sind (s. Abbildung 25). Die Berücksichtigung des Gestaltungsprinzips [2] *Beispielsegmentierung* erfolgte, wie bereits auch beim papierbasierten Lösungsbeispiel in der Hinsicht, dass die verschiedenen Lösungswege einzeln und nacheinander grafisch und verbal präsentiert werden. Auch die Berücksichtigung des Gestaltungsprinzips der [3] *strukturbetonte Beispielsequenz* erfolgte analog zum papierbasierten Lösungsbeispiel, in dem auch in

dem videobasierten Lösungsbeispiel zu einem Anwendungskontext die Präsentation von drei verschiedenen Lösungswegen erfolgte (s. Abbildungen 26 – 28). Darüber hinaus kann man den Abbildungen 26 – 28 das Gestaltungsprinzip der [4] *einfachen Zuordnung* entnehmen, da stets darauf geachtet wurde, dass textuelle und graphische Informationen im Szenenbild unmittelbar farblich zuzuordnen sind. Die *Sprachebene* war dabei stets an die Zielgruppe angepasst, da die verwendete Fachsprache ausschließlich Begrifflichkeiten umfasste, welche den Schüler_innen vollständig bekannt sein sollten („Von so einer Fläche haben die drei allerdings noch nie zuvor den Flächeninhalt berechnet. Ihnen ist auch keine Flächeninhaltsformel bekannt, um von so einer Fläche die Größe zu bestimmen. Wie die drei diese Aufgabe trotzdem lösen konnten, wird dir in diesem Erklärvideo gezeigt“ (Anhang VI, Pos. 6 – 9)). Insgesamt verzichtet das Lösungsbeispiel verbal wie grafisch auf Exkurse, da inhaltlich ausschließlich auf die zur Lösung dieser Problemlöseaufgabe geeigneten Heuristiken eingegangen wird.

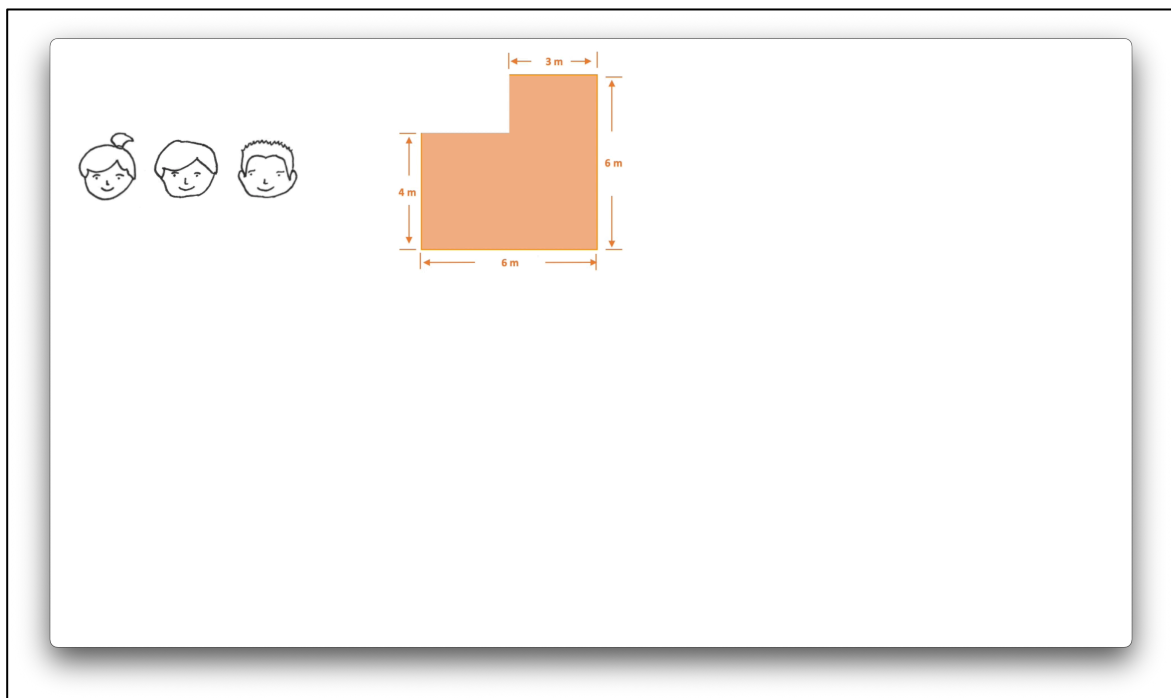


Abbildung 24: Problemstellung und Phase 1 des videobasierten Lösungsbeispiels

[1] Adaption an Vorwissen

Quadrat: $A = a \cdot a = a^2$

Rechteck: $A = a \cdot b$

Abbildung 25: Phase 2 des videobasierten Lösungsbeispiels

[3 & 4] strukturbetonte Beispielsequenz sowie einfache Zuordnung

Quadrat: $A = a \cdot a = a^2$

Rechteck: $A = a \cdot b$

$A_1 = 6 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} = 36 \text{ m}^2$

$A_2 = 2 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 6 \text{ m}^2$

$A_{\text{ges}} = A_1 - A_2$

$A_{\text{ges}} = 36 \text{ m}^2 - 6 \text{ m}^2 = 30 \text{ m}^2$

Abbildung 26: Phase 3 des videobasierten Lösungsbeispiels, mit Ergänzungsprinzip

$A_1 = 4 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$
 $A_2 = 3 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} = 18 \text{ m}^2$
 $A_{\text{ges}} = A_1 + A_2$
 $A_{\text{ges}} = 12 \text{ m}^2 + 18 \text{ m}^2 = 30 \text{ m}^2$

[3 & 4]
 struktur-
 betonte
 Beispiel-
 sequenz
 sowie
 einfache
 Zuordnung

Quadrat:
 $A = a \cdot a = a^2$

Rechteck:
 $A = a \cdot b$

Abbildung 27: Phase 3 des videobasierten Lösungsbeispiels, mit Zerlegungsprinzip (vertikal)

$A_1 = 4 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} = 24 \text{ m}^2$
 $A_2 = 2 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 6 \text{ m}^2$
 $A_{\text{ges}} = A_1 + A_2$
 $A_{\text{ges}} = 24 \text{ m}^2 + 6 \text{ m}^2 = 30 \text{ m}^2$

[3 & 4]
 struktur-
 betonte
 Beispiel-
 sequenz
 sowie
 einfache
 Zuordnung

Quadrat:
 $A = a \cdot a = a^2$

Rechteck:
 $A = a \cdot b$

Abbildung 28: Phase 3 des videobasierten Lösungsbeispiels, mit Zerlegungsprinzip (horizontal)

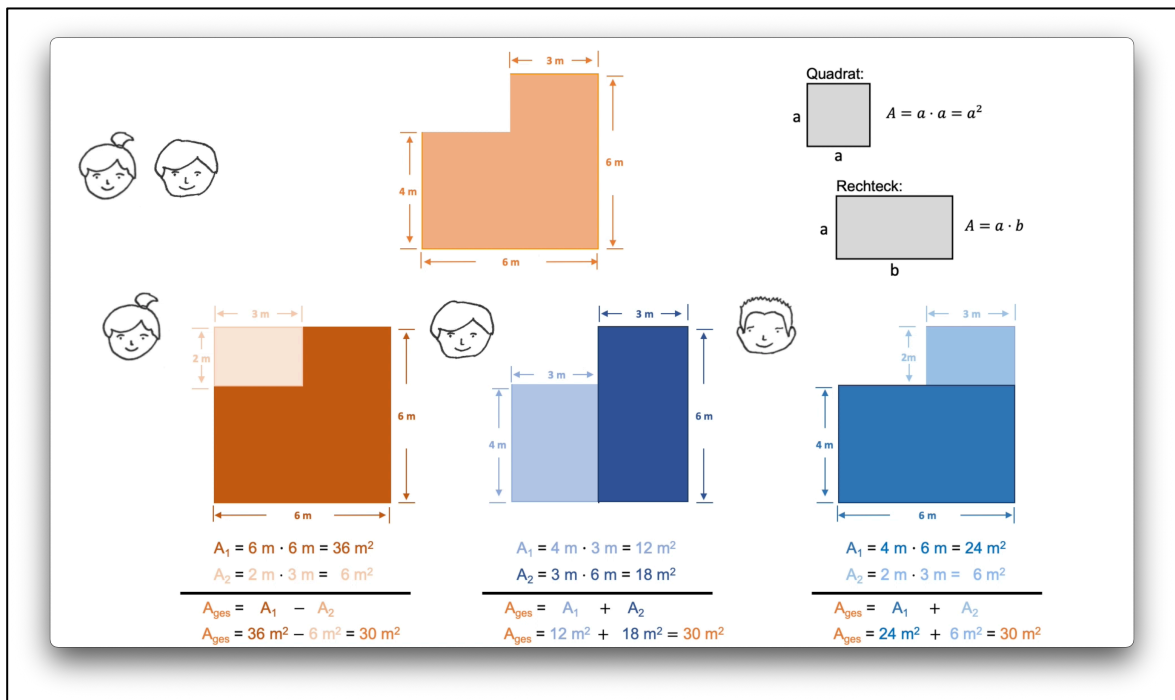


Abbildung 29: Phase 4 des videobasierten Lösungsbeispiels

Neben der Maßgabe der Berücksichtigung von Gestaltungsprinzipien galt es – wie auch beim papierbasierten Lösungsbeispiel – das videobasierte Lösungsbeispiel inhaltlich entlang von Phasen des Problemlösens (s. Abschnitt 1.2.2) auszurichten und diejenigen Heuristiken (s. Abschnitt 1.2.3) zu verwenden, welche sich bereits zur Bearbeitung der Problemlöseaufgabe PLA 2 (s. Abschnitt 6.1.1) eigneten. Dafür greift das videobasierte Lösungsbeispiel ebenfalls auf die heuristische Strategie „Rückführung von Unbekanntem auf Bekanntes“ in der Art zurück, als dass der gesuchte Flächeninhalt einer zunächst unbekanntes Figur mit Hilfe der im videobasierten Lösungsbeispiel veranschaulichten und bereits bekannten Vierecke mit Hilfe des heuristischen Ergänzungsprinzips (s. Abbildung 26) und mit Hilfe von zwei dargestellten Zerlegungsprinzipien (s. Abbildungen 27 und 28) ermittelt wurde.

Der inhaltliche Aufbau des videobasierten Lösungsbeispiels versteht sich dabei analog zum erstellten und bereits in Abschnitt 6.1.2 vorgestellten papierbasierten Lösungsbeispiel, mit dem elementaren Unterschied, dass sich visuelle Elemente schrittweise im Szenenbild aufbauen und diese dabei stets simultan verbal durch eine Erzählerin erklärt werden. Sobald eine Phase des Problemlösens abgeschlossen bzw. einer der drei Lösungswege vollständig und abschließend präsentiert wurde, erfolgt im Szenenbild eine Aufforderung zur antizipativen oder prinzipienbasierten Selbsterklärung, mit der Bitte, das videobasierte Lösungsbeispiel zu pausieren. Die Selbsterklärungen sind dann von Schüler_innen schriftlich zu formulieren und die Ansicht des videobasierten Lösungsbeispiels anschließend fortzusetzen.

6.1.4 Erstellung der Problemlöseaufgabe für eine anschließende Bearbeitung

Für die sich an das Treatment anschließende Bearbeitung galt es, eine Problemlöseaufgabe PLA 3 zu entwickeln, (a) bei deren Überwindung möglicher Herausforderungen eine nochmalige Ansicht der erstellten Lösungsbeispiele hilfreich erschien und (b) welche darüber hinaus Rückschlüsse hinsichtlich der Entwicklung der Kompetenz, Problemlöseaufgaben erfolgreich zu bearbeiten, ermöglicht. Insgesamt galt es daher, eine Problemlöseaufgabe zu erstellen, welche hinsichtlich der Auswahl und Anwendung von Heuristiken sowohl der Problemlöseaufgabe PLA 2 (s. Abschnitt 6.1.1) als auch den erstellten Lösungsbeispielen (s. Abschnitt 6.1.2 und Abschnitt 6.1.3) ähnelt. Erstellt wurde daraufhin die in Abbildung 30 dargestellte Problemlöseaufgabe PLA 3.

Die in Abbildung 30 abgebildete unbekannte Figur ist ebenfalls aus bereits bekannten Vierecken zusammengesetzt. Zur Ermittlung des Flächeninhalts eignet sich die heuristische Strategie „Rückführung von Unbekanntem auf Bekanntes“ (s. Abschnitt 1.2.3). Mit Hilfe der heuristischen Prinzipien „Ergänzungsprinzip“ oder „Zerlegungsprinzip“ kann die Ausgangsfigur in bekannte Vierecke ergänzt oder zerlegt werden, woraus sich drei (idealtypische) Lösungswege ergeben: Bei dem in Abbildung 31 dargestellten Ergänzungsprinzip erfolgt die Ergänzung der Figur zu einem Quadrat, von welchem der Flächeninhalt (A_1) ermittelt wird. Anschließend ist der Flächeninhalt der vier ergänzten Flächen zu ermitteln ($4 \cdot A_2$) und von dem Flächeninhalt A_1 zu subtrahieren. Bei einer Anwendung des Zerlegungsprinzips (vertikal) in Abbildung 32 erfolgt eine Zerlegung in drei Rechtecke, wovon jeweils die Teilflächeninhalte (A_1 und $2 \cdot A_2$) zu ermitteln und anschließend zu addieren sind. Auch bei dem in Abbildung 33 veranschaulichten Zerlegungsprinzip (horizontal) erfolgt eine Zerlegung in drei Rechtecke, von denen die Teilflächeninhalte ($2 \cdot A_1$ und A_2) zu ermitteln und anschließend zu addieren sind.

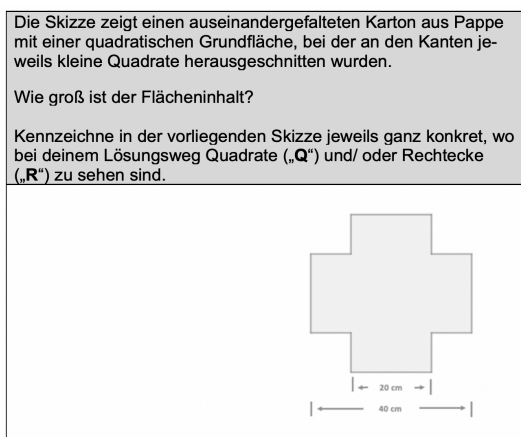


Abbildung 30: Problemlöseaufgabe PLA 3 unmittelbar nach dem Treatment

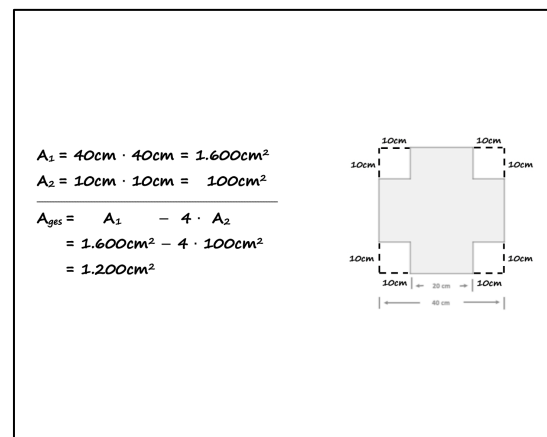


Abbildung 31: Lösungsweg PLA 3 mit Ergänzungsprinzip

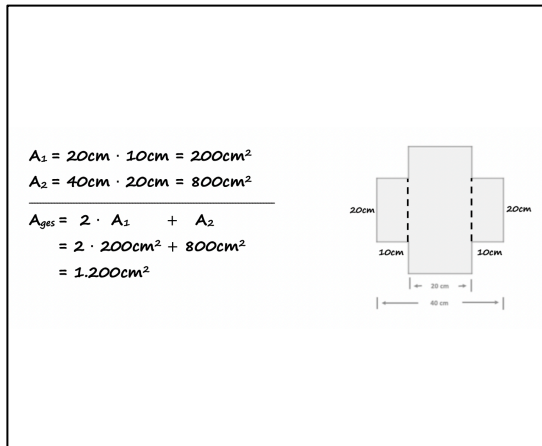


Abbildung 32: Lösungsweg PLA 3 mit Zerlegungsprinzip (vertikal)

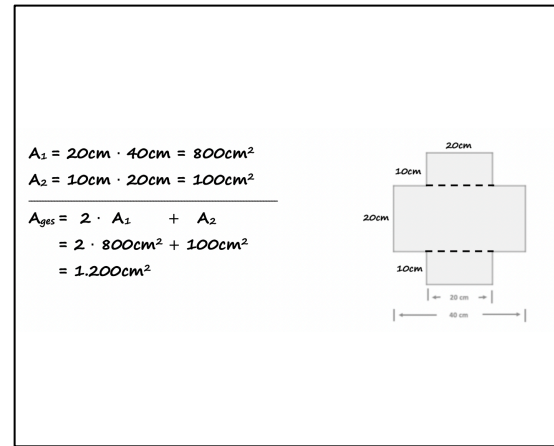


Abbildung 33: Lösungsweg PLA 3 mit Zerlegungsprinzip (horizontal)

6.2 Geplanter Ablauf der Laboruntersuchung

Nachfolgend erfolgt die Vorstellung des geplanten Ablaufs der Laboruntersuchung, wohingegen in Abschnitt 6.5 die Beschreibung der tatsächlichen Durchführung vorgenommen wird. Da zum Zeitpunkt der geplanten Durchführung davon auszugehen war, dass der Unterricht nach wie vor stark von der COVID-19 Pandemie geprägt war, sollte die Laboruntersuchung – weitestgehend unabhängig davon – für die teilnehmenden Schüler_innen aus Lüneburg in Räumlichkeiten der Leuphana Universität stattfinden. Eine Durchführung der Laboruntersuchung an der Schule im Kreis Schleswig-Flensburg war in schuleigenen Räumlichkeiten geplant, mit einem identischen Ablauf zur Durchführung in Lüneburg.

Bei jeder Laboruntersuchung sollten eine bis zwei Testleitungen anwesend sein und zunächst mit den Schüler_innen den organisatorischen Ablauf besprechen. Alle Schüler_innen bearbeiteten zunächst die in Abschnitt 6.1.1 erstellte Problemlöseaufgabe PLA 2, welche anschließend von der Autorin dieser Arbeit eingesammelt und hinsichtlich des Bearbeitungserfolgs zur Zuteilung auf den Stichprobenplan¹⁶ zu bewerten war. Erst nach Bewertung des Bearbeitungserfolgs erfolgte die Information an die Schüler_innen, ob sie mit einem papierbasierten Lösungsbeispiel (TG 1) oder mit einem videobasierten Lösungsbeispiel (TG 2) weiterarbeiten. Alle eingesetzten Problemlöseaufgaben waren ohne zeitliche Vorgabe von den Schüler_innen unter Aufsicht von mindestens einer anwesenden Testleitung zu bearbeiten.

Nachfolgend wird der geplante Ablauf hinsichtlich der beiden Treatmentgruppen TG 1 (papierbasiertes Lösungsbeispiel) und TG 2 (videobasiertes Lösungsbeispiel) differenziert.

¹⁶ Das Vorgehen zur Zuteilung von Schüler_innen auf den Stichprobenplan wird in Abschnitt 6.4.1 beschrieben und hier nicht weiter herausgestellt.

6.2.1 Geplanter Ablauf in der Treatmentgruppe TG 1 (papierbasiertes Lösungsbeispiel)

Erfolgte eine Zuteilung¹⁷ zur Treatmentgruppe TG 1, so wurde den Schüler_innen mitgeteilt, dass die weitere Bearbeitung mit einem papierbasierten Lösungsbeispiel (s. Abschnitt 6.1.2 bzw. Anhang V) erfolgt. Vor der eigentlichen Bearbeitung erfolgte zunächst die Erklärung des technischen Aufbaus: Ein iPad videografierte von oben den weiteren Bearbeitungsprozess, wofür es wichtig war, dass die Aufgabenblätter stets in dem auf dem Tisch abgeklebten Bereich zu belassen waren.

Die Schüler_innen erhielten nun das geheftete, papierbasierte Lösungsbeispiel und ihnen wurde der weitere Ablauf erklärt: Das papierbasierte Lösungsbeispiel war chronologisch Seite für Seite zu bearbeiten. Den Schüler_innen war es jedoch ausdrücklich erlaubt, zu vorherigen Seiten zurückzublättern, es war ihnen aber nicht gestattet, nachträgliche Veränderungen an den formulierten Selbsterklärungen vorzunehmen. Die Schüler_innen durften jederzeit organisatorische Fragen stellen, inhaltliche Fragen zu den Aufgaben blieben jedoch unbeantwortet.

Nach Abschluss der Bearbeitung des papierbasierten Lösungsbeispiels wurde den Schüler_innen die Problemlöseaufgabe PLA 3 (s. Abschnitt 6.1.4) zur weiteren Bearbeitung ausgehändigt und ihnen mitgeteilt, dass sie bei einer Bearbeitung jederzeit auf das soeben bearbeitete Lösungsbeispiel zurückgreifen dürfen.

6.2.2 Geplanter Ablauf in der Treatmentgruppe TG 2 (videobasiertes Lösungsbeispiel)

Schüler_innen, welche nach Bearbeitung der Problemlöseaufgabe PLA 2 der Treatmentgruppe TG 2 zugewiesen wurden, erhielten die Information, dass eine weitere Bearbeitung mit Hilfe eines videobasierten Lösungsbeispiels erfolgt. Auch den Schüler_innen dieser Treatmentgruppe wurde zunächst der technische Aufbau erklärt: Vor ihnen auf dem Tisch befand sich ein iPad, welches zur Wiedergabe des videobasierten Lösungsbeispiels vorgesehen war und während der weiteren Laboruntersuchung eine Screenaufzeichnung der Bildschirmaktivitäten vornahm. Die Schüler_innen erhielten jeweils eine technische Einweisung, in der ihnen gezeigt wurde, wie sie das videobasierte Lösungsbeispiel starten, pausieren und spulen konnten. Die Schüler_innen sollten sich das videobasierte Lösungsbeispiel vom Anfang bis zum Ende anschauen, an den eingeblendeten Aufforderungen jeweils pausieren und die eingeblendeten Aufforderungen zu Selbsterklärungen auf der vor ihnen liegenden, gehefteten Vorlage (s. Anhang VII) schriftlich formulieren. Dabei war es wichtig, dass sie erst dann auf die nächste Seite der Vorlage umblättern, wenn sie das nächste Mal zum Pausieren des videobasierten Lösungsbeispiels aufgefordert wurden. Dies sollte die Aufmerksamkeit stets auf das videobasierte Lösungsbeispiel richten und ein paralleles Durchlesen der Vorlage vermeiden. Wie

¹⁷ Das Vorgehen zur Zuteilung auf die Treatmentgruppen wird ausführlich in Abschnitt 6.4 beschrieben und an dieser Stelle nicht weiter ausgeführt.

auch in TG 1 war es den Schüler_innen bei einem Zurückblättern zu vorherigen Seiten in der Vorlage nicht erlaubt, Änderungen an den formulierten Selbsterklärungen vorzunehmen.

In der Treatmentgruppe war ein zweites iPad installiert, welches wie auch in TG 1 von oben den Bearbeitungsprozess videografierte.

Nach Ansicht des videobasierten Lösungsbeispiels wurde den Schüler_innen die Problemlöseaufgabe PLA 3 (s. Abschnitt 6.1.4) zur weiteren Bearbeitung ausgehändigt und ihnen mitgeteilt, dass sie bei einer Bearbeitung jederzeit auf das soeben bearbeitete Lösungsbeispiel zurückgreifen dürfen. Das videobasierte Lösungsbeispiel wurde daraufhin von der Testleitung auf den Anfang zurückgespult und pausiert, sodass die Schüler_innen es bei Bedarf jederzeit erneut starten konnten.

6.3 Pilotierung einer Vorversion der geplanten Laboruntersuchung

Einige Wochen vor der Laboruntersuchung fanden zwei Pilotierungsdurchläufe statt, in denen sowohl eine Erprobung der Erhebungsinstrumente als auch eine Erprobung des technischen Aufbaus im Fokus stand. Dafür wurde die Laboruntersuchung zunächst an vier Studierenden getestet, um in einem zweiten Pilotierungsdurchlauf die Laboruntersuchung mit Hilfe von fünf Schüler_innen eines Lüneburger Gymnasiums – welches nicht an der eigentlichen Laboruntersuchung teilgenommen hat – zu erproben (s. Abschnitt 5.2).

Die eingesetzten Erhebungsinstrumente in der ersten Pilotierung waren inhaltlich identisch zu den in Abschnitt 6.1 vorgestellten Erhebungsinstrumenten, nach der ersten Pilotierung mit den Studierenden erfolgten jedoch gezielt (strukturelle) Veränderungen, welche nachfolgend zusammenfassend beschrieben werden.

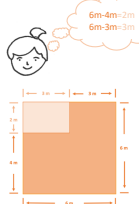
Veränderungen des papierbasierten Lösungsbeispiels nach erster Pilotierung

Das in der Pilotierung eingesetzte papierbasierte Lösungsbeispiel war zunächst noch im Hochformat ausgerichtet, mit der Folge, dass sich der präsentierte Inhalt und die zugehörigen Aufforderungen zu Selbsterklärungen auf zwei separaten Textseiten befanden (s. Abbildungen 34 und 35), was zu einem ständigen Umblättern innerhalb des papierbasierten Lösungsbeispiels führte und eine Bearbeitung erschwerte. Daraufhin erfolgte nach dem ersten Pilotierungsdurchlauf eine Seitenausrichtung im Querformat – was eine übersichtliche einfache Zuordnung (s. Abschnitt 2.3.2) zwischen präsentiertem Inhalt und den Aufforderungen zu Selbsterklärungen begünstigte.

(3) Ausführen eines Plans

Alle drei sind unterschiedlich bei der Lösungsfindung vorgegangen. Sophie, Luca und Armin zeigen dir nacheinander ihre Lösungswege.

Sophie hat den Flächeninhalt so berechnet:



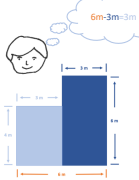
$$A_{\text{gesamt}} = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Rechteck}}$$

$$= 6\text{ m} \cdot 6\text{ m} - 2\text{ m} \cdot 3\text{ m}$$

$$= 36\text{ m}^2 - 6\text{ m}^2$$

$$= 30\text{ m}^2$$

Luca hat den Flächeninhalt so berechnet:



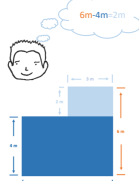
$$A_{\text{gesamt}} = A_{\text{Rechteck}} + A_{\text{Rechteck}}$$

$$= 4\text{ m} \cdot 3\text{ m} + 3\text{ m} \cdot 6\text{ m}$$

$$= 12\text{ m}^2 + 18\text{ m}^2$$

$$= 30\text{ m}^2$$

Armin hat den Flächeninhalt so berechnet:



$$A_{\text{gesamt}} = A_{\text{Rechteck}} + A_{\text{Rechteck}}$$

$$= 2\text{ m} \cdot 3\text{ m} + 4\text{ m} \cdot 6\text{ m}$$

$$= 6\text{ m}^2 + 24\text{ m}^2$$

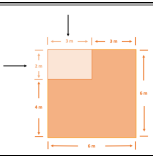
$$= 30\text{ m}^2$$

Abbildung 34: Auszug aus der Pilotierung des papierbasierten Lösungsbeispiels – Phase: Ausführen eines Plans

Lösungsweg von Sophie:

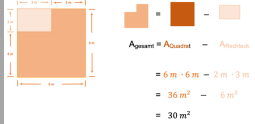
4)

Wie hat Sophie in ihrer Lösung die markierten Seitenlängen ermittelt?
Zeige deine Antwort rechnerisch.



5)

Wie ist Sophie bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe ihr Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Sophies gesamten Lösungsprozess.



$$A_{\text{gesamt}} = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Rechteck}}$$

$$= 6\text{ m} \cdot 6\text{ m} - 2\text{ m} \cdot 3\text{ m}$$

$$= 36\text{ m}^2 - 6\text{ m}^2$$

$$= 30\text{ m}^2$$

! Bitte blättere erst auf die nächste Seite um, wenn du die Fragenbox ausgefüllt hast.

Abbildung 35: Auszug aus der Pilotierung des papierbasierten Lösungsbeispiels – Aufforderung zur Selbsterklärung

Veränderungen des videobasierten Lösungsbeispiels nach erster Pilotierung

Am videobasierten Lösungsbeispiel selbst wurden nach der Pilotierung mit den Studierenden keine weiteren Veränderungen vorgenommen. Es wurde lediglich auf der schriftlichen Vorlage zur Formulierung von Selbsterklärungen ergänzt, dass erst dann auf die nächste Seite umzublättern ist, sobald die nächste Aufforderung zur Selbsterklärung im videobasierten Lösungsbeispiel erscheint. Dadurch wurde verhindert, dass bereits (intuitiv) auf die nächste Seite der Vorlage umgeblättert und sich diese bereits während der Ansicht des videobasierten Lösungsbeispiels durchgelesen wurde. Eine solche parallele Aktivität könnte die Aufmerksamkeit vom Video weglenken, was bei den Schüler_innen ggf. „cognitive load“ absorbiert hätte.

Veränderungen der Problemlöseaufgabe PLA 3 zur selbstständigen Bearbeitung nach erster Pilotierung

Die Durchführung der Pilotierung mit den Studierenden hat zu einer strukturellen – aber nicht zu einer inhaltlichen – Veränderung der Aufgabenstellung geführt. Die Problemlöseaufgabe PLA 3 zum Zeitpunkt der Pilotierung mit den Studierenden kann man der Abbildung 36 entnehmen.

Aufgabenstellung „Pappkarton“:

Die Skizze zeigt dir einen auseinandergefalteten Karton aus Pappe. Wie groß ist der Flächeninhalt?

Berechne auf den nächsten Seiten den Flächeninhalt auf zwei verschiedene Weisen.

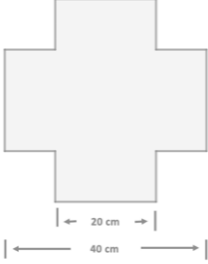


Abbildung 36: Pilotierung der Aufgabe PLA 3 zur selbstständigen Bearbeitung

Nach Überarbeitung der Erhebungsinstrumente fand eine finale Pilotierung mit fünf Schüler_innen statt, in der sich bestätigte, dass die nun finalen Erhebungsinstrumente für einen Einsatz in der Laboruntersuchung geeignet waren. Nach diesem zweiten Pilotierungsdurchlauf erfolgten keine weiteren Anpassungen.

6.4 Auswahl und Beschreibung der Stichprobe

Nachfolgend erfolgt in Abschnitt 6.4.1 zunächst die Darlegung zur Auswahl von Schüler_innen und Besetzung des Stichprobenplans und daran schließend in Abschnitt 6.4.2 der Beschreibung der Stichprobe.

6.4.1 Stichprobensampling

Wie bereits in Abschnitt 4.1 im Rahmen der methodischen Vorüberlegungen beschrieben steht, ist zur Vermeidung von Stichprobenfehlern in einem qualitativen Untersuchungsdesign mit kleiner Stichprobengröße eine begründete (kriteriengeleitete) Auswahl und kontrollierte Zuteilung zu den Treatmentgruppen vorzunehmen. Ein solches Vorgehen führt zur Erstellung eines Stichprobenplans, welcher sich insbesondere in qualitativen Untersuchungen dadurch auszeichnet, dass Kriterien für die Stichprobenauswahl zu bestimmen sind (Kelle & Kluge, 2010). Für die Auswahl der Stichprobe und Zuteilung zu den beiden Treatmentgruppen wurden daher folgende Kriterien zugrunde gelegt:

- relevante Merkmale aus der Auswählerhebung sowie
- ihre jeweiligen Merkmalsausprägungen.

Wenn jedoch für alle Kombinationen relevanter Merkmale und jeweiligen Merkmalsausprägungen Schüler_innen ausgewählt werden sollen, führt dies schnell zu einer sehr großen Anzahl benötigter Proband_innen. Aus diesem Grund ist es insbesondere bei qualitativen Untersuchungen empfehlenswert, sich auf die für die Untersuchung wesentlichen Merkmale und Merkmalsausprägungen zu beschränken (Kelle

& Kluge, 2010), weshalb das Stichprobensampling in vier Schritten erfolgte: Im ersten Schritt erfolgte die Festlegung von Kriterien, welche als harte Kriterien zur Auswahl der Schüler_innen dienten. Im zweiten Schritt waren Kriterien zur Erstellung und Besetzung eines Stichprobenplans zu benennen, wonach im dritten Schritt die Erstellung des Stichprobenplans und im vierten Schritt die Besetzung des Stichprobenplans folgte.

Schritt 1: Kriterien zur Auswahl von Schüler_innen

Da wie in Abschnitt 5.2 beschrieben die Auswahltestung nicht vor Ort in Schulklassen, sondern im Onlineformat durchgeführt wurde, galt es auszuschließen, dass durch eine eventuelle Weitergabe der Zugangsdaten zur Auswahlerhebung Schüler_innen anderer Schulen oder Klassenstufen teilnahmen. Daher galt als Kriterium zur Auswahl von Schüler_innen ausschließlich diejenigen Schüler_innen auszuwählen, welche die in Tabelle 6 (s. Abschnitt 5.2) aufgeführten Schulen und Klassenstufen besuchten.

Schritt 2: Kriterien zur Erstellung und Besetzung des Stichprobenplans

Die Erstellung und Besetzung des Stichprobenplans basierte auf zwei zuvor festgelegten Merkmalen: *Geschlecht* und *Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgabe PLA 2*.

Geschlecht: Zur Erstellung und Besetzung des Stichprobenplans wurde nach dem Merkmal Geschlecht (Merkmalsausprägung: Mädchen, Junge) parallelisiert.

Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgabe PLA 2: Zur Bewertung des Bearbeitungserfolgs bei Problemlöseaufgabe PLA 2 wird das in Abschnitt 1.2.4 vorgestellte Bewertungsschema von Rott (2013) herangezogen, wobei dieses für die eigenen Auswertungszwecke adaptiert und sprachlich angepasst wurde.¹⁸ Zur Besetzung des Stichprobenplans erfolgte eine Bewertung des Bearbeitungserfolg von PLA 2¹⁹, welche zu zwei Ausprägungen wie folgt zusammengefasst wurde:

- **keine erfolgreiche Bearbeitung:**
 - (0) keine Bearbeitung
 - (1) keine geeigneten Heuristiken ausgewählt
 - (2) geeignete Heuristiken ausgewählt, jedoch nicht zielführend angewendet

¹⁸ Die Entwicklung und Vorstellung des adaptierten und weiterentwickelten Bewertungsschemas erfolgt ausführlich im Abschnitt 7.3.2 und wird an dieser Stelle nicht weiter ausgeführt.

¹⁹ Die Codierung des Bearbeitungserfolgs wird nach dem Kategoriensystem im Anhang X vorgenommen, welches ausführlich in Abschnitt 7.3.2 vorgestellt und an dieser Stelle nicht weiter erläutert wird. Entgegen den Codierungen im Rahmen der Durchführung einer qualitativen Inhaltsanalyse erfolgt die Bewertung des Bearbeitungserfolgs, zur Besetzung des Stichprobenplans, zu diesem Zeitpunkt lediglich durch die Autorin dieser Arbeit allein.

- **erfolgreiche Bearbeitung:**
 - (3) geeignete Heuristiken ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/oder Rechenfehlern – korrekt angewendet
 - (4) geeignete Heuristiken ausgewählt und vollständig korrekt angewendet

Eine Unterscheidung des Bearbeitungserfolgs in die zwei Ausprägungen *keine erfolgreiche* und *erfolgreiche Bearbeitung* nach Rott (2013) ermöglichte eine Differenzierung nach denjenigen Schüler_innen, welche in ihrer Kompetenz, Problemlöseaufgaben erfolgreich zu bearbeiten, noch zu unterstützen sind.

Eine Übersicht der relevanten Merkmale und ihre jeweiligen Merkmalsausprägungen der beschriebenen (Auswahl-)Schritte 1 und 2 aller an der Auswählerhebung teilgenommenen Schüler_innen kann dem Anhang IV entnommen werden.

Schritt 3: Erstellung des Stichprobenplans

Aus den in Schritt 2 beschriebenen relevanten Merkmalen und Merkmalsausprägungen resultierte die Erstellung des in Tabelle 8 dargestellten Stichprobenplans. Dieser sollte sicherstellen, dass sich mittels einer parallelisierten (und doch zeitgleich randomisierten) Zuteilung auf die beiden Treatmentgruppen TG 1 und TG 2 die Schüler_innen auf die jeweiligen Zellen des Stichprobenplans gleichmäßig und zufällig verteilen (Bortz & Döring, 2006). Jede der acht Zellen sollte dabei nach Möglichkeit mit mindestens einem/einer Schüler_in besetzt sein, wobei Schreier (2010) betont, dass in einem Stichprobenplan nicht zwingend alle Zellen (gleichermaßen) besetzt sein müssen.

TG 1: papierbasiertes Lösungsbeispiel		
	keine erfolgreiche Bearbeitung	erfolgreiche Bearbeitung
Mädchen	N. N.	N. N.
Junge	N. N.	N. N.
TG 2: videobasiertes Lösungsbeispiel		
	keine erfolgreiche Bearbeitung	erfolgreiche Bearbeitung
Mädchen	N. N.	N. N.
Junge	N. N.	N. N.

Tabelle 8: Stichprobenplan

Schritt 4: Besetzung des Stichprobenplans

Unmittelbar vor dem Treatment und nach Bearbeitung von Problemlöseaufgabe PLA 2 erfolgte die parallelisierte (und zeitlich randomisierte) Besetzung des Stichprobenplans, welche in Tabelle 9 aufgeführt ist. Detaillierte Informationen über die ausgewählte Stichprobe folgen im nächsten Abschnitt.

TG 1: papierbasiertes Lösungsbeispiel		
	keine erfolgreiche Bear- beitung	erfolgreiche Bearbeitung
Mädchen	Leni Pia	Alina Clara Hannah Mia Romy
Junge	Jasper Jonte Joris Timo	Falk Frederik Hauke Julian Kilian Mika Moritz Paul
TG 2: videobasiertes Lösungsbeispiel		
	keine erfolgreiche Bear- beitung	erfolgreiche Bearbeitung
Mädchen	Enna Lilly Lucy	Elena Finja Jane Marie Ronja Sophia
Junge	Leon Matti Sören	Felix Florian Luca Mats Thore Till Simon
<u>Anmerkung:</u> Alle Namen wurden zur Wahrung der Anonymität geändert		

Tabelle 9: Besetzter Stichprobenplan

6.4.2 Beschreibung der ausgewählten Stichprobe

Ausgewählt für eine Teilnahme an der Laboruntersuchung wurden gemäß Schritt 1 aus Abschnitt 6.4.1 diejenigen Schüler_innen, welche die in Tabelle 6 (s. Abschnitt 5.2) aufgeführten Schulen S1 bis S3 des 5. bzw. 6. Jahrgangs besuchten, was auf insgesamt N=52 (98.1%) Schüler_innen zutraf. Von den ausgewählten N=52 Schüler_innen haben letztlich N=38 (73.1%) Schüler_innen an der Laboruntersuchung teilgenommen.

Personenbezogene Merkmale der Stichprobe

Von den N=38 Schüler_innen waren 16 (42.1%) Mädchen und 22 (57.9%) Jungen, im Alter zwischen zehn und 13 Jahren ($M=11.24$; $SD=0.82$). Zum Zeitpunkt der Durchführung der Laboruntersuchung besuchte/besuchten ein_e (2.6%) Schüler_in die Schule S1 (Klassenstufe 6), zwei Schüler_innen (5.3%) die Schule S2 (Klassenstufe 6), 15 (39.5%) Schüler_innen die Schule S3 (Klassenstufe 5), 14 (36.8%) Schüler_innen die Schule S3 (Klassenstufe 6) und 14 (36.8%) Schüler_innen die Schule S4 (Klassenstufe 6). Von den 38 Schüler_innen gaben 36 (94.7%) an, in Deutschland geboren zu sein.

Mathematikleistung der Stichprobe

Die durchschnittliche Mathematiknote der Stichprobe lag im eher guten Bereich ($M=2.39$; $SD=1.10$), bei einer angegebenen Notenspanne von 1 bis 5.

Bei der unmittelbar vor dem Treatment zu bearbeitenden Problemlöseaufgabe PLA 2 (welche im Schritt 2 der Zuteilung auf die Treatmentgruppe diente – s. Abschnitt 6.4.1) erfolgte von 37 (97.4%) Schüler_innen ein Lösungsversuch (ein_e Schüler_in (2.6%) nahm kein Lösungsversuch vor): Sieben (18.4%) Schüler_innen wählten (1) *keine geeigneten Heurismen* aus. Vier (10.5%) Schüler_innen wählten zwar (2) *geeignete Heurismen*, wendeten diese jedoch nicht *zielführend* an. Hingegen gelang es 16 (42.1%) Schüler_innen (3) *geeignete Heurismen* auszuwählen und diese – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt anzuwenden. 10 (26.3%) Schüler_innen gelang es (4) *geeignete Heurismen* auszuwählen *und vollständig korrekt anzuwenden*. Zusammenfassend erfolgte von zwölf (31.6%) Schüler_innen *keine erfolgreiche Bearbeitung* und 26 (68.4%) Schüler_innen eine *erfolgreiche Bearbeitung* von Problemlöseaufgabe PLA 2.

Nutzung von Erklärvideos der Stichprobe

N=25 (65.8%) Schüler_innen gaben an, dass sie Erklärvideos für die Bearbeitung von Mathematikaufgaben nutzen, wohingegen 13 (34.2%) Schüler_innen angaben, keine Erklärvideos zu nutzen.

Lesefähigkeit der Stichprobe

Beide Skalen zur selbsteingeschätzten Lesefähigkeit wiesen überdurchschnittliche Merkmalsausprägungen (Leseselbstwirksamkeit: $M=3.34$; $SD=0.46$; Leseselbstkonzept: $M=3.57$; $SD=0.73$) aus.

6.5 Durchführung der Laboruntersuchung

Die Durchführung der Laboruntersuchung erfolgte im Zeitraum von Mai bis Juni 2021 für die teilnehmenden Schüler_innen aus Lüneburg in Räumlichkeiten der Leuphana Universität Lüneburg und für die teilnehmenden Schüler_innen aus dem

Kreis Schleswig-Flensburg in schuleigenen Räumlichkeiten, wobei alle Schüler_innen freiwillig teilnahmen und eine Aufwandsentschädigung in Höhe von 25 Euro erhielten. Insgesamt waren drei Testleitungen mit der Durchführung vertraut, wovon Testleitung TL 1 die Hauptverantwortliche der Durchführung und zugleich Autorin dieser Arbeit ist, während es sich bei den Testleitungen TL 2 und TL 3 um geschulte studentische Hilfskräfte der Testleitung TL 1 handelte. Zur finalen Zuordnung der Schüler_innen auf die Treatmentgruppen TG 1 (papierbasiertes Lösungsbeispiel) und TG 2 (videobasiertes Lösungsbeispiel) erfolgte zunächst von den Schüler_innen ohne zeitliche Vorgabe die Bearbeitung der Problemlöseaufgabe PLA 2, welche dann ausschließlich durch die Testleitung TL 1 unmittelbar nach erfolgter Bearbeitung hinsichtlich des Bearbeitungserfolgs gemäß Kategoriensystem²⁰ aus Anhang X zunächst einfach bewertet wurde, woraufhin eine parallelisierte Zuteilung auf die Treatmentgruppen TG 1 und TG 2 erfolgte. Die Bearbeitungsprozesse der Schüler_innen wurden mit Ausnahme der Bearbeitung von Problemlöseaufgabe PLA 2 zu Auswertungszwecken jeweils – wie bereits in Abschnitt 6.2 beschrieben – videografiert.

Nachfolgend wird in Abschnitt 6.5.1 auf die Beschreibung des Ablaufs der Laboruntersuchung in der Treatmentgruppe TG 1 (papierbasiertes Lösungsbeispiel) und in Abschnitt 6.5.2 der Treatmentgruppe TG 2 (videobasiertes Lösungsbeispiel) eingegangen.

6.5.1 Ablauf der Laboruntersuchung in der Treatmentgruppe TG 1 (papierbasiertes Lösungsbeispiel)

Nach Bewertung des Bearbeitungserfolgs von Problemlöseaufgabe PLA 2 und erfolgter parallelisierter Zuteilung von 19 Schüler_innen (7 Mädchen und 12 Jungen) in die Treatmentgruppe TG 1 wurde den Schüler_innen zunächst der weitere Ablauf erklärt. Wie in Abschnitt 6.2.1 bereits beschrieben, erfolgte die Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels und anschließend die Bearbeitung von Problemlöseaufgabe PLA 3.

Die vorgenommene Videografierung der Laboruntersuchung kann man exemplarisch der Abbildung 37 entnehmen. Das zur Videografierung installierte iPad zeichnete die Bearbeitungsprozesse auf, ohne dass dabei Gesichter der Schüler_innen – zur Wahrung der Anonymität – gefilmt wurden.

²⁰ Das Kategoriensystem zur Bewertung des Bearbeitungserfolgs bei Problemlöseaufgabe PLA 2 wird ausführlich in Abschnitt 7.3.2 beschrieben und an dieser Stelle nicht weiter ausgeführt.

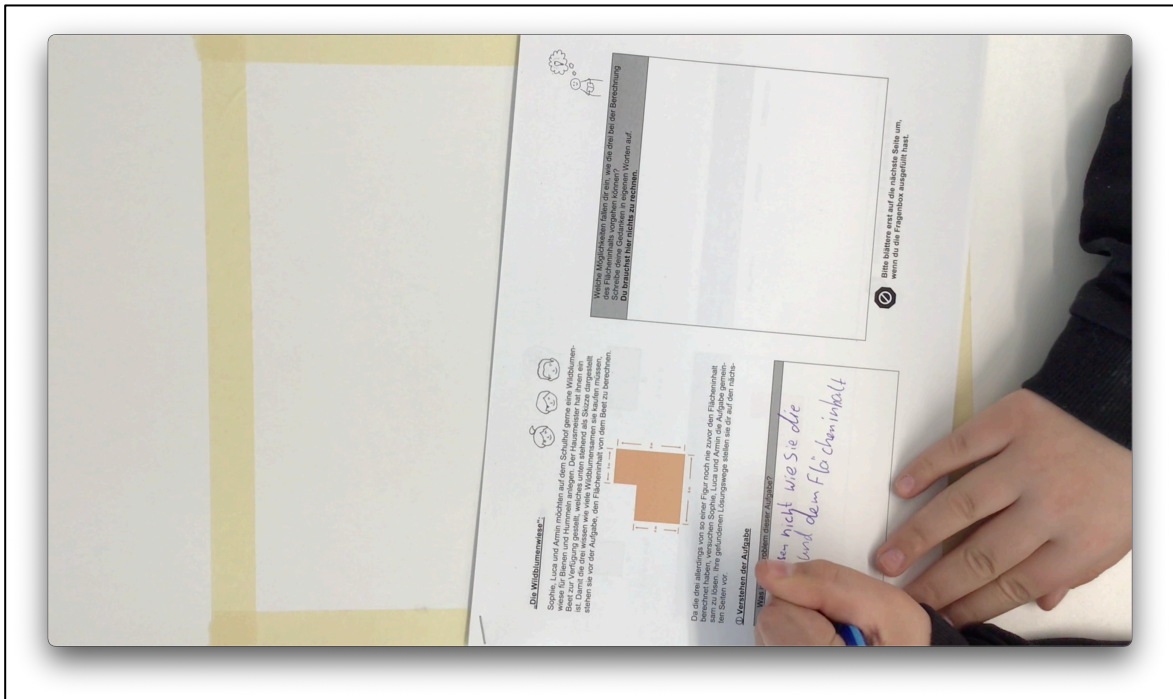


Abbildung 37: Videografierung der Laboruntersuchung in TG 1

Insgesamt wurden in den 19 Laboruntersuchungen der Treatmentgruppe TG 1 ca. elf Stunden Videomaterial generiert. Während die Gesamtbearbeitungszeit in der Treatmentgruppe TG 1 zwischen 21 Minuten und 74 Minuten variierte, betrug der Mittelwert der Gesamtbearbeitungszeit 35 Minuten (SD=13). Bei differenzierter Betrachtung – dargestellt in Tabelle 10 – variierte die Bearbeitungszeit des papierbasierten Lösungsbeispiels und Beantwortung der Selbsterklärungsprompts zwischen 17 Minuten und 63 Minuten bei einem Mittelwert von 29 Minuten (SD=11). Wohingegen die Dauer der Bearbeitung der Problemlöseaufgabe PLA 3 zwischen 2 Minuten und 11 Minuten variierte, bei einem Mittelwert von 6 Minuten (SD=3).

Schüler_in	Bearbeitungsdauer		
	Lösungsbeispiel	PLA 3	Gesamt
Alina	20 min	4 min	24 min
Clara	35 min	7 min	42 min
Falk	21 min	6 min	27 min
Frederik	20 min	5 min	25 min
Hannah	35 min	7 min	42 min
Hauke	28 min	4 min	32 min
Jasper	23 min	2 min	25 min
Jonte	41 min	8 min	49 min
Joris	23 min	9 min	32 min
Julian	63 min	11 min	74 min
Kilian	26 min	7 min	33 min
Leni	32 min	8 min	40 min
Mia	27 min	4 min	31 min
Mika	46 min	6 min	52 min
Moritz	17 min	4 min	21 min

Paul	22 min	3 min	25 min
Pia	22 min	2 min	24 min
Romy	29 min	7 min	36 min
Timo	20 min	2 min	22 min
Mittelwert	29 min	6 min	35 min
Standardabweichung	11 min	3 min	13 min
* Alle Namen wurden zur Wahrung der Anonymität geändert. Die Bearbeitungsdauer wurde auf ganze Minuten gerundet.			

Tabelle 10: Dauer der Laboruntersuchung in TG 1

6.5.2 Ablauf der Laboruntersuchung in der Treatmentgruppe TG 2 (videobasiertes Lösungsbeispiel)

Nach erfolgter Zuteilung von 19 Schüler_innen (9 Mädchen und 10 Jungen) erfolgte, wie bereits in Abschnitt 6.2.2 beschrieben, die Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels und anschließend die Bearbeitung von Problemlöseaufgabe PLA 3.

Die Videografierung in dieser Treatmentgruppe kann man exemplarisch Abbildung 38 entnehmen: Beide – zunächst voneinander unabhängigen – Videografierungen wurden nachträglich miteinander synchronisiert und zu einer Videodatei zusammengefügt, sodass man den Bearbeitungsprozess und die Aktivität mit dem videobasierten Lösungsbeispiel parallel in einer Videodatei betrachten kann.

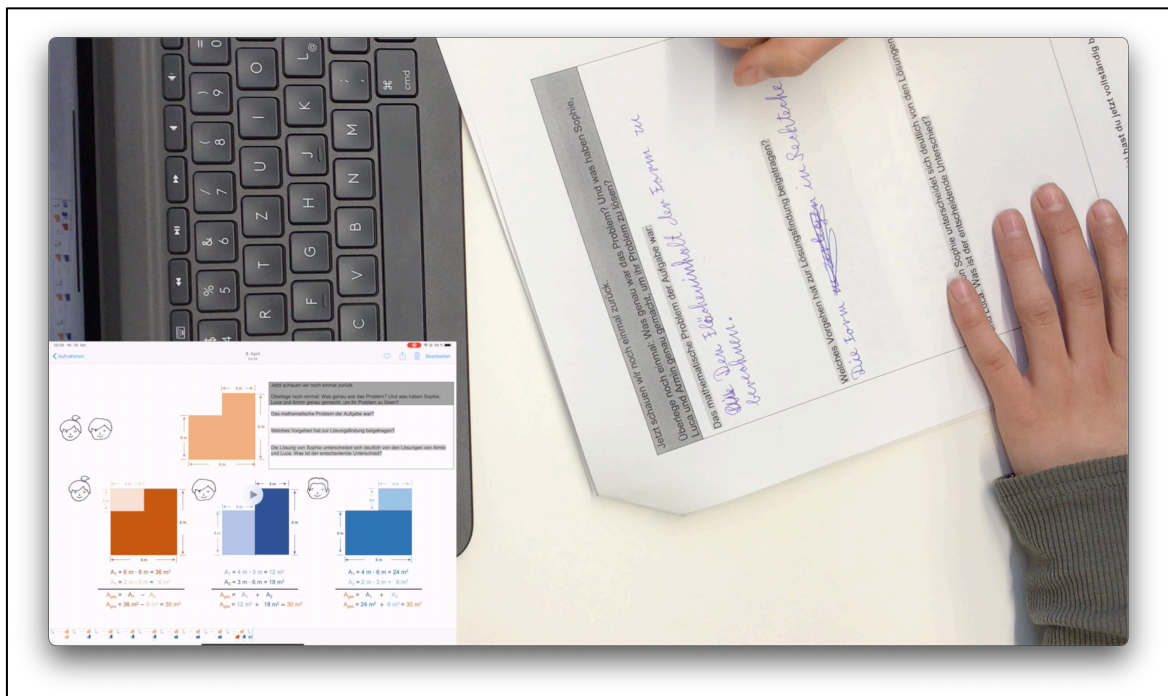


Abbildung 38: Videografierung der Laboruntersuchung in TG 2

In den 19 Laboruntersuchungen der Treatmentgruppe TG 2 wurde ca. 16 Stunden Videomaterial generiert. Die Gesamtbearbeitungszeit in der Treatmentgruppe TG 2

variierte zwischen 29 Minuten und 75 Minuten, bei einem Mittelwert von 50 Minuten (SD=14) und dauerte damit – bei einem Vergleich der Mittelwerte – 16 Minuten länger als in der TG 1. Bei Betrachtung der in Tabelle 11 dargestellten Bearbeitungszeiten dauerte die Ansicht des videobasierten Lösungsbeispiels zwischen 23 Minuten und 62 Minuten, bei einem Mittelwert von 42 Minuten (SD=13). Die Bearbeitungszeit der Problemlöseaufgabe PLA 3 betrug zwischen 3 Minuten und 15 Minuten, bei einem Mittelwert von 7 Minuten (SD=3).

Schüler_in	Bearbeitungsdauer		
	Lösungsbeispiel	PLA 3	Gesamt
Elena	61 min	14 min	75 min
Enna	51 min	7 min	58 min
Felix	34 min	8 min	42 min
Finja	29 min	4 min	33 min
Florian	59 min	10 min	69 min
Jane	44 min	4 min	48 min
Lilly	55 min	3 min	58 min
Leon	33 min	4 min	37 min
Luca	26 min	5 min	31 min
Lucy	36 min	15 min	51 min
Marie	60 min	6 min	66 min
Mats	37 min	5 min	42 min
Matti	44 min	6 min	50 min
Ronja	43 min	6 min	49 min
Simon	62 min	8 min	70 min
Sophia	35 min	6 min	41 min
Sören	34 min	12 min	46 min
Thore	35 min	7 min	42 min
Till	23 min	6 min	29 min
Mittelwert	42 min	7 min	50 min
Standardabweichung	13 min	3 min	14 min
* Alle Namen wurden zur Wahrung der Anonymität geändert. Die Bearbeitungsdauer wurde auf ganze Minuten gerundet.			

Tabelle 11: Dauer der Laboruntersuchung in TG 2

7 Auswertungsmethode

Nach der ausführlichen Beschreibung der Erhebungsmethode steht in diesem Abschnitt die Darlegung der Auswertungsmethode im Fokus. Da sich die Auswertungsmethode zur Beantwortung der Forschungsfragen zu eignen hat, erfolgt in Abschnitt 7.1 zunächst eine Begründung der Wahl der Auswertungsmethode, um anschließend in Abschnitt 7.2 auf die notwendige Aufbereitung des erhobenen Materials einzugehen. Abschließend erfolgt in Abschnitt 7.3 eine ausführliche Darlegung des Vorgehens der durchgeführten qualitativen Inhaltsanalyse.

7.1 Wahl der Auswertungsmethode

Ausgehend von den in Abschnitt 3 hergeleiteten Forschungsfragen sollen für eine geeignete Auswertungsmethode zunächst Kriterien definiert werden, an welchen die zu wählende Auswertungsmethode abgeleitet wird.

Die zu wählende Auswertungsmethode:

- eignet sich zur Auswertung der in Abschnitt 4.1 dargelegten methodischen Anlage (explorativer Fokus) der vorliegenden Arbeit,
- ermöglicht die Rekonstruktion der in Abschnitt 6.5 videografierten Bearbeitungsprozesse wie auch die Analyse schriftlicher Lösungen,
- bietet neben einer Strukturierung auch die Möglichkeit einer Evaluation der gewonnenen Daten,
- eignet sich sowohl für eine Analyse von Einzelfällen als auch für eine zusammenfassende Analyse,
- erlaubt neben qualitativen Auswertungen ebenfalls eine Quantifizierung der ausgewerteten Daten, um mit Hilfe von Häufigkeitsanalysen zusammenfassende Aussagen tätigen zu können.

Die Möglichkeit der Berücksichtigung sämtlicher aufgezeigten Kriterien bietet die Auswertungsmethode der qualitativen Inhaltsanalyse nach Kuckartz (2018). Da die qualitative Inhaltsanalyse selbst verschiedene Auswertungsmethoden umfasst (vgl. Gläser & Laudel, 2010; Kuckartz, 2018; Lamnek, 2005; Mayring, 2015), sind nachfolgend die für die vorliegende Arbeit gewählten Auswertungsmethoden der qualitativen Inhaltsanalyse detaillierter herauszustellen. Unter Einbezug der zuvor herausgestellten Kriterien zur Wahl einer geeigneten Auswertungsmethode wird nachfolgend auf die inhaltlich strukturierende und die evaluierende qualitative Inhaltsanalyse eingegangen. Diese beiden Methoden zählen ferner zu den grundlegendsten – und damit am häufigsten genutzten – Methoden einer qualitativen Inhaltsanalyse und lassen sich zudem miteinander vereinen, da sie aufeinander aufbauen, ohne in einer hierarchischen Struktur zueinander zu stehen (Kuckartz, 2018).

Im Fokus einer inhaltlich strukturierenden qualitativen Inhaltsanalyse steht eine zweidimensionale Strukturierung des Erhebungsmaterials in „Fälle“ und „Kategorien“. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit verstehen sich als „Fälle“ die Schüler_innen, während „Kategorien“ diejenigen Elemente darstellen, welche inhaltlich zur Beantwortung der Forschungsfragen zentral sind und im Abschnitt 7.3.2 ausführlich dargestellt werden. Die zweidimensionale Struktur bietet dabei neben der Betrachtung von Einzelfällen explizit die Möglichkeit, gewonnene Daten zusammenzufassen. Während bei einer inhaltlich strukturierenden qualitativen Inhaltsanalyse dabei zunächst eine rein deskriptive Beschreibung von Daten im Fokus steht (beispielsweise, wenn ein_e Schüler_in während der selbstständigen Bearbeitung der Problemlöseaufgabe PLA 3 erneut auf das vorliegende Lösungsbeispiel zurückgreift),

nimmt eine evaluierende qualitative Inhaltsanalyse darüber hinaus auch eine Bewertung der Daten vor (Kuckartz, 2018). Beide Methoden einer qualitativen Inhaltsanalyse erlauben neben der Betrachtung von Einzelfällen auch eine zusammenfassende Analyse von Daten und deren Quantifizierung (Kuckartz, 2010).

Bevor jedoch mit der konkreten Durchführung einer qualitativen Inhaltsanalyse begonnen werden kann, ist das erhobene Material zunächst aufzubereiten.

7.2 Aufbereitung der erhobenen Daten

Da die in der Laboruntersuchung erhobenen Daten sowohl aus videografierten Bearbeitungsprozessen als auch aus schriftlichen Lösungen bestehen, ist für eine Aufbereitung dieser Daten zunächst ein System zu identifizieren, welches eine kombinierte Transkription von videografierten Bearbeitungsprozessen und schriftlichen Lösungen unterstützt. Die verwendete QDA-Software (QDA steht für Qualitative Data Analysis) MAXQDA bietet eine solche kombinierte Transkription in einer Transkriptionsdatei (Rädiker & Kuckartz, 2019). Dank der Transkription jeder einzelnen Laboruntersuchung wird die Durchführung einer qualitativen Inhaltsanalyse maßgeblich erleichtert und ermöglicht darüber hinaus, dass die erhobenen Daten in schriftlicher, komprimierter Form Dritten zugänglich gemacht werden können (Dresing & Pehl, 2018).

Zur Sicherstellung, dass verschiedene Transkriptionen einheitlich transkribiert werden, bedarf es Transkriptionsregeln (Kuckartz, 2018). Die Zusammenstellung der verwendeten Transkriptionsregeln erfolgte auf Basis bekannter und bereits etablierter Regelwerke von Dittmar (2009), Dresing & Pehl (2018) wie auch Kuckartz (2018), welche – u. a. zur Vermeidung von symbolischen Doppelungen – teilweise adaptiert und angepasst wurden. Die für die Transkription zugrunde gelegten Transkriptionsregeln können der Anlage IX entnommen werden. Neben der vorgenommenen Transkription von Bearbeitungsprozessen wurden darüber hinaus auch Auszüge aus den Lösungen der Schüler_innen als Bild in die Transkriptionsdatei eingefügt. Wenngleich das Zusammenstellen und Einfügen von Bildern die ohnehin bereits aufwendige Transkription noch aufwendiger macht, so ermöglichte dieses Vorgehen einen direkten und schnellen Einblick in die Bearbeitungsprozesse der Schüler_innen. In Abbildung 39 wird exemplarisch ein Auszug einer vorgenommenen Transkription am Beispiel der Bearbeitung von Problemlöseaufgabe PLA 3 veranschaulicht.

84	[0:37:43.6] [S beginnt mit der Bearbeitung von PLA 3.]
85	S zeichnet ein: [Eine Ergänzung zum Quadrat wird eingezeichnet.] [Die entstandenen Teilflächen werden jeweils mit "Q" gekennzeichnet.]
86	S schreibt: R: $40\text{cm} \cdot 40\text{cm}^2$ [radiert „2“ weg] = (10) 1600cm^2 $10\text{cm} \cdot 10\text{cm}$ (5) = 100cm^2 $100\text{cm}^2 \cdot 4 = 400\text{cm}^2$ $1600\text{cm}^2 - 400\text{cm}^2 = 1200\text{cm}^2$ S unterstreicht das Endergebnis doppelt.
87	
88	[0:40:36.7] [S beginnt mit der Beantwortung der Frage "Wie bist du bei der Lösungsfindung vorgegangen?"]
89	S schreibt: Ich habe die Form zu einem Quadrat ergänzt und dann die Lücken abgezogen

Abbildung 39: Auszug aus dem Transkript von Mats

Da nicht die gesamte Laboruntersuchung zur Beantwortung der Forschungsfragen Gegenstand der Inhaltsanalyse war, erfolgte die Bildung von Transkriptionseinheiten. So erfolgte die Transkription der Bearbeitung von PLA 2, der Bearbeitung des papier- bzw. videobasierten Lösungsbeispiels zu den drei präsentierten Lösungswegen zur Phase 3 sowie der Bearbeitung von PLA 3.

Da insgesamt sechs Personen (die Autorin dieser Arbeit, zwei studentische Hilfskräfte sowie drei Masterstudierende des Lehramts) transkribiert haben, wurde vor Beginn der ersten Transkription zunächst eine Transkriptionsschulung durchgeführt. Erste Transkriptionen wurden von der Autorin dieser Arbeit kontrolliert und anschließend gemeinsam im Team besprochen.

7.3 Qualitative Inhaltsanalyse

Kuckartz (2018) beschreibt den grundsätzlichen Ablauf einer qualitativen Inhaltsanalyse in fünf Schritten, welcher als Ablaufschema in Abbildung 40 dargestellt ist. Bei der Durchführung einer qualitativen Inhaltsanalyse entlang seines Ablaufschemas betont Kuckartz (2018) ausdrücklich, dass dieses nicht als striktes lineares Modell zu betrachten ist, sondern dass sein Schema ausdrücklich erlaubt, einzelne Schritte parallel zueinander durchzuführen. Wenngleich die zu beantwortenden For-

schungsfragen zwar im Mittelpunkt der Auswertung stehen, so erlaubt das Ablaufschema nach Kuckartz (2018) darüber hinaus, dass Forschungsfragen während der Durchführung einer qualitativen Inhaltsanalyse verändert wie auch neue Aspekte verfolgt und unerwartete Zusammenhänge entdeckt werden können.

Das Vorgehen der durchgeführten qualitativen Inhaltsanalyse entlang des in Abbildung 40 aufgezeigten Ablaufschemas wird in den nachfolgenden Abschnitten 7.3.1 – 7.3.4 ausführlich beschrieben.

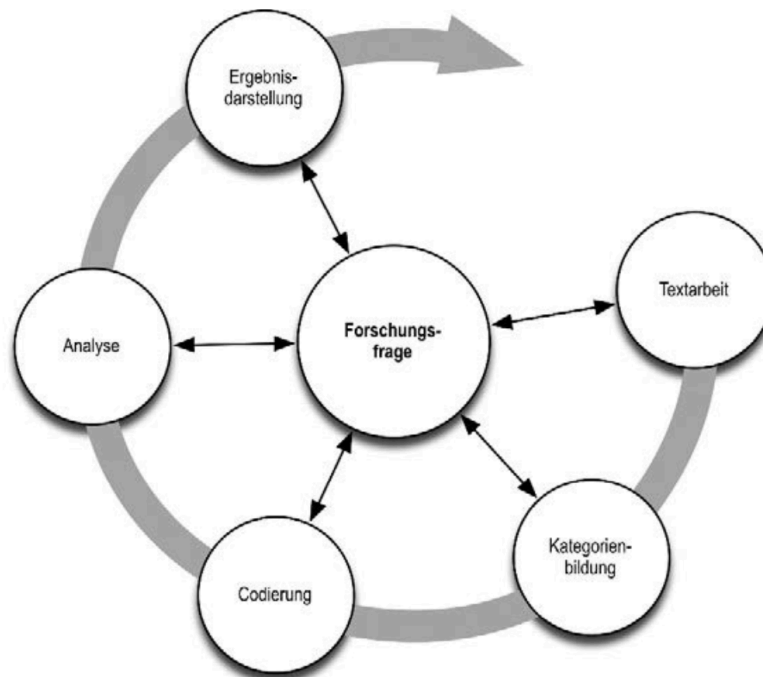


Abbildung 40: Ablaufschema einer qualitativen Inhaltsanalyse nach Kuckartz (2018, S. 45)

7.3.1 Textarbeit

Vor der eigentlichen Auswertung beginnt eine qualitative Inhaltsanalyse – ausgehend von den Forschungsfragen – mit einer initiierenden Textarbeit (hier: Sichtung der Transkripte), mit welcher ein erster Einblick in die erhobenen Daten vorgenommen wird (Kuckartz, 2018). Ausgehend von den zu beantwortenden Forschungsfragen wurden die beobachteten Bearbeitungsprozesse in einem ersten Durchlauf gesichtet und dabei Auffälligkeiten wie auch Anmerkungen und Unklarheiten in Form von Memos festgehalten. Ein beispielhaftes Memo ist in Abbildung 41 dargestellt, welches Auffälligkeiten im Bearbeitungsprozess zur Problemlöseaufgabe PLA 3 dokumentiert.

Memo 429 

Erstellt: anna-katharina_poschkamp, 27.07.21 12:23

Bearbeitet: anna-katharina_poschkamp, 08.04.22 18:20

S greift während der Bearbeitung von PLA 3 auf das Erklärvideo zurück und schaut sich die Passage der Einführung an.

S nimmt währenddessen (fälschlicherweise und rechnerisch nicht korrekt) eine Umfangberechnung vor.

Abbildung 41: Exemplarisches Memo zu Enna

7.3.2 Kategorienbildung

Unter einer Kategorie wird „ein Begriff, ein Label [...], d. h. ein Wort, mehrere Wörter oder ein Kurzsatz, die nicht notwendigerweise auch im Text vorkommen müssen“ verstanden (Kuckartz, 2010, S. 58 f.). Kategorien beschreiben folglich Inhalte bzw. Phänomene, welche in den erhobenen Daten zu identifizieren und für spätere Auswertungszwecke zu nutzen sind (Kuckartz, 2010). Damit dienen Kategorien insbesondere einer Strukturierung der erhobenen Daten und – sofern auswertungstechnisch relevant – auch einer Evaluierung derselben (Kuckartz, 2018). Die Kategorienbildung kann dabei deduktiv (im Vorwege aus der theoretischen Vorortung und aus Musterlösungen der bearbeiteten Problemlöseaufgaben) wie auch induktiv (auf Basis des erhobenen Materials selbst) oder auch aus einer Mischform beider Varianten erfolgen (Kuckartz, 2018). Bevor in diesem Abschnitt die gebildeten Kategorien ausführlich vorgestellt werden, bedarf es jedoch zunächst der Formulierung von Kriterien (hier nach Kuckartz, 2018), welche die vorliegende Arbeit an die Kategorienbildung stellt:

- Die zu bildenden Kategorien stehen in enger Beziehung zu den formulierten Fragestellungen aus Abschnitt 3.
- Die zu bildenden Kategorien sind nicht zu allgemein gehalten, sodass sie sich für eine spätere Auswertung des erhobenen Materials und damit zur Beantwortung der Forschungsfragen eignen.
- Die zu bildenden Kategorien weisen eine ausführliche Codierbeschreibung sowie Ankerbeispiele aus.

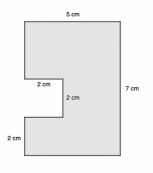
Die der Auswertung zugrundeliegenden Kategorien – zusammengefasst in Kategoriensysteme (in MAXQDA auch Codesystem genannt) – werden nachfolgend detailliert vorgestellt. Dafür erfolgt zur Beantwortung der übergeordneten Forschungsfrage (Veränderung des Bearbeitungserfolgs) zunächst die Vorstellung der Kategoriensysteme zur Bewertung des Bearbeitungserfolgs bei Problemlöseaufgaben (Forschungsfrage 1 und Forschungsfrage 3a), gefolgt von der Beschreibung des Kategoriensystems zur Bewertung des Bearbeitungserfolgs bei Lösungsbeispielen (Forschungsfrage 2). Abschließend wird auf das Kategoriensystem zur Nutzung eines Lösungsbeispiels während der Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe eingegangen (Forschungsfrage 3b).

Kategoriensystem: Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgaben

Zur Bewertung, wie erfolgreich Schüler_innen Problemlöseaufgaben bearbeiten, wurde ein Kategoriensystem aus deduktiv gebildeten Kategorien entwickelt, welches den Bearbeitungserfolg hinsichtlich der Auswahl und Anwendung von Heuristiken (s. Abschnitt 1.2.3) bewertet. Maßgeblich orientiert sich das Kategoriensystem an dem Bewertungsschema von Rott (2013) (s. Abschnitt 1.2.4), wobei für die eigenen Auswertungszwecke und Ziele dieser Arbeit eine (sprachliche) Adaption und inhaltliche Weiterentwicklung erfolgte.

Mit Hilfe des Kategoriensystems konnte dabei sowohl eine Bewertung von Problemlöseaufgabe PLA 2 (und damit die Beantwortung von Forschungsfrage 1) als auch eine Bewertung von Problemlöseaufgabe PLA 3 (Beantwortung von Forschungsfrage 3a) erfolgen. Da eine Bewertung von Problemlöseaufgabe PLA 2 und PLA 3 mit einem inhaltlich identischen Kategoriensystem erfolgte, wird das Kategoriensystem nachfolgend am Beispiel der Problemlöseaufgabe PLA 2 vorgestellt.

Auf das nachfolgend vorzustellende Kategoriensystem wurde in den vorherigen Abschnitten bereits mehrfach Bezug genommen. Das Kategoriensystem differenziert den Bearbeitungserfolg wie bei Rott (2013) in zwei Erfolgsstufen: *keine erfolgreiche Bearbeitung* und *erfolgreiche Bearbeitung*. *Keine erfolgreiche Bearbeitung* bedeutet, dass (0) keine Bearbeitung der Problemlöseaufgabe erfolgte, (1) keine geeigneten Heuristiken zu erkennen waren oder wenn Schüler_innen zwar (2) geeignete Heuristiken auswählten, aber nicht zielführend anwendeten. Eine *erfolgreiche Bearbeitung* erfolgte – im Gegensatz zu keiner erfolgreichen Bearbeitung – wenn Schüler_innen geeignete Heuristiken auswählten und zielführend anwendeten, mit der Differenzierung danach, dass (3) eine Anwendung von Heuristiken – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt bzw. (4) vollständig korrekt erfolgte. Ankerbeispiele der jeweiligen Kategorien sind der Tabelle 12 zu entnehmen. Ergänzend kann man das vollständige Kategoriensystem – mit der jeweiligen Codierbeschreibung – zur Bewertung von Problemlöseaufgabe PLA 2 in Anhang X und zur Bewertung von Problemlöseaufgabe PLA 3 in Anhang XI einsehen.

Liste der Codes	Ankerbeispiel
Bewertung des Bearbeitungserfolgs PLA 2	
keine erfolgreiche Bearbeitung	
(0) keine Bearbeitung	 <p>(Sören)</p>

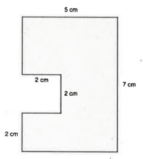
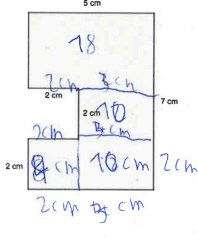
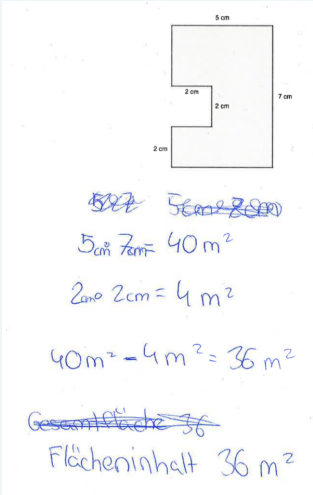
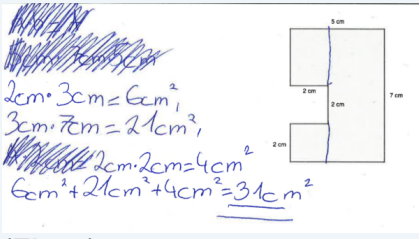
<p>(1) keine geeigneten Heurismen ausgewählt</p>	<p>Der Flächeninhalt ist 18 cm.</p>  <p>(Lilly)</p>
<p>(2) geeignete Heurismen ausgewählt, Anwendung nicht zielführend</p>	<p>46 cm²</p>  <p>(Matti)</p>
<p>erfolgreiche Bearbeitung</p>	
<p>(3) geeignete Heurismen ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet</p>	 <p>(Clara)</p>
<p>(4) geeignete Heurismen ausgewählt und vollständig korrekt angewendet</p>	 <p>(Elena)</p>

Tabelle 12: Auszug aus dem Kategoriensystem zur Bewertung des Bearbeitungserfolgs bei Problemlöseaufgaben

Kategoriensystem: Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen

Zur Beantwortung der Forschungsfrage 2, wie erfolgreich Schüler_innen ein Lösungsbeispiel bearbeiten, wurde ein Kategoriensystem aus deduktiv gebildeten Kategorien entwickelt, welches es ermöglicht, schriftlich formulierte Selbsterklärungen (s. Abschnitt 2.3.3) hinsichtlich der Beschreibung von präsentierten Heurismen zu bewerten. Dafür wurde – wie bereits bei den Kategoriensystemen zur Bewertung des Bearbeitungserfolgs bei PLA 2 und PLA 3 – ebenfalls auf das Bewertungs-

schema von Rott (2013) zurückgegriffen, wobei auch hier, insbesondere zur Vereinheitlichung der Bewertungsstruktur, sprachliche Adaptionen erfolgten. Die in diesem Kategoriensystem befindlichen Erfolgsstufen sind damit identisch mit dem zuvor beschriebenen Kategoriensystem. Bewertet wurden die von Schüler_innen formulierten Selbsterklärungen zur Phase 3 (Ausführung eines Plans): „Wie ist Sophie/ Luca/ Armin bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe ihr/ sein Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Sophies/ Lucas/ Armins gesamten Lösungsprozess.“ Das zugrundeliegende Kategoriensystem zur Bewertung des Bearbeitungserfolgs bei Lösungsbeispielen kann auszugsweise der Tabelle 13 entnommen werden – worin exemplarisch die Bewertung des Bearbeitungserfolgs von Selbsterklärungen zum Ergänzungsprinzip dargestellt ist. Vollumfänglich kann man das Kategoriensystem zur Bewertung des Bearbeitungserfolgs bei Lösungsbeispielen in Anhang XII einsehen.

Aus Tabelle 13 lassen sich die jeweiligen Erfolgsstufen und Ankerbeispiele *erfolgreicher* wie *nicht erfolgreicher Bearbeitungen* am Beispiel für Selbsterklärungen zum Ergänzungsprinzip entnehmen: Die Erfolgsstufe (0) *keine Bearbeitung* wurde vergeben, wenn Schüler_innen keine Selbsterklärung formulierten. Bei Erfolgsstufe (1) haben Schüler_innen *keine geeigneten Heurismen beschrieben*, wohingegen bei Selbsterklärungen der Erfolgsstufe (2) *geeignete Heurismen nicht zielführend beschrieben* wurden. Erfolgsstufe (3) erreichten Schüler_innen, wenn *geeignete Heurismen – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt* und Erfolgsstufe (4), *wenn Heurismen vollständig korrekt* beschrieben wurden.

Liste der Codes	Ankerbeispiele
Bewertung des Bearbeitungserfolgs Lösungsbeispiel	
Lösungsweg Ergänzungsprinzip	
keine erfolgreiche Bearbeitung	
0) keine Bearbeitung	--
(1) keine geeigneten Heurismen beschrieben	<p>(Timo)</p>
(2) geeignete Heurismen nicht zielführend beschrieben	<p>(Jasper)</p>

erfolgreiche Bearbeitung	
(3) geeignete Heuristiken – abgesehen von Größen- und/oder Rechenfehlern – korrekt beschrieben	<p>(Enna)</p>
(4) geeignete Heuristiken korrekt beschrieben	<p>(Leon)</p>

Tabelle 13: Auszug aus dem Kategoriensystem zur Bewertung des Bearbeitungserfolgs bei Lösungsbeispielen

Kategoriensystem: Nutzung eines Lösungsbeispiels während der selbstständigen Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe

Zur Beantwortung der Forschungsfrage 3b galt es Kategorien zu bilden, welche die Nutzung eines Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von Problemlöseaufgabe PLA 3 analysieren. Erstellt wurde daraufhin ein Kategoriensystem – dargestellt in Tabelle 14 sowie ergänzend im Anhang XIII – aus deduktiv wie auch induktiv gebildeten Kategorien, welches neben einer späteren Analyse einer reinen Nutzung auch Analysen hinsichtlich der Auswirkungen auf Bearbeitungsprozesse erlauben. Bei der Kategorie „Wofür wird das Lösungsbeispiel genutzt“ handelt es sich um induktiv gebildete Kategorien, welche sich bei Sichtung der Transkripte ergeben haben. Die Bildung der Codes der Kategorie „Was wird genutzt?“ erfolgte deduktiv und basieren auf den Passagen der Lösungsbeispiele (Einführung, Wiederholung Flächeninhaltsberechnung, präsentierte heuristische Prinzipien, Zusammenfassung). Die ebenfalls deduktiv gebildeten Codes zur Kategorie „Auswirkung auf Bearbeitungsschritte“ basieren auf den der Musterlösung zugrundeliegenden korrekten bzw. falschen Lösungen.

Liste der Codes	Ankerbeispiele
Nutzung eines Lösungsbeispiels bei der Bearbeitung von PLA 3	

Wofür wird das Lösungsbeispiel genutzt?	
Nutzung zur Auswahl von Heuristiken	[S spielt das Video vom Anfang an erneut ab] {{Einführung des Videos}} {{Flächenberechnung von Vierecken}} {Sophie ist bei ihrer Lösung dabei so vorgegangen. [...]} Für den Flächeninhalt A1 des Quadrats rechnet sie also $6m * 6m$ das ergibt 36} [S pausiert das Video] S zeichnet eine Ergänzung ein: (Lucy)
Nutzung zur Ausführung von Rechenoperationen	[S startet das Video vom Anfang.] {{Einführung des Videos}} S schreibt: $U : a * a$ $U : 40 + 40 + 40 + 40 =$ [S stoppt das Video am Ende der Einführung.] S schreibt weiter: $U : 160000 \text{ cm}$ (Enna)
Was wird genutzt?	
Gesamte Ansicht	--
Ansicht von Passagen	
Einführung	{{Einführung des Videos}} S schreibt: $U : a * a$ $U : 40 + 40 + 40 + 40 =$ [S stoppt das Video am Ende der Einführung.] S schreibt weiter: $U : 160000 \text{ cm}$ (Enna)
Wiederholung Flächeninhaltsberechnung	[S spielt das Video vom Anfang an erneut ab] {{Einführung des Videos}} {{Flächenberechnung von Vierecken}} {Sophie ist bei ihrer Lösung dabei so vorgegangen. [...]} Für den Flächeninhalt A1 des Quadrats rechnet sie also $6m * 6m$ das ergibt 36} [S pausiert das Video] S zeichnet eine Ergänzung ein: (Lucy)
Ergänzungsprinzip	[S spult das Video zum Lösungsweg von Sophie.] {Sie schließt durch ihre Ergänzung die kleine Lücke} (Matti)
Zerlegungsprinzip (vertikal)	--

Zerlegungsprinzip (horizontal)	--
Zusammenfassung	<p>S blättert im Lösungsbeispiel zu der Seite mit der "Zusammenfassung".]</p> <p>[S klappt das Lösungsbeispiel wieder zu.]</p> <p>S schreibt zur 1. Aufgabe "Pappkarton": 40cm * 40cm</p> <p>[S blättert im Lösungsbeispiel zu der Seite mit der "Zusammenfassung".]</p> <p>[S klappt das Lösungsbeispiel wieder zu.]</p> <p>S schreibt weiter zur PLA 3: - 20cm * 20cm</p> <p>[S blättert im Lösungsbeispiel zu der Seite mit der "Zusammenfassung".]</p> <p>[S klappt das Lösungsbeispiel wieder zu.]</p> <p>[S blättert im Lösungsbeispiel erneut zur Seite mit der "Zusammenfassung".]</p> <p>[S klappt das Lösungsbeispiel wieder zu.]</p> <p>S schreibt weiter zur PLA 3: [S ergänzt ein "=" vor "40cm*40cm"] = 1600cm² - 400cm² = 1200 cm² (Julian)</p>
Auswirkung auf Bearbeitungsschritte	
Bearbeitungsschritt erfolgt korrekt	<p>[S spult weiter zur Flächenberechnung A1 von Sophie und pausiert dort]</p> <p>S schreibt in die Figur hinein: (Mitte) 8000cm² [korrigiert "8000" zu "800"] (oben) 200cm² (unten) 200 cm²</p> <p>S schreibt unter die Figur: = 1200 cm² (Matti)</p>
Bearbeitungsschritt erfolgt falsch	<p>[S startet das Video vom Anfang.]</p> <p>{{Einführung des Videos}}</p> <p>S schreibt: U : a * a U : 40 + 40 + 40 + 40 =</p> <p>[S stoppt das Video am Ende der Einführung.]</p> <p>S schreibt weiter: U : 160000 cm (Enna)</p>

Tabelle 14: Auszug aus dem Kategoriensystem zur Nutzung eines Lösungsbeispiels

7.3.3 Codierung

Bei einer qualitativen Inhaltsanalyse versteht sich der Schritt der „Codierung“ als die Zuordnung von Textstellen (hier: in den Transkripten der erhobenen Daten) zu den gebildeten Kategorien (s. Kategorienbildung im vorherigen Abschnitt 7.3.2)

(Kuckartz, 2018). Die Codierung der erhobenen Daten erfolgte unter Verwendung der QDA-Software MAXQDA. MAXQDA bietet neben der in Abschnitt 7.2 beschriebenen Transkriptionsmöglichkeit insbesondere die Möglichkeit der Verwaltung von Kategoriensystemen, der Vornahme und Verwaltung von Codierungen, einer systematischen Ausgabe von codierten Textstellen und vergebenen Codes sowie der Angabe entsprechender Codehäufigkeiten.

Für die Vornahme von Codierungen sind zur korrekten Anwendung der Kategoriensysteme insbesondere Kenntnisse über Phasen des Problemlösens als auch über Heuristiken gefordert. Da die Codierung des erhobenen Materials von zwei Codierenden (der Autorin dieser Arbeit und ihrer studentischen Hilfskraft) vorgenommen wurde, wurde zur Sicherstellung, dass beide Codierenden gleichermaßen über die geforderten Kenntnisse verfügen, von der Autorin dieser Arbeit zunächst eine Codierschulung vorgenommen.

Für eine eigenständige Codierung erfolgte nach Abschluss der Codierschulung die Vornahme erster Probecodierungen²¹ – wobei das Material stets unabhängig voneinander doppelt codiert wurde, was die stetige Überprüfung einer Codeübereinstimmung erlaubte. In Folgetreffen wurde ausführlich über die vorgenommenen Probecodierungen gesprochen, sodass Codierbeschreibungen so lange überarbeitet wurden, bis diese unmissverständlich formuliert waren²².

Nach Beendigung der Probecodierungen erfolgte von beiden Codierenden der eigentliche Codierdurchlauf, doppelt und unabhängig voneinander, deren Intercoder-Übereinstimmung – dargestellt in Abschnitt 8.2 (s. Tabelle 15) – zufriedenstellende Übereinstimmungen ausweist.

7.3.4 Analyse und Ergebnisdarstellung

Strukturierende wie auch evaluierende qualitative Inhaltsanalysen bieten verschiedene Auswertungsvarianten, welche insbesondere dazu dienen, die Ergebnispräsentation (s. Teil C in dieser Arbeit) vorzubereiten (Kuckartz, 2018). Zur Beantwortung der zugrundeliegenden Forschungsfragen und die dafür entwickelten Kategoriensysteme wird auf folgende Auswertungsvarianten zurückgegriffen:

- Kategorienbasierte Auswertung sowie dessen statistische Auswertung
- Fallübersichten
- Zusammenhänge zwischen einzelnen Kategorien
- Vertiefende Einzelfallanalysen

²¹ Für die Vornahme von Probecodierungen empfiehlt Kuckartz (2018) je nach Komplexität und Umfang der Kategoriensysteme einen Richtwert von ca. 10 bis 25% des Gesamtmaterials. Für die Probecodierungen dienen die Materialien der durchgeführten Pilotierung aus Abschnitt 6.3.

²² Jede vorgenommene Änderung an den Kategoriensystemen bedingte einen erneuten Durchlauf von Probecodierungen. Die Probecodierungen waren abgeschlossen, als keine weiteren Veränderungen an den Kategoriensystemen mehr vorzunehmen waren.

In Teil C dieser Arbeit erfolgt die Ergebnisdarstellung zunächst mit einer kategorienbasierten Auswertung mit der Darlegung statistischer Auswertungen in Form von Häufigkeitsanalysen. Diese kategorienbasierte Auswertung wird unterstützt durch Fallübersichten, welche die zuvor präsentierte kategorienbasierte Auswertung auf Einzelfallbasis übersichtlich darstellt. Insbesondere zur Beantwortung der Forschungsfrage 3b (Nutzung eines Lösungsbeispiels) wird auf eine Analyse von Zusammenhängen zwischen einzelnen Kategorien zurückgegriffen, um einen Zusammenhang zwischen Bearbeitungsprozess, Nutzung eines Lösungsbeispiels sowie dessen Auswirkung auf den Bearbeitungsprozess in den Blick zu nehmen. Die Beantwortung der Forschungsfragen wird abgerundet durch vertiefende, individuelle Einzelfallanalysen, in denen Detailanalysen einzelner ausgesuchter Fälle vorgenommen werden (Kuckartz, 2018). Vertiefende Einzelfallanalysen bieten bei einer qualitativen Inhaltsanalyse die Möglichkeit, die dargestellten Ergebnisse auf Einzelfallbasis zu verdeutlichen, sodass tiefere – und damit individuelle – Einblicke in die Ergebnisse zur fachdidaktischen Erkenntnis generiert werden.

8 Gütekriterien qualitativer Forschung

Jedem Forschungsprozess liegen – insbesondere zur Gültigkeit von Interpretationen und Generalisierbarkeit der gewonnenen Forschungserkenntnisse – Gütekriterien zugrunde, dessen Berücksichtigung bereits vor der eigentlichen Durchführung einer Untersuchung und Anwendung einer Auswertungsmethode maßgeblich sind. Nachfolgend werden diese zentralen Überlegungen herausgestellt, wofür in Abschnitt 8.1 auf die interne Studiengüte und in Abschnitt 8.2 auf die Intercoder-Übereinstimmung eingegangen wird.

8.1 Interne Studiengüte

Bei der internen Studiengüte geht es sowohl um die Zuverlässigkeit und Glaubwürdigkeit der erhobenen Daten als auch um die Nachvollziehbarkeit und Verlässlichkeit eben dieser (Bortz & Döring, 2006; Kuckartz, 2018). Welche interne Güte das erhobene Material aufweist, wird dabei zumeist erst während der eigentlichen Durchführung einer qualitativen Inhaltsanalyse deutlich. Bereits vor Durchführung einer qualitativen Inhaltsanalyse erfolgte eine Orientierung an Checklisten von Kuckartz (2018, S. 204 f.), welche nachfolgend zunächst in Abschnitt 8.1.1 hinsichtlich der Datenerfassung und Transkriptionen des Materials und anschließend in Abschnitt 8.1.2 hinsichtlich der Durchführung einer qualitativen Inhaltsanalysen dargelegt werden.

Bevor näher auf die Checkliste von Kuckartz (2018) eingegangen wird, sei der Hinweis erlaubt, dass einige der darin enthaltenen Punkte bereits in vorangegangenen Abschnitten des methodischen Vorgehens thematisiert wurden. Dass es daher in diesem Abschnitt teilweise zu inhaltlichen Doppelungen kommt, ist zur expliziten

Verdeutlichung der internen Studiengüte bewusst gewählt und wird an entsprechenden Stellen mit Querverweisen kenntlich gemacht.

8.1.1 Hinsichtlich der Datenerfassung und Transkription des Materials

Zur Einordnung der internen Studiengüte hinsichtlich der Datenerfassung und Transkription der Daten hat Kuckartz (2018, S. 204) eine Checkliste von Kriterien zusammengestellt, welche für die interne Studiengüte einer Untersuchung zu bedenken waren: Für die Anwendung der qualitativen Inhaltsanalyse wurde diese Checkliste zugrundegelegt und bereits in den vorherigen Abschnitten herausgestellt. Dazu zählt sowohl die Fixierung der Daten (s. Abschnitt 6.2 und 6.5), das Erstellen von Transkriptionen (s. Abschnitt 7.2), das Arbeiten mit diesen im Rahmen der Analyse (s. Abschnitt 7.3.3) sowie eine Anonymisierung der erhobenen Daten (s. Tabelle 9 in Abschnitt 6.4.2).

8.1.2 Hinsichtlich der Durchführung einer qualitativen Inhaltsanalyse

Zur Bewertung der internen Studiengüte hinsichtlich der Durchführung einer qualitativen Inhaltsanalyse hat Kuckartz (2018, S. 204 f.) ebenfalls eine Checkliste erstellt, welche die Güte der methodischen Durchführung einer qualitativen Inhaltsanalyse bewerten. Wie bereits im vorherigen Abschnitt erfolgte für die zugrundeliegende Arbeit eine Orientierung an dieser Checkliste: So erfolgte in Abschnitt 4.1 die Begründung zur Wahl der inhaltsanalytischen Methode, dessen Anwendung in Abschnitt 7.3 dargestellt ist. Insbesondere wird in Abschnitt 7.3 Bezug genommen auf die computergestützte Analyse mit der QDA-Software MAXQDA sowie auf die Vornahme von Codierungen durch mehrere Codiererinnen wie auch die Vornahme mehrerer Codierdurchläufe und die Ausgestaltung der Kategoriensysteme.

8.2 Intercoder-Übereinstimmung

Bei einer Intercoder-Übereinstimmung handelt es sich um eine Überprüfung dessen, ob zwei Codierer_innen jeweils die gleichen Codes vergeben haben. Die Übereinstimmung stellt damit ein weiteres Element der Gütekriterien qualitativer Forschung dar. Denn wie aussagekräftig wären durchgeführte Analysen und daraus resultierende Ergebnisse, „wenn man sich – umgangssprachlich formuliert – nicht auf die Codierungen verlassen kann?“ (Kuckartz, 2018, S. 210).

Dabei kann eine Übereinstimmung nach Kappa zwischen $.60 < k \leq .75$ als gut und ab $k > .75$ als sehr gut interpretiert werden (Kuckartz, 2018; Schreier, 2012).

Die zwischen den beiden Codiererinnen dieser Arbeit ermittelte Intercoder-Übereinstimmung (relative Häufigkeit der Übereinstimmung sowie Kappa als zufallsbereinigtes Maß der Übereinstimmung) des finalen Codierdurchlaufs kann der Tabelle 15 entnommen werden.

Kategoriensystem	Hauptkategorien	relative Häufigkeit p_0	Kappa k
Problemlöseaufgabe PLA 2	Bewertung des Bearbeitungserfolgs	.85	.82
Problemlöseaufgabe PLA 3	Bewertung des Bearbeitungserfolgs	.81	.76
Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen	Phase 3: Ergänzungsprinzip	.85	.82
	Phase 3: Zerlegungsprinzip (vertikal)	.85	.82
	Phase 3: Zerlegungsprinzip (horizontal)	.81	.76
Nutzung eines Lösungsbeispiels	Wofür wird das Lösungsbeispiel genutzt?	1.00	1.00
	Was wird genutzt	.90	.88
	Auswirkung auf Bearbeitungsschritte	1.00	1.00

Tabelle 15: Intercoder-Übereinstimmung

Sämtliche in Tabelle 15 aufgeführten Übereinstimmungsmaße weisen zufriedenstellende Übereinstimmungen auf, was sowohl auf gut ausdifferenzierte Kategoriensysteme und Codedefinitionen hindeutet als auch auf eine gut geschulte zweite Codiererin.

Teil C: Ergebnisse

9 Anfänglicher Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgaben

Zur Beantwortung der Forschungsfrage, wie erfolgreich Schüler_innen vor einer Bearbeitung des Lösungsbeispiels eine Problemlöseaufgabe (PLA 2) zur Flächeninhaltsberechnung bearbeiten können, erfolgt in Abschnitt 9.1 die Ergebnisdarstellung der erzielten Bearbeitungserfolge in Treatmentgruppe TG 1 (Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels) und in Abschnitt 9.2 dasselbe für TG 2 (Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels). Dazu untergliedern sich sowohl Abschnitt 9.1 als auch Abschnitt 9.2 jeweils in a) keine erfolgreiche Bearbeitung und b) erfolgreiche Bearbeitung, codiert nach dem Kategoriensystem aus Anhang X. In Abschnitt 9.3 erfolgt zur vergleichenden Herausstellung des anfänglichen Bearbeitungserfolgs eine Gegenüberstellung beider Treatmentgruppen.

9.1 Anfänglicher Bearbeitungserfolg in TG 1

9.1.1 Anfänglich keine erfolgreiche Bearbeitung

Von insgesamt 19 Schüler_innen in TG 1 haben sechs Schüler_innen vor der Bearbeitung des papierbasierten Lösungsbeispiels die Problemlöseaufgabe PLA 2 hinsichtlich der Auswahl und Anwendung von Heuristiken nicht erfolgreich bearbeitet. Die von den Schüler_innen erzielten Erfolgsstufen werden in Abbildung 42 dargestellt: Jeweils drei Schüler_innen wählten für eine Bearbeitung von PLA 2 (1) *keine geeigneten Heuristiken aus* bzw. (2) *wählten geeignete Heuristiken, wendeten diese jedoch nicht zielführend an*. Zur Verdeutlichung der erzielten Erfolgsstufen erfolgt ein Einblick in exemplarische Bearbeitungen. Ergänzend sind alle nicht erfolgreichen Bearbeitungen von PLA 2 in TG 1 dem Anhang XIV zu entnehmen.

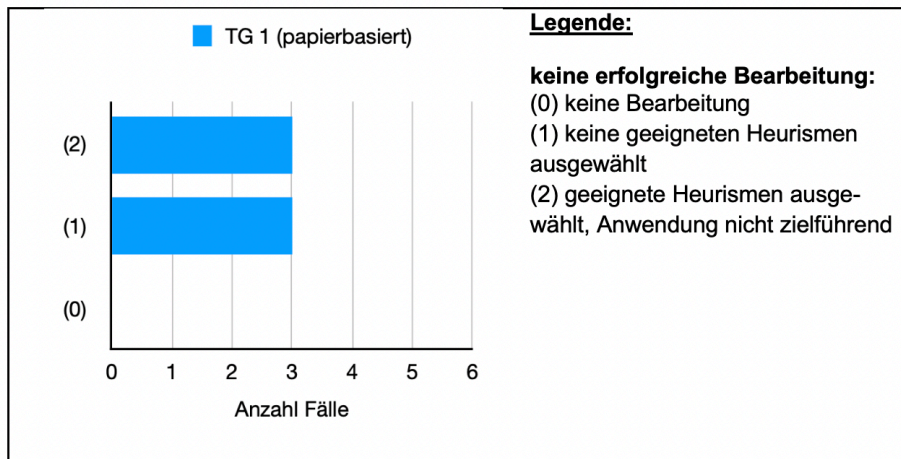


Abbildung 42: Erzielte Erfolgsstufen nicht erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 2 in TG 1

Exemplarische Bearbeitungen von Schüler_innen, welche (1) keine geeigneten Heurismen auswählten, sind in Abbildung 43 am Beispiel von Jasper (links) und Leni (rechts) dargestellt: Jasper nahm eine (fehlerhafte) Berechnung des Umfangs vor, indem er ausschließlich gegebene Seitenlängen addierte. Leni hingegen zeigte in ihrer Bearbeitung die Multiplikation aller Seitenlängen an.

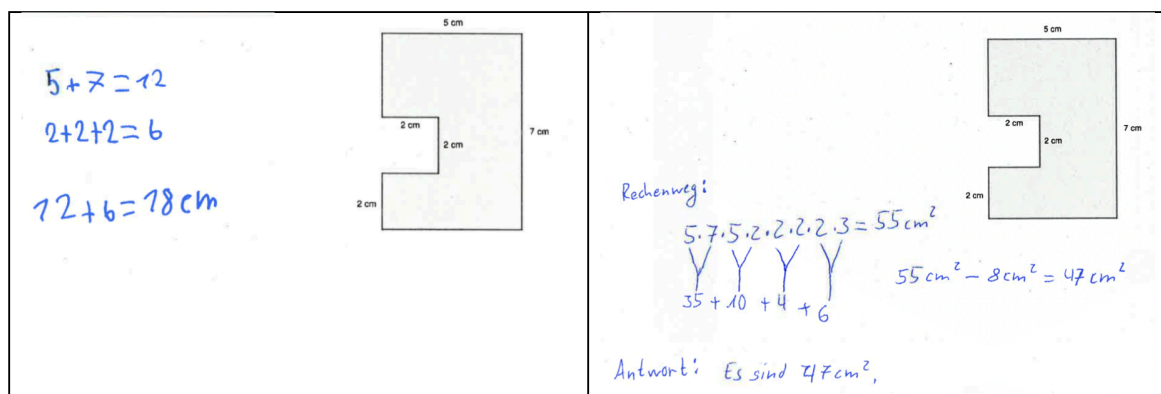


Abbildung 43: Beispiele nicht erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 2 in TG 1 ohne Auswahl geeigneter Heurismen

Bearbeitungen von Schüler_innen, welche zwar (2) geeignete Heurismen auswählten, diese jedoch nicht zielführend anwendeten, kann man Abbildung 44 am Beispiel von Joris (links) und Timo (rechts) entnehmen: Joris zeichnete sowohl eine Zerlegung als auch eine Ergänzung in die gegebene Skizze, womit er zunächst zwei heuristische Prinzipien auswählte – welche für eine Bearbeitung indes auch grundsätzlich geeignet gewesen wären. Rechnerisch verfolgte Joris seine eingezeichnete Ergänzung und wendete diese zwar an, doch berechnete er von beiden entstandenen Flächen anstatt des Flächeninhalts den Umfang und subtrahierte die Ergebnisse voneinander. Timo zeichnete in die gegebene Skizze zunächst nur eine Zerlegung der oberen Teilfläche ein, womit zeichnerisch die Zerlegung als unvollständig anzusehen ist. Rechnerisch führte er seine Berechnung dennoch fort. Timo verwendete dabei falsche Seitenlängen, da er ausschließlich mit den gegebenen Seitenlängen rechnete.

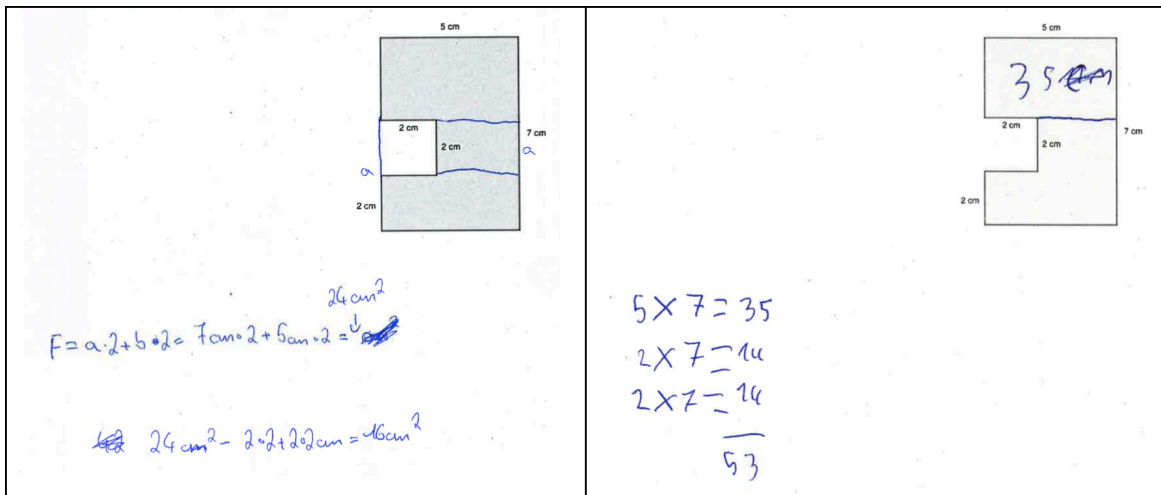


Abbildung 44: Beispiele nicht erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 2 in TG 1 mit nicht zielführend angewendeten Heurismen

9.1.2 Anfänglich erfolgreiche Bearbeitung

Eine erfolgreiche Bearbeitung bei PLA 2 erzielten in TG 1 insgesamt 13 Schüler_innen. Die erzielten Erfolgsstufen dieser Schüler_innen lassen sich Abbildung 45 entnehmen: Acht Schüler_innen (3) wählten geeignete Heurismen aus und wendeten diese – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt an, während fünf Schüler_innen (4) geeignete Heurismen auswählten und vollständig korrekt anwendeten. Nachfolgend erfolgt zur Verdeutlichung von erzielten Erfolgsstufen ein Einblick in exemplarische Bearbeitungen. Ergänzend lassen sich alle erfolgreichen Bearbeitungen in TG 1 dem Anhang XIV entnehmen.

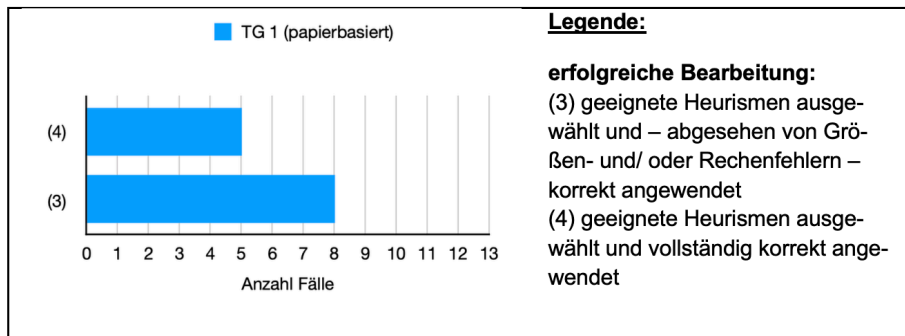


Abbildung 45: Erzielte Erfolgsstufen erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 2 in TG 1

Abbildung 46 veranschaulicht eine Bearbeitung der Erfolgsstufe (3) am Beispiel von Clara: Aus Claras Berechnung geht die Auswahl des Ergänzungsprinzips hervor. Sie verrechnete sich jedoch bei der Flächeninhaltsberechnung des ergänzten Rechtecks und wies bei ihren Ergebnissen falsche Einheiten (m^2 anstatt cm^2) aus.

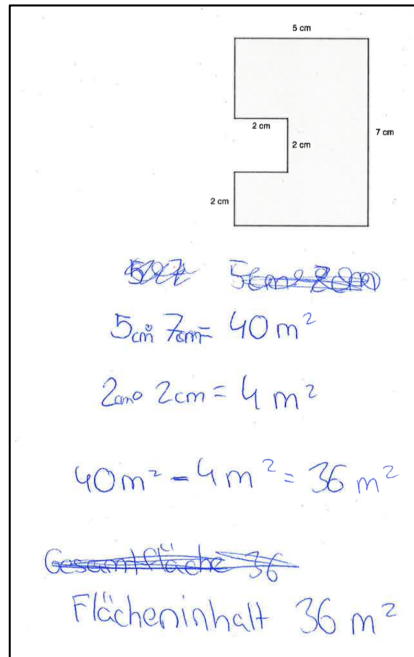


Abbildung 46: Beispiel einer erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 2 in TG 1 mit – abgesehen von Größen- und/oder Rechenfehlern – korrekt angewendeten Heuristiken

Eine exemplarische Bearbeitung der Erfolgsstufe (4) ist in Abbildung 47 am Beispiel von Kilian veranschaulicht, der das Zerlegungsprinzip auswählte.

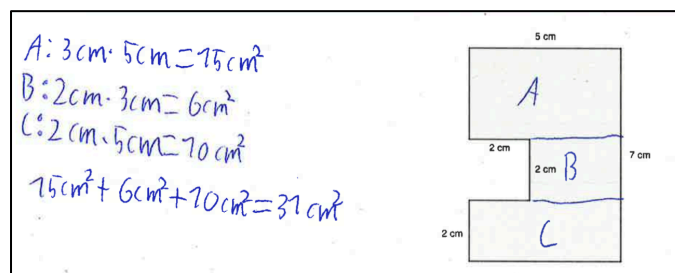


Abbildung 47: Beispiel einer erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 2 in TG 1 mit vollständig korrekt angewendeten Heuristiken

9.2 Anfänglicher Bearbeitungserfolg in TG 2

9.2.1 Anfänglich keine erfolgreiche Bearbeitung

Sechs von 19 Schüler_innen haben in TG 2 vor Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels Problemlöseaufgabe PLA 2 hinsichtlich der Auswahl und Anwendung von Heuristiken nicht erfolgreich bearbeitet. Abbildung 48 stellt die von diesen Schüler_innen erzielten Erfolgsstufen dar: Ein Schüler nahm (0) keine Bearbeitung von PLA 2 vor. Drei Schüler_innen wählten für eine Bearbeitung von PLA 2 (1) keine geeigneten Heuristiken aus und zwei Schüler_innen (2) wählten geeignete Heuristiken aus, wendeten diese jedoch nicht zielführend an. Ein exemplarischer Einblick in Bearbeitungen der Erfolgsstufen (1) und (2) erfolgt nachfolgend. Ergänzend können alle nicht erfolgreichen Bearbeitungen von PLA 2 in TG 2 dem Anhang XV entnommen werden.

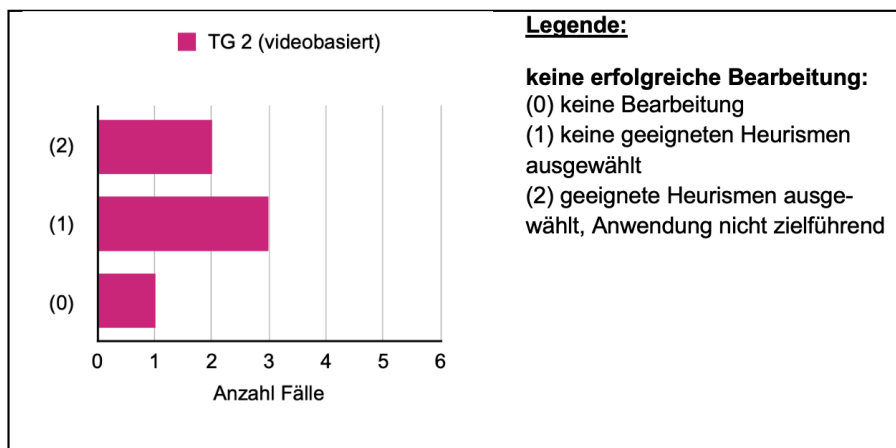


Abbildung 48: Erzielte Erfolgsstufen nicht erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 2 in TG 1

Eine exemplarische Bearbeitung von Schüler_innen, welche (1) keine geeigneten Heurismen auswählten, ist in Abbildung 49 am Beispiel von Lucy dargestellt: Lucy arbeitete weder mit der gegebenen Skizze noch sind ihre Berechnungen vollständig nachvollziehbar.

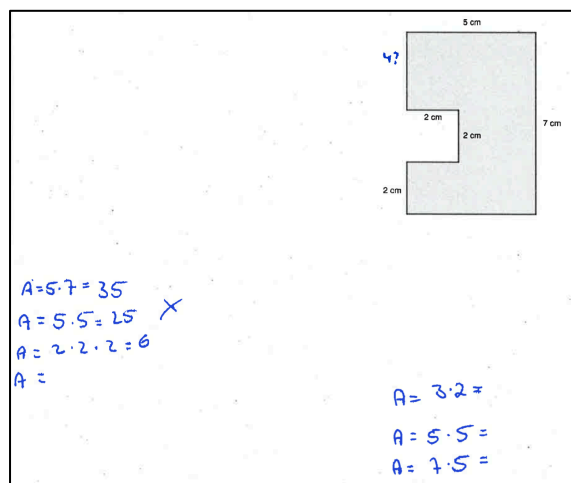


Abbildung 49: Beispiel einer nicht erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 2 in TG 2 ohne Auswahl geeigneter Heurismen

Am Beispiel von Matti in Abbildung 50 ist eine exemplarische Bearbeitung dargestellt, bei welcher (2) geeignete Heurismen ausgewählt, jedoch nicht zielführend angewendet wurden. Matti wählte das Zerlegungsprinzip aus, ermittelte dann jedoch den Umfang, wobei er sich bei der oberen Teilfläche verrechnete.

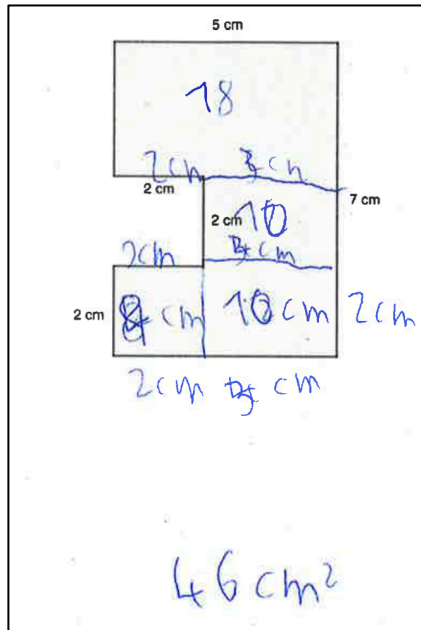


Abbildung 50: Beispiel einer nicht erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 2 in TG 2 mit nicht zielführend angewendeten Heurismen

9.2.2 Anfänglich erfolgreiche Bearbeitung

13 Schüler_innen in TG 2 bearbeiteten PLA 2 erfolgreich. Die erzielten Erfolgsstufen dieser Schüler_innen kann man Abbildung 51 entnehmen: Acht Schüler_innen (3) wählten geeignete Heurismen aus und wendeten diese – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt an, während fünf Schüler_innen (4) geeignete Heurismen vollständig korrekt anwendeten. Nachfolgend erfolgt zur Verdeutlichung von erzielten Erfolgsstufen ein Einblick in exemplarische Bearbeitungen. Alle erfolgreichen Bearbeitungen in TG 2 kann man dem Anhang XV entnehmen, wovon nachfolgend exemplarische Bearbeitungen vorgestellt werden.

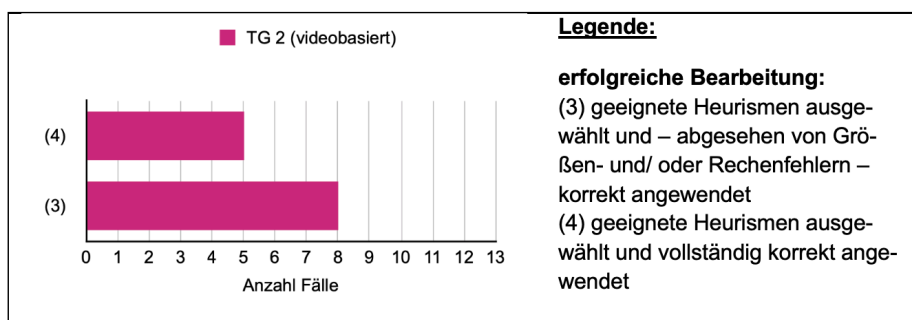


Abbildung 51: Erzielte Erfolgsstufen erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 2 in TG 2

Bearbeitungen der Erfolgsstufe (3) sind in Abbildung 52 am Beispiel von Jane (links) und Luca (rechts) veranschaulicht: Jane wendete das Zerlegungsprinzip an, wobei sie die Einheiten unvollständig angab. Luca wählte das Invarianzprinzip aus und versuchte seine Figur mit Einheitsquadraten auszulegen, wobei ihm im oberen Teil der Skizze ein Fehler in der Unterteilung unterlief – was bei vergleichender Anwendung des Zerlegungsprinzips der Ermittlung falscher Seitenlängen gleicht.

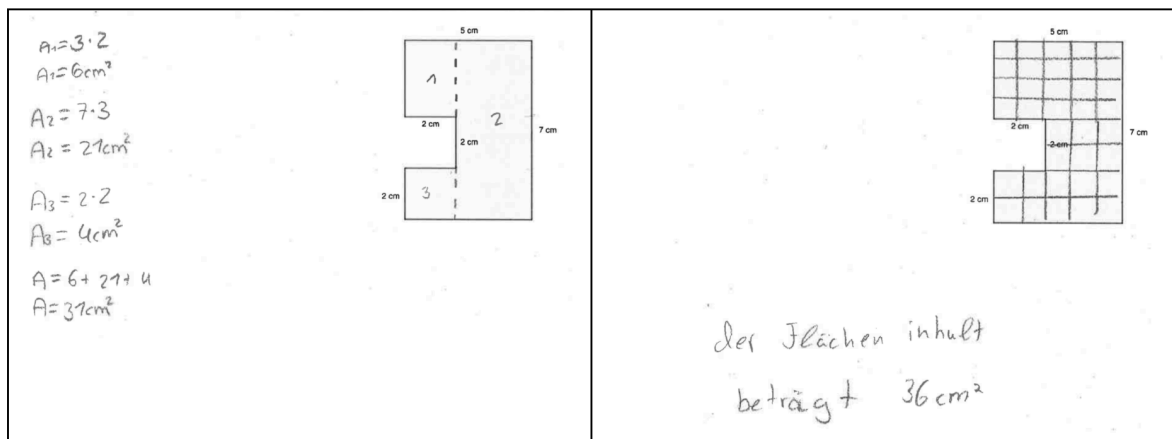


Abbildung 52: Beispiele erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 2 in TG 2 mit – abgesehen von Größen- und/oder Rechenfehlern – korrekt angewendeten Heuristiken

Eine exemplarische Bearbeitung der Erfolgsstufe (4) ist in Abbildung 53 am Beispiel von Till dargestellt, der für die Bearbeitung das Ergänzungsprinzip auswählte.

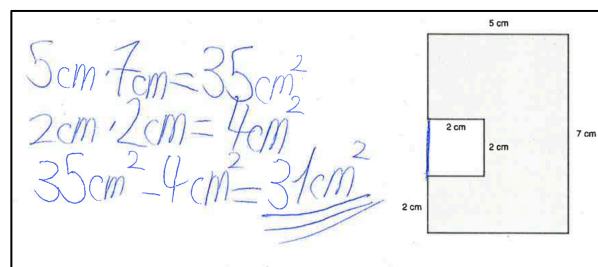


Abbildung 53: Beispiel einer erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 2 in TG 2 mit korrekt angewendeten Heuristiken

9.3 Anfänglicher Bearbeitungserfolg im Vergleich zwischen den Treatmentgruppen

Abbildung 54 weist die erzielten Erfolgsstufen und Abbildung 55 die daraus resultierenden Bearbeitungserfolge im Vergleich zwischen TG 1 und TG 2 aus. Abbildung 54 verdeutlicht dabei, dass bei PLA 2 bis auf eine Abweichung in einem Fall (in TG 2 erfolgte in einem Fall (0) keine Bearbeitung) identische Anfangsvoraussetzungen galten. Abbildung 55 zeigt, dass es jeweils gleich viele nicht erfolgreiche und erfolgreiche Bearbeitungen gab.

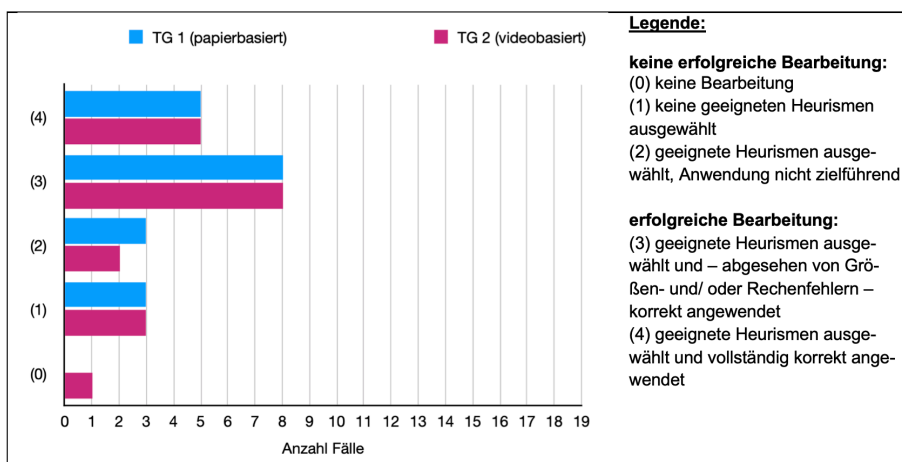


Abbildung 54: Erzielte Erfolgsstufen bei PLA 2 im Vergleich zwischen TG 1 und TG 2

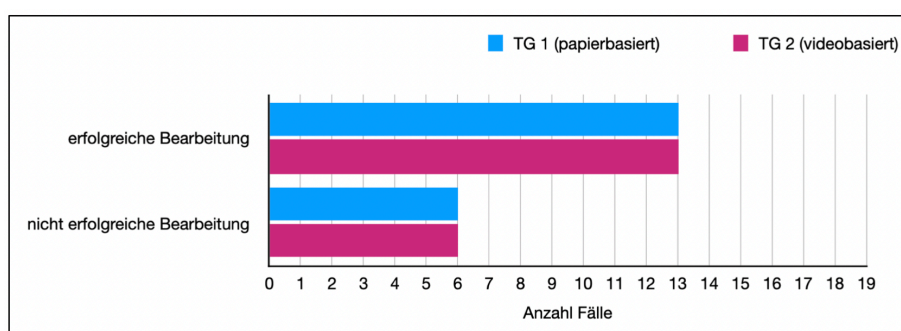


Abbildung 55: Bearbeitungserfolg bei PLA 2 im Vergleich zwischen TG 1 und TG 2

10 Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen

Die Forschungsfrage, wie erfolgreich Schüler_innen ein papier- bzw. videobasiertes Lösungsbeispiel bearbeiten – indem sie schriftliche Selbsterklärungen zu präsentierten Heurismen formulierten –, wird in diesem Abschnitt beantwortet, in Abschnitt 10.1 für papierbasierte Lösungsbeispiele (TG 1) und in Abschnitt 10.2 für videobasierte Lösungsbeispiele (TG 2). Beide Abschnitte untergliedern sich dabei jeweils in a) keine erfolgreiche Bearbeitung und b) erfolgreiche Bearbeitung, codiert nach dem Kategoriensystem aus Anhang XII.

Abschließend erfolgt in Abschnitt 10.3. ein Vergleich zwischen den Treatmentgruppen.

10.1 Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen in TG 1

10.1.1 Keine erfolgreiche Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels

Von insgesamt 19 Schüler_innen haben fünf Schüler_innen in TG 1 ein papierbasiertes Lösungsbeispiel nicht erfolgreich bearbeitet. Die höchste erzielte Erfolgsstufe der drei formulierten Selbsterklärungen (zu den Lösungswegen von Sophie,

Luca und Armin) kann man Abbildung 56 entnehmen: Drei Schüler_innen beschrieben in ihren Formulierungen (1) *keine geeigneten Heurismen*, wohingegen zwei Schüler_innen (2) *geeignete Heurismen nicht zielführend beschrieben*. Nachfolgend wird ein Einblick in die Formulierungen der Schüler_innen gewährt. Eine vollständige Übersicht aller formulierten Selbsterklärungen, ist ergänzend dem Anhang XIV zu entnehmen.

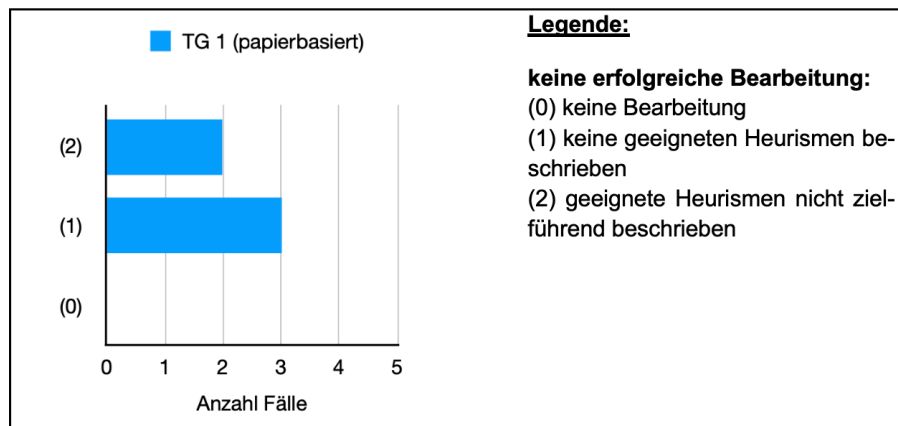


Abbildung 56: Erzielte Erfolgsstufen nicht erfolgreicher Bearbeitungen eines papierbasierten Lösungsbeispiels

Formulierungen der Erfolgsstufe (1) *keine geeigneten Heurismen beschrieben* bezogen sich lediglich auf die Ermittlung fehlender Seitenlängen – exemplarisch am Beispiel von Timo verdeutlicht:

„Er hat $6 - 3$ genommen, und so seinen rechn weg abgekürzt“.

Bzw. die Formulierungen waren inhaltlich nicht korrekt – wie beispielsweise bei Jonte:

„Er hatt Das rechteck Woanders hingetan und es dan ausgerechnet“.

Aus den Selbsterklärungen der Erfolgsstufe (2) *geeignete Heurismen nicht zielführend beschrieben* geht zwar eine Beschreibung von heuristischen Prinzipien hervor, doch sind diese Beschreibungen unvollständig und/ oder unpräzise, wie exemplarisch am Beispiel von Jasper hervorgeht:

„Er hat den unteren teijel gerechnet und den den oberen teijel“.

10.1.2 Erfolgreiche Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels

Aus Abbildung 57 kann die Häufigkeit der erzielten Erfolgsstufen erfolgreicher Bearbeitungen entnommen werden: 14 Schüler_innen beschrieben in ihren Selbsterklärungen geeignete Heurismen; davon in einem Fall (3) *abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern korrekt* und in 13 Fällen (4) *korrekt*. Alle formulierten

Selbsterklärungen finden sich ergänzend in Anhang XIV und werden nachfolgend exemplarisch herausgestellt.

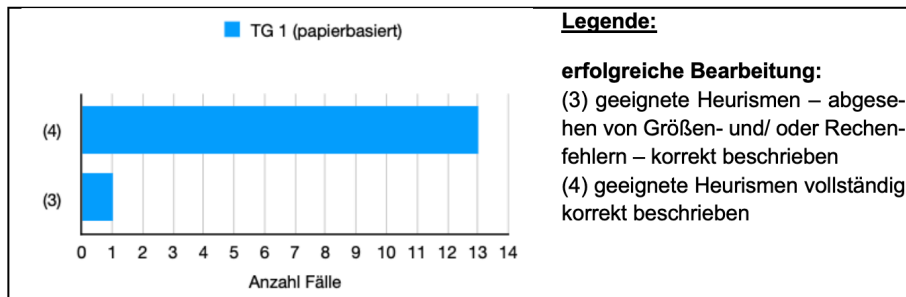


Abbildung 57: Erzielte Erfolgsstufen erfolgreicher Bearbeitungen eines papierbasierten Lösungsbeispiels

Hauke beschrieb (3) geeignete Heurismen – abgesehen von fehlenden bzw. falschen Größenangaben – korrekt:

„Sie hat erst $6 \cdot 6$ gerechnet damit sie weiß wie viel Quadratmeter das Quadrat hat in dem fall 36m. danach hatt sie das kleine Rechteck was noch über ist ausgerechnet das sind 6 meter die muss jetzt minus 36 Rechnen und hat so das ergebnis: 30“.

Formulierungen, welche (4) geeignete Heurismen vollständig korrekt beschrieben, sind am Beispiel von Clara verdeutlicht:

„Er hat die gesamt Fläche In der hälfte geteilt so dass es ein größeres und ein kleineres Rechteck gibt. Er hat nun von den zwei Rechtecken den Flächeninhalt ausgerechnet und sie mit einander plus gerechnet. Rechteck + Rechteck = gesamter Flächeninhalt“.

10.2 Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen in TG 2

10.2.1 Keine erfolgreiche Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels

Lediglich zwei von insgesamt 19 Schüler_innen in TG 2 haben ein videobasiertes Lösungsbeispiel nicht erfolgreich bearbeitet: Abbildung 58 zeigt, dass in beiden Fällen (2) geeignete Heurismen nicht zielführend beschrieben wurden.

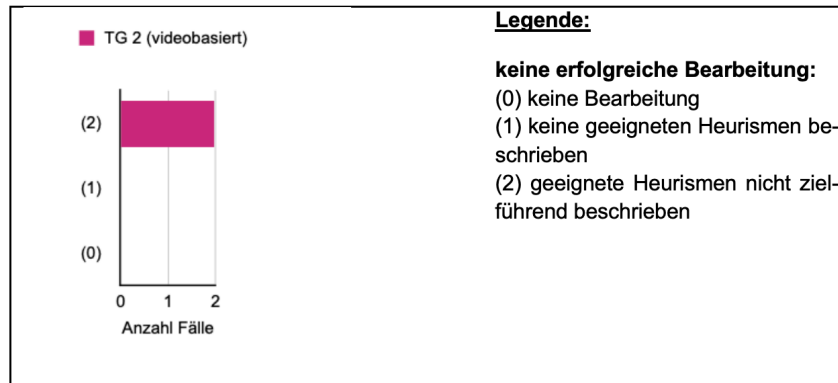


Abbildung 58: Erzielte Erfolgsstufen nicht erfolgreicher Bearbeitungen eines videobasierten Lösungsbeispiels

Eine Übersicht der Selbsterklärungen ist dem Anhang XV zu entnehmen, welche nachfolgend am Beispiel von Luca verdeutlicht sind:

„Sie hat den Raum zu eine Quadrat ergentzt“.

10.2.2 Erfolgreiche Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels

17 Schüler_innen aus TG 2 bearbeiteten ein videobasiertes Lösungsbeispiel erfolgreich. Abbildung 59 verdeutlicht, dass alle 17 Schüler_innen (4) geeignete Heurismen korrekt beschrieben haben.

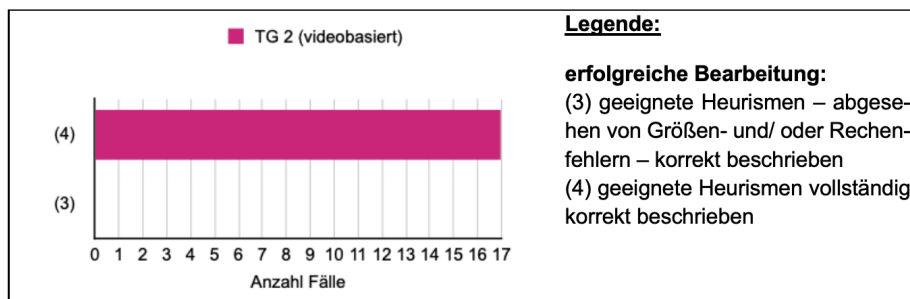


Abbildung 59: Erzielte Erfolgsstufen erfolgreicher Bearbeitungen eines videobasierten Lösungsbeispiels

Nachfolgend werden die in Anhang XV zu entnehmenden Selbsterklärungen exemplarisch am Beispiel von Leon herausgestellt:

„Sie hat die Form zu einem Quadrat ergänzt. Den Flächeninhalt des gesamten Quadrats ausgerechnet, hat dann das hinzugegebene Stück ausgerechnet (Flächeninhalt). Dann hat sie den Flächeninhalt des gesamten Quadrats, mit der dem Flächeninhalt des hinzugegebenen Stück subtrahieren“.

10.3 Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen im Vergleich zwischen den Treatmentgruppen

Abbildung 60 verdeutlicht, dass sich im Vergleich zwischen TG 1 und TG 2 die Häufigkeiten der jeweils erzielten Erfolgsstufen unterscheiden. Bei Betrachtung der aus

den Erfolgsstufen resultierenden Bearbeitungserfolge – dargestellt in Abbildung 61 – wird deutlich, dass mehr Schüler_innen nach Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels erfolgreich Selbsterklärungen formulierten als nach der Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels.

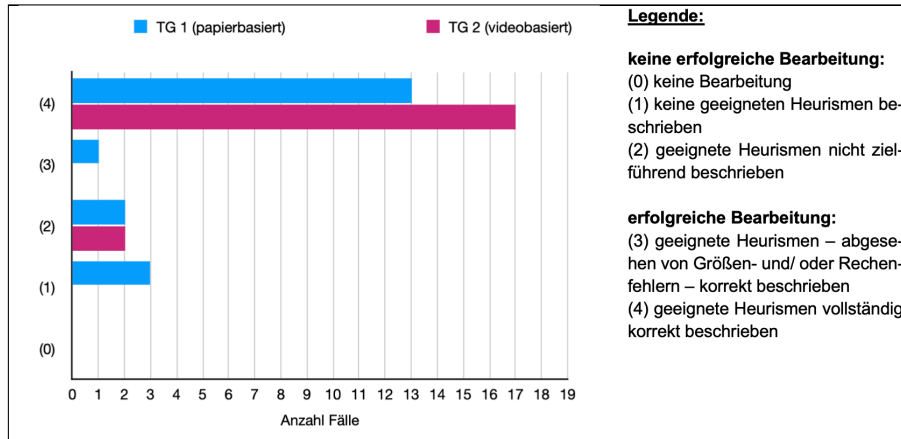


Abbildung 60: Erzielte Erfolgsstufen bei Lösungsbeispielen im Vergleich zwischen TG 1 und TG 2

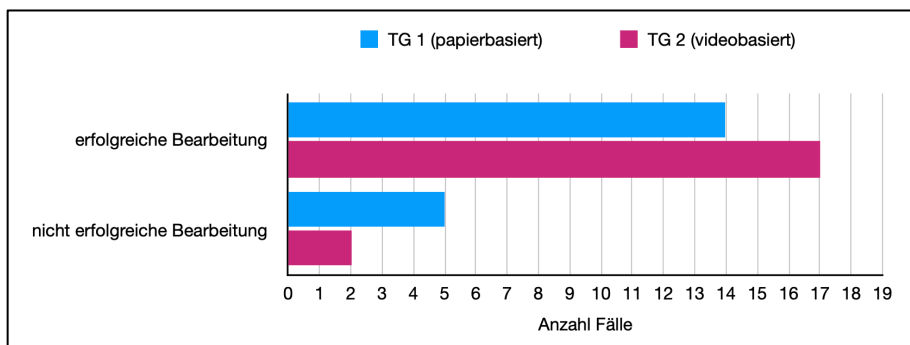


Abbildung 61: Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen im Vergleich zwischen TG 1 und TG 2

11 Anschließendender Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgaben

In diesem Abschnitt erfolgt die Beantwortung der Forschungsfrage, wie erfolgreich Schüler_innen eine Problemlöseaufgabe (PLA 3) nach Bearbeitung eines Lösungsbeispiels bearbeiteten. Dafür erfolgt in Abschnitt 11.1 die Herausstellung des Bearbeitungserfolgs der Schüler_innen aus TG 1 und in Abschnitt 11.2 der Schüler_innen aus TG 2. Resultierend aus den Ergebnissen findet in Abschnitt 11.3 eine vergleichende Betrachtung der Treatmentgruppen statt.

Die Abschnitte 11.1 und 11.2 untergliedern sich jeweils in a) keine erfolgreiche Bearbeitung und b) erfolgreiche Bearbeitung von PLA 3, codiert nach dem Kategoriensystem aus Anhang XI.

11.1 Anschließender Bearbeitungserfolg in TG 1

11.1.1 Keine erfolgreiche Bearbeitung

Nachdem die 19 Schüler_innen aus TG 1 ein papierbasiertes Lösungsbeispiel bearbeiteten, erzielten fünf Schüler_innen bei Problemlöseaufgabe PLA 3 keine erfolgreiche Bearbeitung. Die jeweils erzielten Erfolgsstufen können der Abbildung 62 entnommen werden: Ein Schüler nahm (0) *keine Bearbeitung* vor, drei Schüler_innen haben (1) *keine geeigneten Heurismen ausgewählt*, während ein Schüler zwar (2) *geeignete Heurismen auswählte, aber nicht zielführend anwendete*. Die Bearbeitungen der Schüler_innen lassen sich dem Anhang XIV entnehmen und werden nachfolgend exemplarisch herausgestellt.

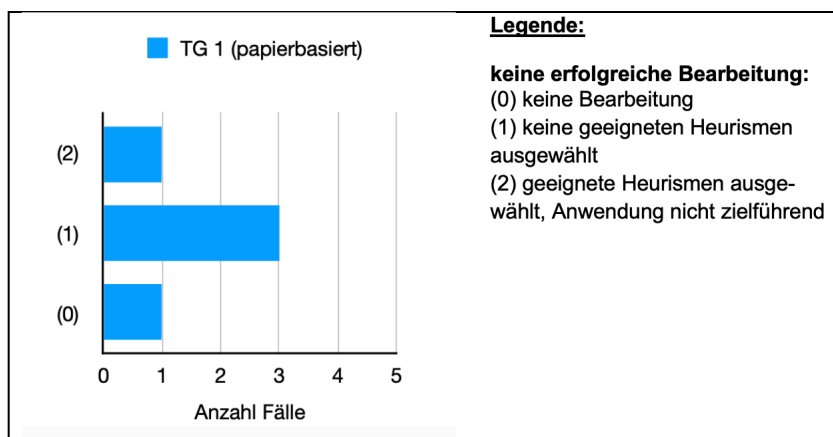


Abbildung 62: Erzielte Erfolgsstufen nicht erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 3 in TG 1

Bearbeitungen, bei denen Schüler_innen (1) *keine geeigneten Heurismen auswählten*, sind in Abbildung 63 am Beispiel von Paul (links) und Pia (rechts) dargestellt: Bei Pauls Bearbeitung scheint es, als berechnete er zunächst den Umfang einer nicht in der Skizze eingezeichneten Ergänzung („ $40 \cdot 4$ “). Anschließend subtrahierte er „40“, wobei aus seiner Bearbeitung nicht ersichtlich wird, ob es sich dabei um die angegebene Seitenlänge von 40 cm handelt. Insgesamt betrachtet lässt sich aus Pauls Bearbeitung keine Auswahl und Anwendung von Heurismen erkennen. Pia multiplizierte lediglich die beiden in der Skizze angegebenen Seitenlängen miteinander und wählte daher ebenfalls keine Heurismen für ihre Bearbeitung aus.

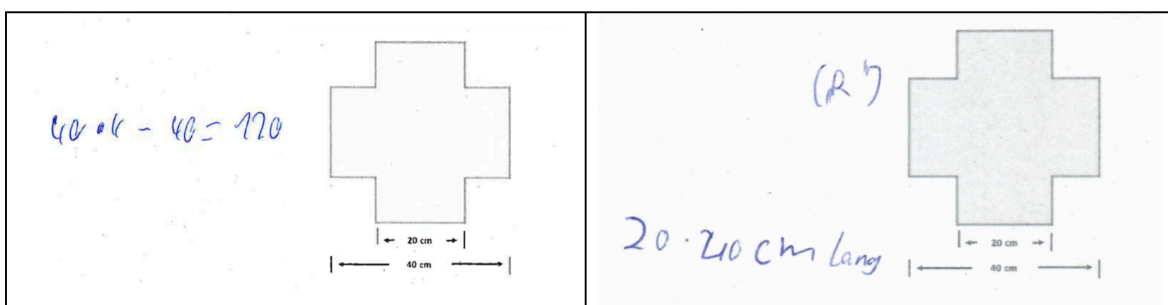


Abbildung 63: Beispiele von nicht erfolgreichen Bearbeitungen bei PLA 3 in TG 1 ohne Auswahl geeigneter Heurismen

Die Erfolgsstufe (2) *geeignete Heurismen nicht zielführend angewendet* erzielte Jonte, dessen Bearbeitung in Abbildung 64 dargestellt ist: Jonte wählte das Ergänzungsprinzip aus, doch er beendete seine Berechnung nicht.

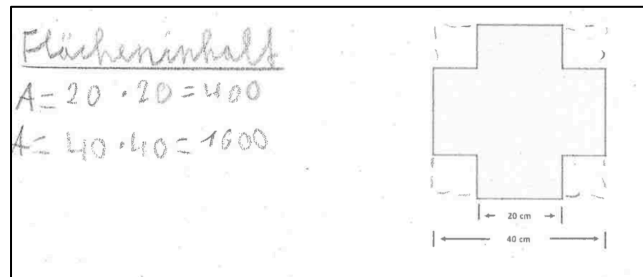


Abbildung 64: Beispiel von nicht erfolgreichen Bearbeitungen bei PLA 3 in TG 1 mit nicht zielführend angewendeten Heurismen

11.1.2 Erfolgreiche Bearbeitung

Insgesamt bearbeiteten 14 Schüler_innen nach Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels PLA 3 erfolgreich. Die jeweils erzielten Erfolgsstufen sind Abbildung 65 zu entnehmen: Neun Schüler_innen haben (3) *geeignete Heurismen ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet*, während fünf Schüler_innen die Anwendung von geeigneten Heurismen (4) *vollständig korrekt vornahmen*. Von den vollständig in Anhang XIV dargestellten Bearbeitungen erfolgt nachfolgend eine exemplarische Herausstellung.

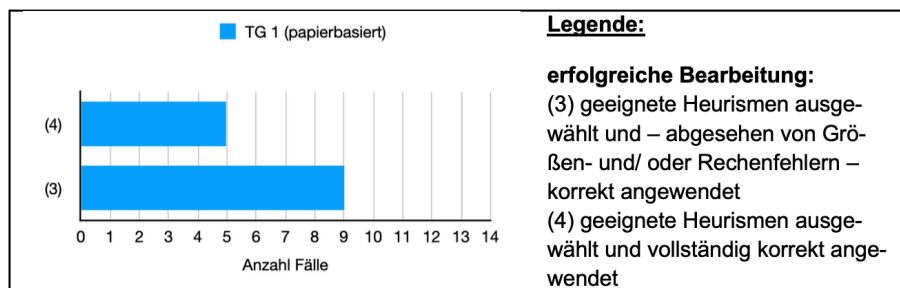


Abbildung 65: Erzielte Erfolgsstufen erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 3 in TG 1

Zwei exemplarische Bearbeitungen von Schüler_innen, welche (3) *geeignete Heurismen ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet haben*, können der Abbildung 66 entnommen werden: Leni (links) wählte das Zerlegungsprinzip aus. Die korrekt ermittelten Flächeninhalte weisen jedoch falsche Einheiten aus. Auch Romy (rechts) wählte das Zerlegungsprinzip. Sie verrechnete sich jedoch mehrmals und gab bei ihren Berechnungen keine Einheiten an.


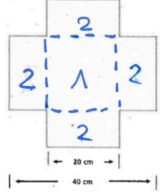
<p>Q, Flächeninhalt Rechnung: $20\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} = 400\text{ cm}$</p> <p>R, Flächeninhalt Rechnung! $20\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} = 200\text{ cm}$ $200\text{ cm} \cdot 4 = 800\text{ cm}$</p> <p>$400\text{ cm} + 800\text{ cm} = 1200\text{ cm}$</p>		<p>$A_1 = a \cdot a$ $A_1 = 20 \cdot 20$ $A_1 = 400$</p> <p>$A_2 = a \cdot b$ $A_2 = 20 \cdot 10$ $A_2 = 300$</p> <p>$A = A_2 + A_2 + A_2 + A_2 + A_1$ $A = 300 + 300 + 300 + 300 + 400$ $A = 12.000 + 400$ $A = 16.000$</p> <p>$A = 4 \cdot 300$ $A = 12.000$</p>	 <p>$A = 16.000\text{ cm}^2$ $n =$</p>
--	---	--	--

Abbildung 66: Beispiel einer erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 3 in TG 1 mit – abgesehen von Größen- und/oder Rechenfehlern – korrekt angewendeten Heuristiken

Eine exemplarische Bearbeitung, bei der die Schüler_innen (4) geeignete Heuristiken vollständig korrekt anwendeten, ist in Abbildung 67 am Beispiel von Kilian veranschaulicht, der, wie auch Leni und Romy, das Zerlegungsprinzip auswählte.

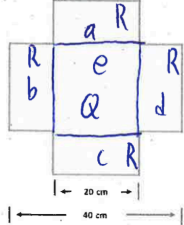
<p>a: $20\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} = 200\text{ cm}^2$ b: $20\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} = 200\text{ cm}^2$ c: $20\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} = 200\text{ cm}^2$ d: $20\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} = 200\text{ cm}^2$ e: $20\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} = 400\text{ cm}^2$ $(4 \cdot 200\text{ cm}^2) + 400\text{ cm}^2$ $= 800\text{ cm}^2 + 400\text{ cm}^2$ $= 1200\text{ cm}^2$</p>	
---	---

Abbildung 67: Beispiel einer erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 3 in TG 1 mit geeigneten Heuristiken, vollständig korrekt angewendet

11.2 Anschließender Bearbeitungserfolg in TG 2

11.2.1 Keine erfolgreiche Bearbeitung

Von insgesamt 19 Schüler_innen in TG 2 haben sieben Schüler_innen Problemlöseaufgabe PLA 3 nach vorheriger Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels nicht erfolgreich bearbeitet. Abbildung 68 verdeutlicht, dass alle Schüler_innen wenigstens versuchten, PLA 3 zu bearbeiten, wenngleich ein Schüler (1) keine geeigneten Heuristiken auswählte und sechs Schüler_innen zwar (2) geeignete Heuristiken auswählten, doch diese nicht zielführend anwendeten. Eine vollständige Übersicht der Bearbeitungen kann man dem Anhang XV entnehmen, wovon nachfolgend exemplarische Bearbeitungen vorgestellt werden.

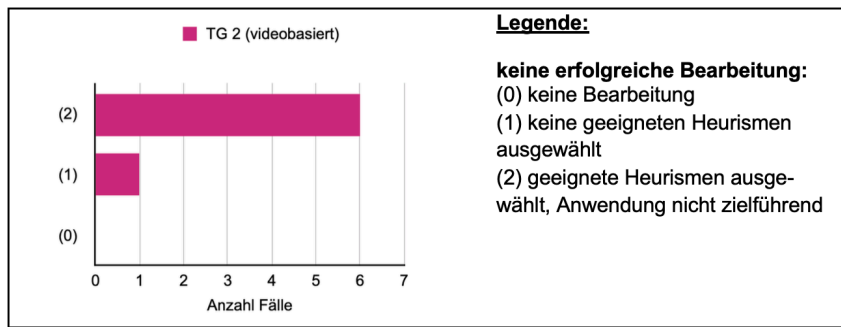


Abbildung 68: Erzielte Erfolgsstufen nicht erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 3 in TG 2

Lucas Bearbeitung, bei welcher er (1) keine geeigneten Heurismen auswählte, ist in Abbildung 69 dargestellt: Luca addierte lediglich die Seitenlängen und nahm daher anstatt einer Flächeninhaltsberechnung eine Umfangberechnung vor.

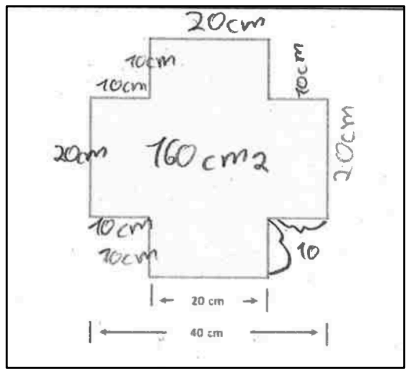


Abbildung 69: Beispiel einer nicht erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 3 in TG 2 ohne Auswahl geeigneter Heurismen

Charakteristische Bearbeitungen von PLA 3, bei denen (2) geeigneten Heurismen ausgewählt, aber nicht zielführend angewendet wurden, sind in Abbildung 70 dargestellt: Enna (links) ergänzte die gegebene Figur, berechnete dann jedoch – wie auch Luca – den Umfang. Lucy (rechts) ergänzte die Figur ebenfalls. Sie versuchte zwar das Zerlegungsprinzip anzuwenden, doch scheint sie bei der Berechnung von A_2 Flächeninhalts- und Seitenlängenberechnung zu verwechseln.

Enna's work:

$$u: a \cdot 4$$

$$u: 40 + 40 + 40 + 40 =$$

$$u: 160 \quad \text{cm}$$

Lucy's work:

$$A_1 = 4 \text{qm} \cdot 4 \text{qm} = 80 \text{qm}^2$$

$$A_2 = 4 \text{qm} \cdot 2 \text{qm} = 20 \text{qm}$$

$$A_{\text{ges}} = 80 \text{qm} - 20 \text{qm} = 60 \text{qm}^2$$

Abbildung 70: Beispiele nicht erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 3 in TG 2 mit nicht zielführend angewendeten Heurismen

11.2.2 Erfolgreiche Bearbeitung

Eine erfolgreiche Bearbeitung bei PLA 3 erzielten aus TG 2 zwölf Schüler_innen. Abbildung 71 weist die Häufigkeiten erzielter Erfolgsstufen aus: Vier Schüler_innen

wählten (3) geeignete Heurismen aus, nahmen aber bei einer ansonsten korrekten Anwendung jedoch Größen- und/ oder Rechenfehler vor, wohingegen acht Schüler_innen (4) geeignete Heurismen vollständig korrekt anwendeten. Die vorgenommenen Bearbeitungen sind dem Anhang XV zu entnehmen, woraus nachfolgend einige Beispiele vorgestellt werden.

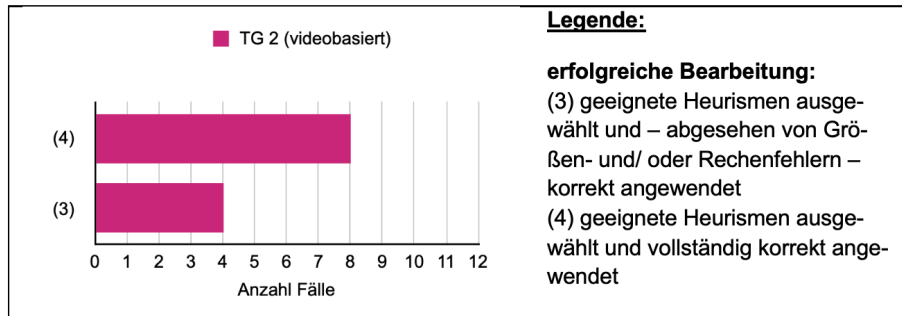


Abbildung 71: Erzielte Erfolgsstufen erfolgreicher Bearbeitungen bei PLA 3 in TG 2

Exemplarische Bearbeitungen, bei denen die Schüler_innen (3) geeignete Heurismen ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt anwendeten, können der Abbildung 72 entnommen werden: Florian (links) wählte das Zerlegungsprinzip aus. Ihm unterlief allerdings ein Fehler in der Umwandlung von Einheiten. Marie (rechts) wählte ebenfalls das Zerlegungsprinzip aus, verrechnete sich jedoch bei der Addition der Teilflächeninhalte.

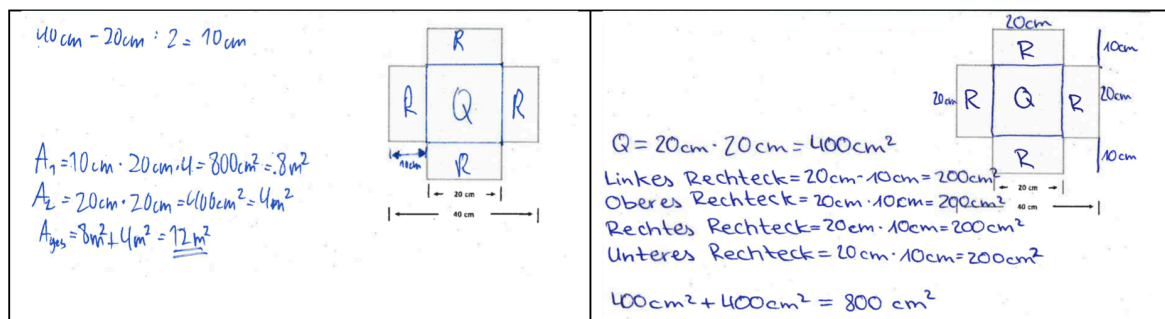


Abbildung 72: Beispiele von erfolgreichen Bearbeitungen bei PLA 3 in TG 2 mit – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendeten Heurismen

Eine exemplarische Bearbeitung bei der die Schüler_innen (4) geeignete Heurismen vollständig korrekt anwendeten ist in Abbildung 73 am Beispiel von Matti dargestellt. Matti wählte das Ergänzungsprinzip aus.

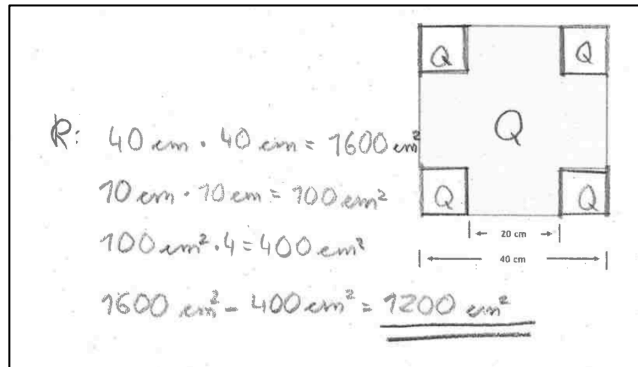


Abbildung 73: Beispiel einer erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 3 in TG 2 mit geeigneten Heurismen, vollständig korrekt angewendet

11.3 Bearbeitungserfolg im Vergleich zwischen den Treatmentgruppen

Abbildung 74 stellt die Häufigkeiten der erzielten Erfolgsstufen bei PLA 3 im Vergleich zwischen den Treatmentgruppen dar. Bei Betrachtung der aus den Erfolgsstufen resultierenden Bearbeitungserfolgen – dargestellt in Abbildung 75 – fällt auf, dass mehr Schüler_innen nach Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels anschließend PLA 3 erfolgreich bearbeiteten als nach Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels.

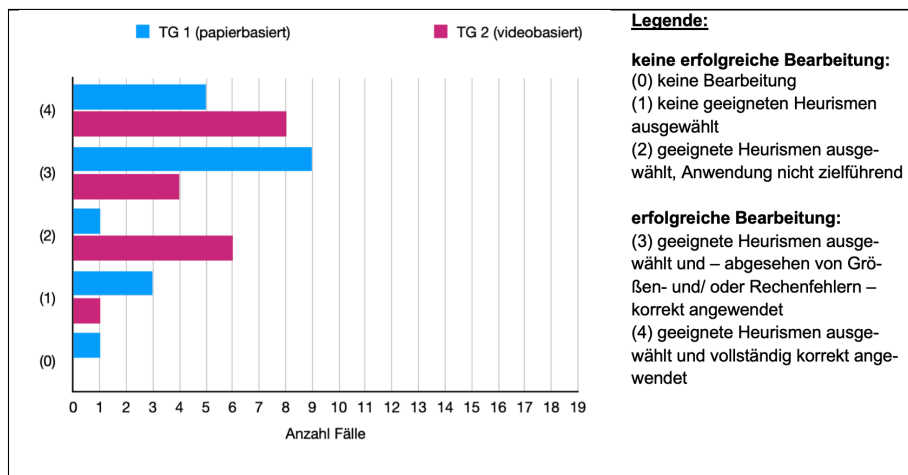


Abbildung 74: Erzielte Erfolgsstufen bei PLA 3 im Vergleich zwischen TG 1 und TG 2

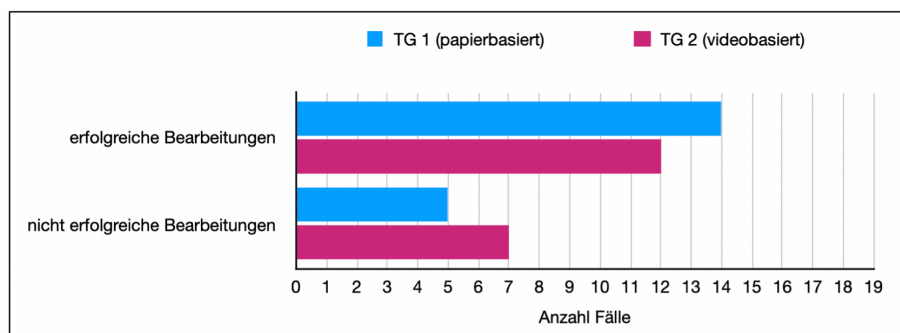


Abbildung 75: Bearbeitungserfolg bei PLA 3 im Vergleich zwischen TG 1 und TG 2

Bevor jedoch näher auf die Veränderungen des Bearbeitungserfolgs im Verlauf der Laboruntersuchung eingegangen werden kann, ist nachfolgend zunächst der Blick auf eine Nutzung der Lösungsbeispiele während einer Bearbeitung von PLA 3 zu richten.

12 Nutzung eines Lösungsbeispiels

In diesem Abschnitt wird die Forschungsfrage beantwortet, inwiefern Schüler_innen während der Bearbeitung von Problemlöseaufgabe PLA 3 das ihnen vorliegende papierbasierte bzw. videobasierte Lösungsbeispiel als individuelle Lernunterstützung nutzten und welche Auswirkungen eine solche Nutzung auf den in Abschnitt 11 herausgestellten Bearbeitungserfolg hat, in Abschnitt 12.1 für TG 1 und in Abschnitt 12.2 für TG 2.

12.1 Nutzung eines papierbasierten Lösungsbeispiels

Jonte und Julian nutzten als einzige in TG 1 während der Bearbeitung von PLA 3 das papierbasierte Lösungsbeispiel. Während Jonte das Lösungsbeispiel heranzog, als er Heurismen für eine Bearbeitung auswählte, griff Julian zum Lösungsbeispiel, als er seine bereits gewählten Heurismen ausführte. Julian nutzte das Lösungsbeispiel somit als Unterstützung zur Ausführung notwendiger Rechenoperationen. Nachfolgend erfolgt ein Einblick in beide – doch sehr unterschiedlichen – Nutzungen des papierbasierten Lösungsbeispiels. Dabei ist jedoch voranzustellen, dass bei einer Nutzung nicht in jedem Fall explizit ersichtlich war, an welchen Stellen der Bearbeitung das Lösungsbeispiel genutzt wurde. Insbesondere dann, wenn auf einer Seite des Lösungsbeispiels verweilt wurde, ließ sich lediglich erkennen, wann im Bearbeitungsprozess das erste Mal das Lösungsbeispiel herangezogen wurde.

Jontes Nutzung eines papierbasierten Lösungsbeispiels ist in Abbildung 76 veranschaulicht: Er blätterte in dem Lösungsbeispiel auf die Seite der Zusammenfassung in dem Moment, als er das Aufgabenblatt von PLA 3 vor sich liegen hatte – ließ diese Seite während der gesamten Bearbeitung vor sich liegen – und wählte das Ergänzungsprinzip als geeigneten Heurismus aus. Ob Jonte die Seiten der Zusammenfassung darüber hinaus auch für die Ermittlung der Teilflächeninhalte nutzte, lässt sich nicht erkennen. Da Jonte das Lösungsbeispiel unterstützend zur Auswahl von Heurismen nutzte, ist die Nutzung der Seite der Zusammenfassung als geeignet anzusehen, da er auf dieser Seite aus übersichtlich präsentierten drei heuristischen Prinzipien ein Prinzip auswählen konnte.

④ Rückschau

$$\begin{aligned}
 A_{\text{gesamt}} &= A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Rechteck}} \\
 &= 6\text{ m} \cdot 6\text{ m} - 2\text{ m} \cdot 3\text{ m} \\
 &= 36\text{ m}^2 - 6\text{ m}^2 \\
 &= 30\text{ m}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{\text{gesamt}} &= A_{\text{Rechteck}} + A_{\text{Rechteck}} \\
 &= 4\text{ m} \cdot 3\text{ m} + 3\text{ m} \cdot 6\text{ m} \\
 &= 12\text{ m}^2 + 18\text{ m}^2 \\
 &= 30\text{ m}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{\text{gesamt}} &= A_{\text{Rechteck}} + A_{\text{Rechteck}} \\
 &= 2\text{ m} \cdot 3\text{ m} + 4\text{ m} \cdot 6\text{ m} \\
 &= 6\text{ m}^2 + 24\text{ m}^2 \\
 &= 30\text{ m}^2
 \end{aligned}$$

Während Sophie die Fläche zu einem Quadrat ergänzt hat, zerlegen Luca und Armin die Fläche jeweils in unterschiedliche Rechtecke.

Sophie, Luca und Armin haben also die Fläche so ergänzt bzw. zerlegt, dass sie die Flächeninhaltsformeln für Quadrate bzw. Rechtecke anwenden können, um den Flächeninhalt zu berechnen.

Bei Sophies Lösung wird von dem Flächeninhalt des Quadrats der Flächeninhalt eines Rechtecks abgezogen. Luca und Armin addieren jeweils ihre beiden entstandenen Rechtecke und erhalten dadurch ebenfalls den gesamten Flächeninhalt.

Flächeninhalt

$A = 20 \cdot 20 = 400$

$A = 40 \cdot 40 = 1600$

Abbildung 76: Nutzung eines papierbasierten Lösungsbeispiels von Jonte

Auch Julian nutzte während der Bearbeitung von PLA 3 die Seite der Zusammenfassung. Da er bei jeder Nutzung das Lösungsbeispiel auf- und wieder zuschlägt, lässt sich Julians Nutzung – aufgezeigt in Abbildung 77 – gut rekonstruieren: Julian nutzte das Lösungsbeispiel insgesamt drei Mal zur Ausführung von Rechenoperationen, welche er allesamt korrekt vornahm. Vor einer Nutzung des Lösungsbeispiels hat Julian bereits mit der in der Aufgabe gegebenen Skizze gearbeitet und nahm sowohl eine Ergänzung als auch Zerlegungen der Figur vor. Julian nutzte nun das Lösungsbeispiel, um eines der beiden heuristischen Prinzipien angeleitet auszuführen. Dabei nutzte er das Lösungsbeispiel sowohl zur Ermittlung von Teilflä-

cheninhalten als auch zur Zusammenfügung beider Teilflächeninhalte mittels Subtraktion. Rechnerisch entschied sich Julian demnach für das Ergänzungsprinzip. Vor dem Hintergrund seiner bereits vorgenommenen Ergänzung und Zerlegung scheint die von Julian genutzte Zusammenfassung für seine notwendige Unterstützung eine durchaus geeignete Seite zu sein, da er auf dieser Seite übersichtlich alle präsentierten Heuristiken ansehen und sich für eines der beiden eingezeichneten Prinzipien entscheiden und notwendige Rechenschritte unterstützt vornehmen konnte.

④ Rückschau

$$\begin{aligned}
 \text{Agesamt} &= \text{AQuadrat} - \text{ARechteck} \\
 &= 6\text{ m} \cdot 6\text{ m} - 2\text{ m} \cdot 3\text{ m} \\
 &= 36\text{ m}^2 - 6\text{ m}^2 \\
 &= 30\text{ m}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Agesamt} &= \text{ARechteck} + \text{ARechteck} \\
 &= 4\text{ m} \cdot 3\text{ m} + 3\text{ m} \cdot 6\text{ m} \\
 &= 12\text{ m}^2 + 18\text{ m}^2 \\
 &= 30\text{ m}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Agesamt} &= \text{ARechteck} + \text{ARechteck} \\
 &= 2\text{ m} \cdot 3\text{ m} + 4\text{ m} \cdot 6\text{ m} \\
 &= 6\text{ m}^2 + 24\text{ m}^2 \\
 &= 30\text{ m}^2
 \end{aligned}$$

Während Sophie die Fläche zu einem Quadrat ergänzt hat, zerlegen Luca und Armin die Fläche jeweils in unterschiedliche Rechtecke.

Sophie, Luca und Armin haben also die Fläche so ergänzt bzw. zerlegt, dass sie die Flächeninhaltsformeln für Quadrate bzw. Rechtecke anwenden können, um den Flächeninhalt zu berechnen.

Bei Sophies Lösung wird von dem Flächeninhalt des Quadrats der Flächeninhalt eines Rechtecks abgezogen. Luca und Armin addieren jeweils ihre beiden entstandenen Rechtecke und erhalten dadurch ebenfalls den gesamten Flächeninhalt.

$$\begin{aligned}
 &= 40\text{cm} \cdot 40\text{cm} - 20\text{cm} \cdot 20\text{cm} \\
 &= 1600\text{cm}^2 - 400\text{cm}^2 \\
 &= 1200\text{cm}^2
 \end{aligned}$$

Abbildung 77: Nutzung eines papierbasierten Lösungsbeispiels von Julian

12.2 Nutzung eines videobasierten Lösungsbeispiels

In TG 2 nutzten insgesamt vier Schüler_innen (Enna, Lucy, Matti und Sören) während der Bearbeitung von PLA 3 das ihnen vorliegende videobasierte Lösungsbeispiel.

Enna hat sich bereits vor einer Nutzung ihres videobasierten Lösungsbeispiels für das Ergänzungsprinzip als geeigneten Heurismus entschieden. Ihre Nutzung des Lösungsbeispiels ist in Abbildung 78 dargestellt: Sie nutzte das Lösungsbeispiel zur Anwendung von Heuristiken und schaute sich dafür die Einführung des Videos an und schrieb währenddessen:

$$„U: a \cdot a$$

$$U: 40 + 40 + 40 + 40 =“.$$

Am Ende der Einführung stoppte Enna das Video und schrieb:

$$„U: 160000 \text{ cm} [\text{Korrektur zu } 160 \text{ cm}]“.$$

Anstelle der Passage der Einführung hätte Enna zu ihrem ausgewählten heuristischen Prinzip die Passage des Ergänzungsprinzips nutzen müssen, damit das Lösungsbeispiel eine geeignete Lernunterstützung hätte darstellen können. Vor allem vor dem Hintergrund, dass Enna bei der Bearbeitung von PLA 3 anstatt einer Flächeninhaltsberechnung eine Umfangberechnung der ergänzten Fläche vornahm.

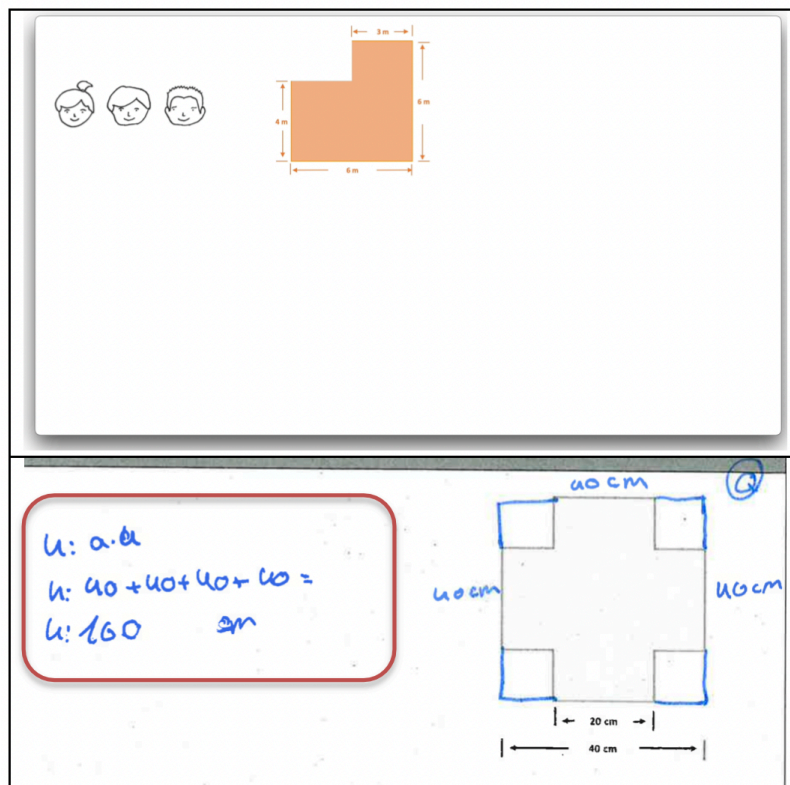


Abbildung 78: Nutzung eines Lösungsbeispiels von Enna (TG 2) bei Bearbeitung von PLA 3

Lucy nutzte das videobasierte Lösungsbeispiel insgesamt drei Mal, was grafisch in Abbildung 79 veranschaulicht ist. Sie nutzte das Video sowohl zur Auswahl als auch zur Anwendung von Heuristiken: Sie startete das Video und ließ dieses zunächst bis zum Lösungsweg des Ergänzungsprinzips durchlaufen; sie pausierte das Video, nachdem die Flächeninhaltsberechnung des ergänzten Vierecks abgeschlossen war, und zeichnete auf ihrem Aufgabenblatt korrekt eine Ergänzung in die gegebene Skizze. Bevor sie das Video fortsetzte, nahm sie die Flächeninhaltsberechnung des ergänzten Quadrats vor, wobei sie sich jedoch verrechnete (indem sie offenbar addierte statt zu multiplizieren):

$$„A_1 = 40 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} = 80 \text{ cm}^2“.$$

Lucy setzte das Video fort, schaute sich die Seitenlängenermittlung der ergänzten Teilfläche an und pausierte das Video anschließend wieder. Scheinbar nutzte sie das videobasierte Lösungsbeispiel als algorithmische Lernunterstützung, denn Lucy subtrahierte als nächsten Schritt die gegebenen Seitenlängen – wie zuvor im Video präsentiert –, anstatt eine Flächeninhaltsberechnung von A_2 vorzunehmen:

$$„A_2 = 40 \text{ cm} - 20 \text{ cm} = 20 \text{ cm}“.$$

Sie setzte das Video fort, pausierte es an der Stelle, an der die Subtraktion der zuvor ermittelten Teilflächeninhalte erfolgt, und schrieb (folgerichtig, aber teilweise mit falscher Einheit):

$$„A_{ges} = 80 \text{ cm} - 20 \text{ cm} = 60 \text{ cm}^2“.$$

Insgesamt stellt die von Lucy vorgenommene Betrachtung des Ergänzungsprinzips zwar eine für sie geeignete Passage dar, doch eignet sich eine algorithmische Betrachtung nicht für eine Unterstützung in ihrer Ausführung von Rechenoperationen.

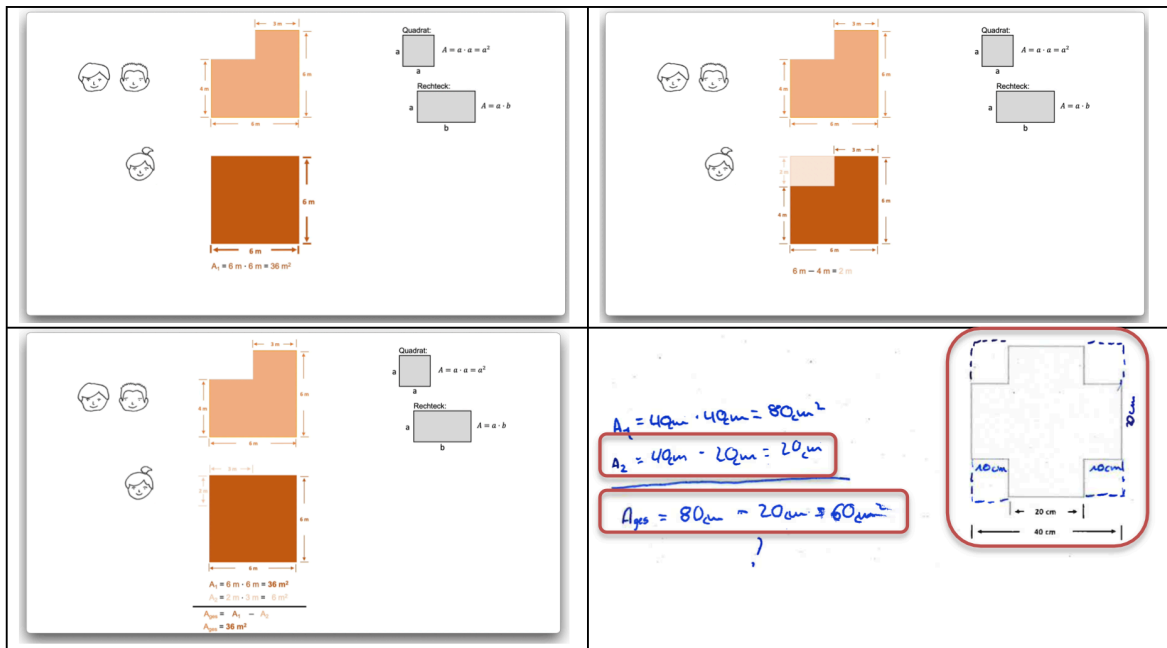


Abbildung 79: Nutzung eines Lösungsbeispiels von Lucy (TG 2) bei Bearbeitung von PLA 3

Matti nutzte das videobasierte Lösungsbeispiel zur Anwendung von Heurismen, was in Abbildung 80 dargestellt ist: Er hat sich bereits zuvor für eine Zerlegung der gegebenen Figur entschieden und die fehlenden Seitenlängen ermittelt. Obwohl Matti sich für eine Zerlegung entschied, spulte er das Video zum Lösungsweg des Ergänzungsprinzips und pausierte das Video an der Stelle der Flächeninhaltsberechnung des ergänzten Vierecks. Anschließend schrieb er in seine mittlere zerlegte Teilfläche den korrekten Flächeninhalt:

„8000 cm^2 [Korrektur zu 800 cm^2]“.

Wenngleich die von Matti ausgewählte Videopassage hinsichtlich des ausgewählten heuristischen Prinzips nicht unmittelbar geeignet erscheint, gelang es Matti dennoch, mit der ausgewählten Videopassage den Teilflächeninhalt korrekt zu ermitteln.

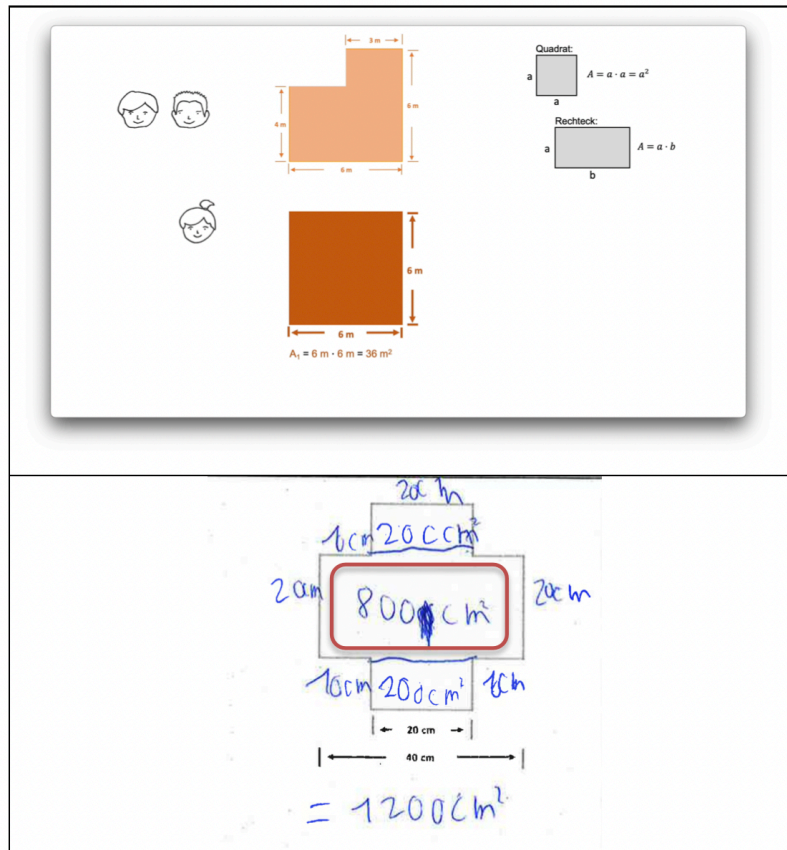


Abbildung 80: Nutzung eines Lösungsbeispiels von Matti (TG 2) bei Bearbeitung von PLA 3

Sörens Nutzung des Lösungsbeispiels gleicht der von Lucy. Die Nutzung des Lösungsbeispiels ist in Abbildung 81 rekonstruiert. Bevor Sören auf das Lösungsbeispiel zurückgriff, hat auch er sich bereits für das Ergänzungsprinzip als geeigneten Heurismus entschieden und die Seitenlängen der ergänzten Teilflächen ermittelt – wobei er sich jedoch verrechnete. Sören begann mit der Flächeninhaltsberechnung des entstandenen großen Quadrats, was er mit einem „A“ anzeigte und worauf er dann auf das Lösungsbeispiel zurückgriff. Er spulte das Video zum Ergänzungsprinzip und schaute sich dieses bis zur Flächeninhaltsberechnung des Quadrats an. Anschließend stoppte er das Video und nahm die Berechnung vor („ $40\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} = 160\text{ cm}^2$ “). Sören zeigte die Berechnung zwar formal korrekt an, ihm unterlief dann jedoch beim Ergebnis ein Fehler im Tausenderübergang. Wie bereits Lucy versuchte Sören seine weiteren Bearbeitungsschritte mit dem Lösungsbeispiel zu unterstützen. Anstatt jedoch gezielt zur Videopassage der zweiten Flächeninhaltsberechnung zu spulen, schaute er sich die Seitenlängenermittlung an – was er jedoch bereits vorher getan hatte. Nun vermischen sich auch bei Sörens Bearbeitung Flächeninhaltsberechnung und Seitenlängenermittlung, was insgesamt zu weiteren falschen Bearbeitungsschritten und einem falschen Ergebnis führt. Auch Sören nutzte das Video folglich als Algorithmus zur Ausführung von Rechenoperationen.

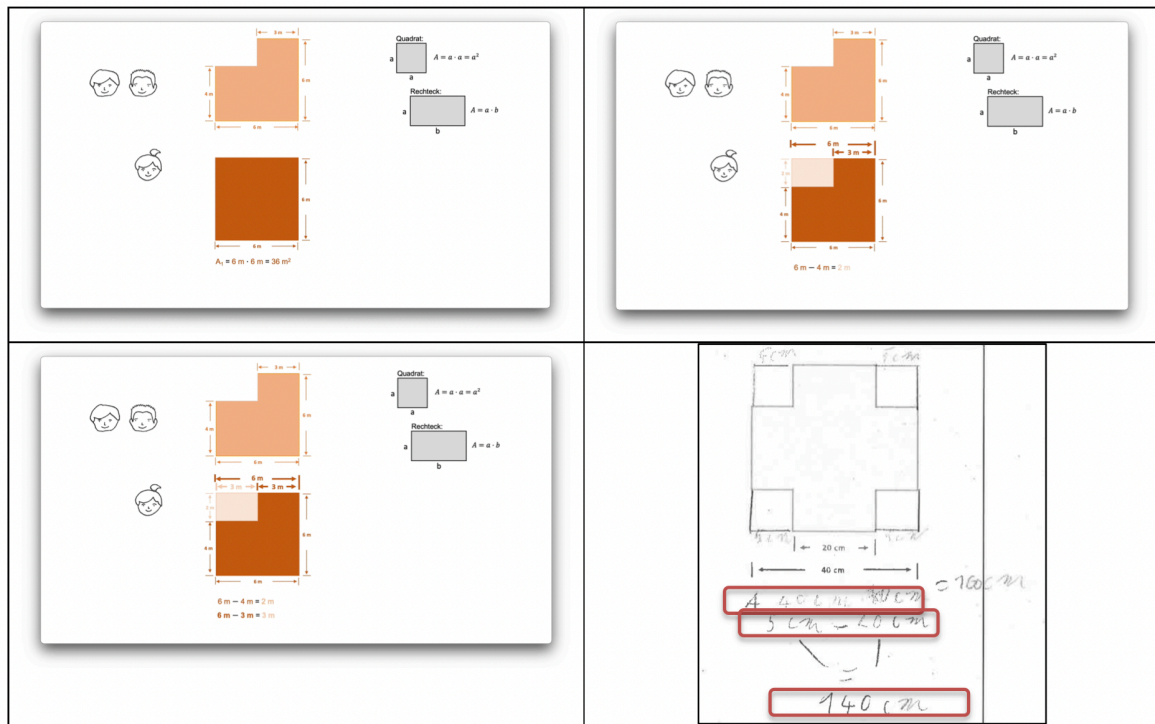


Abbildung 81: Nutzung eines Lösungsbeispiels von Sören (TG 2) bei Bearbeitung von PLA 3

13 Veränderung des Bearbeitungserfolgs bei Problemlöseaufgaben

Nachdem in den vorherigen Abschnitten die Herausstellung der Bearbeitungserfolge differenziert nach den jeweilig eingesetzten Problemlöseaufgaben und Lösungsbeispielen erfolgte, sind diesem Abschnitt etwaige Veränderungen des Bearbeitungserfolgs im zeitlichen Verlauf zu entnehmen.

Zur Beantwortung der Forschungsfrage, welche Veränderungen des Bearbeitungserfolgs bei Problemlöseaufgaben Schüler_innen im Verlauf der Laboruntersuchung zeigen, erfolgt in Abschnitt 13.1 zunächst die Betrachtung der TG 1 (papierbasiertes Lösungsbeispiel) und in Abschnitt 13.2 die der TG 2 (videobasiertes Lösungsbeispiel), um daran anschließend in Abschnitt 13.3 eine vergleichende Betrachtung vorzunehmen. Da man den vorherigen Abschnitten bereits Einblicke in individuelle Bearbeitungen von Schüler_innen entnehmen konnte, wird in diesem Abschnitt auf eine erneute Darstellung dieser Bearbeitungen verzichtet.

Die Veränderung des Bearbeitungserfolgs – als Indikator der Fähigkeit, Problemlöseaufgaben erfolgreich zu bearbeiten – wird dabei wie folgt entlang des zeitlichen Verlaufs der Laboruntersuchung herausgestellt: Ausgangsbasis einer Entwicklung ist der anfänglich erzielte Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgabe PLA 2. Darauf folgt der Bearbeitungserfolg bei Bearbeitung eines papier- bzw. videobasierten Lösungsbeispiels – in Form der Formulierung von Selbsterklärungen, um als letzten Schritt den Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgabe PLA 3 zu betrachten.

13.1 Veränderungen bei Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels

13.1.1 Veränderungen, ausgehend von anfänglich nicht erfolgreichen Bearbeitungen

Der anschließende Bearbeitungserfolg bei anfänglich nicht erfolgreicher Bearbeitung in TG 1 ist in Abbildung 82 dargestellt: Während zwei Schüler_innen eine positive Veränderung von nicht erfolgreicher zu erfolgreicher Bearbeitung aufweisen, blieben die Bearbeitungserfolge von vier Schüler_innen unverändert. Bei Betrachtung der nicht erfolgreichen Bearbeitungen fällt auf, dass selbst hinsichtlich der jeweils erzielten Erfolgsstufen keine positive Entwicklung stattfand.

Die zwei Schüler_innen Joris und Leni, welche eine durchgehend positive Veränderung aufweisen, profitierten von der Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels und waren anschließend in der Lage, das im Lösungsbeispiel präsentierte Vorgehen auf Problemlöseaufgabe PLA 3 zu übertragen und diese erfolgreich zu bearbeiten.

Doch insgesamt vier Schüler_innen (Jasper, Pia, Jonte und Timo) profitierten weder von einer Bearbeitung des papierbasierten Lösungsbeispiels noch waren sie anschließend in der Lage, die Problemlöseaufgabe PLA 3 erfolgreich zu bearbeiten. Bei näherer Betrachtung der jeweils erzielten Erfolgsstufen nicht erfolgreicher Bearbeitungen fällt auf, dass die Schüler_innen – mit Ausnahme von Timo – im Vergleich von PLA 2 zu PLA 3 die gleiche Erfolgsstufe nicht erfolgreicher Bearbeitungen aufweisen. Timos erzielte Erfolgsstufe ist im zeitlichen Verlauf sogar rückläufig.

Betrachtet man nun die Veränderungen des Bearbeitungserfolgs unter der Berücksichtigung einer Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3, so kann man Abbildung 82 entnehmen, dass lediglich Jonte das ihm vorliegende papierbasierte Lösungsbeispiel nutzte und das, obwohl er das Lösungsbeispiel selbst nicht erfolgreich bearbeitete. Jontes Nutzung des Lösungsbeispiels führte allerdings nicht zu einer Veränderung des Bearbeitungserfolgs.

	PLA 2	LB	PLA 3
Jasper	(1)	(2)	(1)
Leni	(1)	(4)	(3)
Pia	(1)	(1)	(1)
Jonte*	(2)	(1)	(2)
Joris	(2)	(4)	(3)
Timo	(2)	(1)	(0)

nicht erfolgreiche Bearbeitung	erfolgreiche Bearbeitung
(0) keine Bearbeitung	(3) geeignete Heurismen ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet
(1) keine geeigneten Heurismen ausgewählt	(4) geeignete Heurismen ausgewählt und vollständig korrekt angewendet
(2) geeignete Heurismen ausgewählt, Anwendung nicht zielführend	

* Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3

Abbildung 82: Veränderung des Bearbeitungserfolgs in TG 1 bei anfänglich nicht erfolgreicher Bearbeitung

Da für eine Betrachtung der Veränderung in der Kompetenz, Problemlöseaufgaben erfolgreich zu bearbeiten, u. a. die individuelle Mathematikleistung und Lesefähigkeit zu berücksichtigen sind, erfolgt nachfolgend eine darstellende Betrachtung von Teilpopulationen: Abbildung 83 selektiert die Veränderungen des Bearbeitungserfolgs hinsichtlich der in der Auswahltestung angegebenen Mathematikleistung (in Form der letzten Mathematiknote des Zeugnisses) und hinsichtlich der selbst eingeschätzten Lesefähigkeit.

Abbildung 83 zeigt, dass die beiden Schüler_innen Leni und Joris – welche nach Bearbeitung eines Lösungsbeispiels PLA 3 erfolgreich bearbeiteten – Teil der leistungsstarken Populationen sind und gleichermaßen über eine überdurchschnittliche Lesefähigkeit verfügen. Während Timo ebenfalls diesen beiden Teilpopulationen zugehörig ist, veränderte er seinen Bearbeitungserfolg jedoch nicht zu einer erfolgreichen Bearbeitung. Betrachtet man nachfolgend die Veränderung des Bearbeitungserfolgs von Jonte, der als einziger während der Bearbeitung von PLA 3 das ihm vorliegende Lösungsbeispiel als Lernunterstützung nutzte, so fällt auf, dass Jonte sowohl Teil der leistungsschwachen Population als auch Teil der Population mit unterdurchschnittlicher Lesefähigkeit ist und keine Veränderung des Bearbeitungserfolgs aufweist.

Mathematikleistung: leistungsschwach				Mathematikleistung: leistungsstark			
	PLA 2	LB	PLA 3		PLA 2	LB	PLA 3
Jasper	(1)	(2)	(1)	Leni	(1)	(4)	(3)
Pia	(1)	(1)	(1)	Joris	(2)	(4)	(3)
Jonte*	(2)	(1)	(2)	Timo	(2)	(1)	(0)

Lesefähigkeit: unterdurchschnittlich				Lesefähigkeit: überdurchschnittlich			
	PLA 2	LB	PLA 3		PLA 2	LB	PLA 3
Jasper	(1)	(2)	(1)	Leni	(1)	(4)	(3)
Jonte*	(2)	(1)	(2)	Pia	(1)	(1)	(1)
				Joris	(2)	(4)	(3)
				Timo	(2)	(1)	(0)

nicht erfolgreiche Bearbeitung	(0) keine Bearbeitung	erfolgreiche Bearbeitung	(3) geeignete Heurismen ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet
(1) keine geeigneten Heurismen ausgewählt	(2) geeignete Heurismen ausgewählt, Anwendung nicht zielführend	(4) geeignete Heurismen ausgewählt und vollständig korrekt angewendet	

* Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3

Abbildung 83: Veränderung des Bearbeitungserfolgs in TG 1 bei anfänglich nicht erfolgreicher Bearbeitung, nach Mathematikleistung und Lesefähigkeit selektiert

13.1.2 Veränderungen, ausgehend von anfänglich erfolgreichen Bearbeitungen

Die Veränderungen des Bearbeitungserfolgs von Schüler_innen mit anfänglich erfolgreichen Bearbeitungen kann man Abbildung 84 entnehmen: Bis auf Paul – der eine negative Veränderung des Bearbeitungserfolgs aufweist – bearbeiteten alle Schüler_innen sowohl das ihnen vorliegende videobasierte Lösungsbeispiel als auch PLA 3 erfolgreich. Lediglich Paul schien von der Bearbeitung eines Lösungsbeispiels nicht zu profitieren und war auch anschließend – trotz anfänglich erfolgreicher Bearbeitung von PLA 2 – nicht fähig, PLA 3 erfolgreich zu bearbeiten.

	PLA 2	LB	PLA 3
Alina	(3)	(4)	(3)
Clara	(3)	(4)	(3)
Falk	(3)	(4)	(3)
Hannah	(3)	(4)	(3)
Hauke	(3)	(3)	(3)
Mika	(3)	(4)	(3)
Paul	(3)	(2)	(1)
Romy	(3)	(4)	(3)
Frederick	(4)	(4)	(4)
Julian*	(4)	(4)	(4)
Kilian	(4)	(4)	(4)
Mia	(4)	(4)	(4)
Moritz	(4)	(4)	(4)

nicht erfolgreiche Bearbeitung	erfolgreiche Bearbeitung
(0) keine Bearbeitung	(3) geeignete Heurismen ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet
(1) keine geeigneten Heurismen ausgewählt	(4) geeignete Heurismen ausgewählt und vollständig korrekt angewendet
(2) geeignete Heurismen ausgewählt, Anwendung nicht zielführend	

* Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3

Abbildung 84: Veränderung des Bearbeitungserfolgs in TG 1 bei anfänglich erfolgreicher Bearbeitung

Betrachtet man in Abbildung 85 die Veränderungen der in PLA 2 und PLA 3 erzielten Erfolgsstufen, so lässt sich bei Paul feststellen, dass er zuvor bei PLA 2 (3) *geeignete Heurismen auswählte und diese – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt anwendete*, wohingegen er anschließend bei PLA 3 erst (1) *gar keine geeigneten Heurismen auswählte*. Alle anderen Bearbeitungen weisen im Vergleich zwischen PLA 2 und PLA 3 keine Veränderungen der erzielten Erfolgsstufen auf.

Wie bereits im vorherigen Abschnitt erfolgt auch in diesem Abschnitt die Bildung von Teilpopulationen. Da alle Schüler_innen mit anfänglich erfolgreichen Bearbeitungen über eine überdurchschnittliche Lesefähigkeit verfügen, beschränkt sich die nachfolgende Betrachtung in Abbildung 85 auf eine Selektion hinsichtlich der Mathematikleistung.

Bei Betrachtung von Abbildung 85 fällt auf, dass Paul – der als einziger seinen Bearbeitungserfolg von einer anfänglich erfolgreichen zu einer nicht erfolgreichen Bearbeitung veränderte – Teil der leistungsschwachen Population ist. Während im vorherigen Abschnitt als einziger ein als leistungsschwach eingeschätzter Schüler das ihm vorliegende Lösungsbeispiel während der Bearbeitung von PLA 3 nutzte, so

zeigt sich hier, dass Julian als leistungsstark eingeschätzter Schüler das Lösungsbeispiel als Lernunterstützung nutzte.

Mathematikleistung: leistungsschwach				Mathematikleistung: leistungsstark			
	PLA 2	LB	PLA 3		PLA 2	LB	PLA 3
Alina	(3)	(4)	(3)	Hannah	(3)	(4)	(3)
Clara	(3)	(4)	(3)	Romy	(3)	(4)	(3)
Falk	(3)	(4)	(3)	Frederick	(4)	(4)	(4)
Hauke	(3)	(3)	(3)	Julian*	(4)	(4)	(4)
Mika	(3)	(4)	(3)	Kilian	(4)	(4)	(4)
Paul	(3)	(2)	(1)	Mia	(4)	(4)	(4)
Moritz	(4)	(4)	(4)				

nicht erfolgreiche Bearbeitung	(0) keine Bearbeitung
(1) keine geeigneten Heuristiken ausgewählt	(3) geeignete Heuristiken ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet
(2) geeignete Heuristiken ausgewählt, Anwendung nicht zielführend	(4) geeignete Heuristiken ausgewählt und vollständig korrekt angewendet

* Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3

Abbildung 85: Veränderung des Bearbeitungserfolgs in TG 1 bei anfänglich erfolgreicher Bearbeitung, nach Mathematikleistung selektiert

13.2 Veränderungen bei Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels

13.2.1 Veränderungen, ausgehend von anfänglich nicht erfolgreichen Bearbeitungen

Die Veränderung des Bearbeitungserfolgs der anfänglich nicht erfolgreichen Bearbeitungen in TG 2 sind in Abbildung 86 dargestellt: Zwei Schüler_innen weisen eine positive Veränderung von einer nicht erfolgreichen zu einer erfolgreichen Bearbeitung auf, während vier Schüler_innen auch nach Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels PLA 3 weiterhin nicht erfolgreich bearbeiteten.

Die zwei Schüler_innen Leon und Matti mit positiver Veränderung konnten bereits erfolgreich Selbsterklärungen formulieren und waren anschließend in der Lage, das im Lösungsbeispiel Präsentierte auf PLA 3 zu übertragen und diese erfolgreich zu bearbeiten.

Zwar konnten auch Lilly, Lucy und Enna erfolgreich Selbsterklärungen formulieren, doch waren sie anschließend nicht in der Lage, das zuvor im Lösungsbeispiel Präsentierte auf PLA 3 zu übertragen und erfolgreich anzuwenden. Sören war der ein-

zige Schüler, der weder erfolgreich Selbsterklärungen formulierte noch anschließend PLA 3 erfolgreich bearbeiten konnte. Bei Betrachtung der erzielten Erfolgsstufen nicht erfolgreicher Bearbeitungen lässt sich feststellen, dass sich Sören, Lilly und Lucy in ihren erzielten Erfolgsstufen verbesserten, bei dennoch insgesamt nicht erfolgreicher Bearbeitung.

Sören, Lucy, Enna und Matti nutzten während der Bearbeitung von PLA 3 das ihnen vorliegende Lösungsbeispiel, doch nur Matti erzielte bei PLA 3 eine erfolgreiche Bearbeitung.

	PLA 2	LB	PLA 3
Sören*	(0)	(2)	(2)
Leon	(1)	(4)	(4)
Lilly	(1)	(4)	(2)
Lucy*	(1)	(4)	(2)
Enna*	(2)	(4)	(2)
Matti*	(2)	(4)	(4)

nicht erfolgreiche Bearbeitung	erfolgreiche Bearbeitung
(0) keine Bearbeitung	(3) geeignete Heurismen ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet
(1) keine geeigneten Heurismen ausgewählt	(4) geeignete Heurismen ausgewählt und vollständig korrekt angewendet
(2) geeignete Heurismen ausgewählt, Anwendung nicht zielführend	

* Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3

Abbildung 86: Veränderung des Bearbeitungserfolgs in TG 2 bei anfänglich nicht erfolgreicher Bearbeitung

Nachfolgend erfolgt wieder eine Betrachtung von Teilpopulationen, selektiert nach Mathematikleistung und Lesefähigkeit, welche in Abbildung 87 dargestellt ist.

Diejenigen Schüler_innen, welche zwar erfolgreich Selbsterklärungen nach Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels formulierten, PLA 3 aber dennoch nicht erfolgreich bearbeiteten, zählen allesamt zur leistungsschwachen Teilpopulation, verfügen aber gleichwohl über eine überdurchschnittliche Lesefähigkeit. Bei Betrachtung der beiden Schüler, die ihren Bearbeitungserfolg nach Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels zu einer erfolgreichen Bearbeitung veränderten, zeigt sich, dass Leon der Population leistungsschwacher Schüler_innen mit unterdurchschnittlicher Lesefähigkeit zugewiesen ist, während Matti Teil der leistungsstarken Schüler_innen mit überdurchschnittlicher Lesefähigkeit ist.

Anders als in Abschnitt 13.1.1 zeigt sich hinsichtlich der Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3 ein durchaus unterschiedliches Bild: So nutzten sowohl als leistungsschwach beurteilte Schüler_innen mit überdurchschnittlicher Lesefähigkeit, Leistungsschwache mit unterdurchschnittlicher Lesefähigkeit

wie auch als leistungsstark beurteilte Schüler_innen mit überdurchschnittlicher Lesefähigkeit das ihnen vorliegende videobasierte Lösungsbeispiel. Doch nur Matti als leistungsstark beurteilter Schüler mit überdurchschnittlicher Lesefähigkeit konnte bei Nutzung des Lösungsbeispiels seinen Bearbeitungserfolg zu einer erfolgreichen Bearbeitung verändern.

Mathematikleistung: leistungsschwach				Mathematikleistung: leistungsstark			
	PLA 2	LB	PLA 3		PLA 2	LB	PLA 3
Sören*	(0)	(2)	(2)	Matti*	(2)	(4)	(4)
Leon	(1)	(4)	(4)				
Lilly	(1)	(4)	(2)				
Lucy*	(1)	(4)	(2)				
Enna*	(2)	(4)	(2)				

Lesefähigkeit: unterdurchschnittlich				Lesefähigkeit: überdurchschnittlich			
	PLA 2	LB	PLA 3		PLA 2	LB	PLA 3
Sören*	(0)	(2)	(2)	Lilly	(1)	(4)	(2)
Leon	(1)	(4)	(4)	Lucy*	(1)	(4)	(2)
				Enna*	(2)	(4)	(2)
				Matti*	(2)	(4)	(4)

nicht erfolgreiche Bearbeitung	(0) keine Bearbeitung
(1) keine geeigneten Heuristiken ausgewählt	
(2) geeignete Heuristiken ausgewählt, Anwendung nicht zielführend	

erfolgreiche Bearbeitung	(3) geeignete Heuristiken ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet
(4) geeignete Heuristiken ausgewählt und vollständig korrekt angewendet	

* Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3

Abbildung 87: Veränderung des Bearbeitungserfolgs in TG 2 bei anfänglich nicht erfolgreicher Bearbeitung, nach Mathematikleistung und Lesefähigkeit selektiert

13.2.2 Veränderungen, ausgehend von anfänglich erfolgreichen Bearbeitungen

Die Veränderung des Bearbeitungserfolgs, ausgehend von einer anfänglich erfolgreichen Bearbeitung, kann Abbildung 88 entnommen werden: Während zehn Schüler_innen nach Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels weiterhin eine Problemlöseaufgabe erfolgreich bearbeiteten, bearbeiteten drei Schüler_innen PLA 3 anschließend nicht erfolgreich. Bei Betrachtung dieser drei Schüler_innen fällt auf, dass Janne und Thore das Lösungsbeispiel zwar erfolgreich bearbeiteten, PLA 3 hingegen nicht. Im Bearbeitungsverlauf von Luca zeigt sich, dass er bereits das Lösungsbeispiel nicht erfolgreich bearbeitete und sich seine nicht erfolgreiche Bearbeitung auch bei PLA 3 fortsetzte.

	PLA 2	LB	PLA 3
Felix	(3)	(4)	(4)
Finja	(3)	(4)	(3)
Jane	(3)	(4)	(2)
Luca	(3)	(2)	(1)
Marie	(3)	(4)	(3)
Simon	(3)	(4)	(3)
Sophia	(3)	(4)	(4)
Thore	(3)	(4)	(2)
Elena	(4)	(4)	(4)
Florian	(4)	(4)	(3)
Mats	(4)	(4)	(4)
Ronja	(4)	(4)	(4)
Till	(4)	(4)	(4)

nicht erfolgreiche Bearbeitung	erfolgreiche Bearbeitung
(0) keine Bearbeitung	(3) geeignete Heuristiken ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet
(1) keine geeigneten Heuristiken ausgewählt	(4) geeignete Heuristiken ausgewählt und vollständig korrekt angewendet
(2) geeignete Heuristiken ausgewählt, Anwendung nicht zielführend	

* Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3

Abbildung 88: Veränderung des Bearbeitungserfolgs in TG 2 bei anfänglich erfolgreicher Bearbeitung

Betrachtet man die Schüler_innen hinsichtlich ihrer selbsteingeschätzten Lesefähigkeit und Mathematikleistung, so weisen alle Schüler_innen dieser Gruppe eine überdurchschnittliche Lesefähigkeit aus, während zwei Schüler_innen als leistungsschwach und elf Schüler_innen als leistungsstark beurteilt sind. Bei Betrachtung von Abbildung 89 zählt Luca – als derjenige, der zwar anfänglich PLA 2 erfolgreich bearbeitete, doch im weiteren Verlauf weder nach der Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels erfolgreich Selbsterklärungen formulierte noch PLA 3 erfolgreich bearbeitete – zur Teilpopulation der als leistungsschwach beurteilten Schüler_innen. Jane und Thore – als leistungsstark beurteilte Schüler_innen – formulierten zwar erfolgreich Selbsterklärungen, doch bearbeiteten sie PLA 3 anschließend nicht erfolgreich.

Mathematikleistung: leistungsschwach				Mathematikleistung: leistungsstark			
	PLA 2	LB	PLA 3		PLA 2	LB	PLA 3
Luca	(3)	(2)	(1)	Felix	(3)	(4)	(4)
Marie	(3)	(4)	(3)	Finja	(3)	(4)	(3)
				Jane	(3)	(4)	(2)
				Simon	(3)	(4)	(3)
				Sophia	(3)	(4)	(4)
				Thore	(3)	(4)	(2)
				Elena	(4)	(4)	(4)
				Florian	(4)	(4)	(3)
				Mats	(4)	(4)	(4)
				Ronja	(4)	(4)	(4)
				Till	(4)	(4)	(4)

nicht erfolgreiche Bearbeitung	(0) keine Bearbeitung
(1) keine geeigneten Heuristiken ausgewählt	(2) geeignete Heuristiken ausgewählt, Anwendung nicht zielführend

erfolgreiche Bearbeitung	(3) geeignete Heuristiken ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet
(4) geeignete Heuristiken ausgewählt und vollständig korrekt angewendet	

* Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3

Abbildung 89: Veränderung des Bearbeitungserfolgs in TG 2 bei anfänglich erfolgreicher Bearbeitung, nach Mathematikleistung selektiert

13.3 Vergleichende Betrachtung der Veränderung des Bearbeitungserfolgs

Bei einer vergleichenden Gesamtbetrachtung beider Treatmentgruppen in Abbildung 90 ist festzustellen, dass nach Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels mehr Schüler_innen in der Lage waren, erfolgreich Selbsterklärungen zu formulieren, als nach Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels. Doch obwohl es zunächst schien, als profitierten Schüler_innen von der Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels eher als von einer Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels, waren in beiden Treatmentgruppen anschließend nur jeweils zwei Schüler_innen nach einer anfänglich nicht erfolgreichen Bearbeitung bei PLA 2 in der Lage, PLA 3 erfolgreich zu bearbeiten.

Bei Betrachtung der jeweils erzielten Erfolgsstufen fällt auf, dass sich Schüler_innen nach Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels in ihren erzielten Erfolgsstufen – bis auf einen Schüler – nicht veränderten. Hingegen verbesserten sich nach Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels – bis auf eine Schülerin – die Schüler_innen in ihren erzielten Erfolgsstufen. Die Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels schien für Schüler_innen mit anfänglich nicht erfolgreichen Bearbeitungen grundsätzlich eher geeignet, um erfolgreich Selbsterklärungen zu

formulieren, als nach Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels. Doch auch eine Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels führte nicht bei allen Schüler_innen zu einer Verbesserung.

Bei Betrachtung der Schüler_innen, welche in beiden Treatmentgruppen während der Bearbeitung von PLA 3 das ihnen vorliegende Lösungsbeispiel als Lernunterstützung nutzten, verbesserte sich Matti als einziger von einer nicht erfolgreichen zu einer erfolgreichen Bearbeitung.

TG 1 (papierbasiertes Lösungsbeispiel)				TG 2 (videobasiertes Lösungsbeispiel)			
	PLA 2	LB	PLA 3		PLA 2	LB	PLA 3
Jasper	(1)	(2)	(1)	Sören*	(0)	(2)	(2)
Leni	(1)	(4)	(3)	Leon	(1)	(4)	(4)
Pia	(1)	(1)	(1)	Lilly	(1)	(4)	(2)
Jonte*	(2)	(1)	(2)	Lucy*	(1)	(4)	(2)
Joris	(2)	(4)	(3)	Enna*	(2)	(4)	(2)
Timo	(2)	(1)	(0)	Matti*	(2)	(4)	(4)
<p>nicht erfolgreiche Bearbeitung</p> <p>(0) keine Bearbeitung</p> <p>(1) keine geeigneten Heurismen ausgewählt</p> <p>(2) geeignete Heurismen ausgewählt, Anwendung nicht zielführend</p>				<p>erfolgreiche Bearbeitung</p> <p>(3) geeignete Heurismen ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet</p> <p>(4) geeignete Heurismen ausgewählt und vollständig korrekt angewendet</p>			
<p>* Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3</p>							

Abbildung 90: Veränderungen des Bearbeitungserfolgs bei anfänglich nicht erfolgreicher Bearbeitung im Vergleich zwischen den Treatmentgruppen

Bei einer in Abbildung 91 vorgenommenen vergleichenden Betrachtung von anfänglich nicht erfolgreichen Bearbeitungen, selektiert nach Teilpopulationen, zeigt sich, dass nach Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels insbesondere als leistungsstark beurteilte Schüler_innen mit überdurchschnittlicher Lesefähigkeit in der Entwicklung ihrer Kompetenz, Problemlöseaufgaben erfolgreich zu bearbeiten, unterstützt wurden, während sich nach Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels ein heterogeneres Bild zeigt: So waren zwar als leistungsschwach beurteilte Schüler_innen mit überdurchschnittlicher Lesefähigkeit grundsätzlich in der Lage, erfolgreich Selbsterklärungen zu formulieren, doch diesen Bearbeitungserfolg anschließend bei PLA 3 aufrecht zu erhalten, gelang sowohl einem als leistungsschwach mit unterdurchschnittlicher Lesefähigkeit beurteilten Schüler als auch einem als leistungsstark mit überdurchschnittlicher Lesefähigkeit beurteilten Schüler.

TG 1 (papierbasiertes Lösungsbeispiel)				TG 2 (videobasiertes Lösungsbeispiel)					
Mathematikleistung: leistungsschwach		Mathematikleistung: leistungsstark		Mathematikleistung: leistungsschwach		Mathematikleistung: leistungsstark			
Jasper	PLA 2 (1)	LB (2)	PLA 3 (1)	Leni	PLA 2 (1)	LB (4)	PLA 3 (3)		
Pia	(1)	(1)	(1)	Joris	(2)	(4)	(3)		
Jonte*	(2)	(1)	(2)	Timo	(2)	(1)	(0)		
Lesefähigkeit: unterdurchschnittlich		Lesefähigkeit: überdurchschnittlich		Lesefähigkeit: unterdurchschnittlich		Lesefähigkeit: überdurchschnittlich			
Jasper	PLA 2 (1)	LB (2)	PLA 3 (1)	Leni	PLA 2 (1)	LB (4)	PLA 3 (3)		
Jonte*	(2)	(1)	(2)	Pia	(1)	(1)	(1)		
				Joris	(2)	(4)	(3)		
				Timo	(2)	(1)	(0)		
Sören*		PLA 2 (0)	LB (2)	PLA 3 (2)	Matt*		PLA 2 (2)	LB (4)	PLA 3 (4)
Leon		(1)	(4)	(4)	Lilly		(1)	(4)	(2)
Lucy*		(1)	(4)	(2)	Enna*		(2)	(4)	(2)
Sören*		PLA 2 (0)	LB (2)	PLA 3 (2)	Lilly		PLA 2 (1)	LB (4)	PLA 3 (2)
Leon		(1)	(4)	(4)	Lucy*		(1)	(4)	(2)
					Enna*		(2)	(4)	(2)
					Matt*		(2)	(4)	(4)
<p>nicht erfolgreiche Bearbeitung</p> <p>(0) keine Bearbeitung</p> <p>(1) keine geeigneten Heurismen ausgewählt</p> <p>(2) geeignete Heurismen ausgewählt, Anwendung nicht zielführend</p>				<p>erfolgreiche Bearbeitung</p> <p>(3) geeignete Heurismen ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet</p> <p>(4) geeignete Heurismen ausgewählt und vollständig korrekt angewendet</p>					
* Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3									

Abbildung 91: Veränderungen des Bearbeitungserfolgs bei anfänglich nicht erfolgreicher Bearbeitung im Vergleich zwischen den Treatmentgruppen, nach Mathematikleistung und Lesefähigkeit selektiert

Abbildung 92 stellt diejenigen Schüler_innen vergleichend gegenüber, welche eine anfänglich erfolgreiche Bearbeitung bei PLA 2 erzielten: Während nach Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels ein Schüler anschließend PLA 3 nicht erfolgreich bearbeitete, erzielten nach Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels drei Schüler_innen eine nicht erfolgreiche Bearbeitung.

Bei vergleichender Betrachtung der jeweils erzielten Erfolgsstufen derjenigen Schüler_innen, welche vor und nach Bearbeitung eines Lösungsbeispiels PLA 2 und PLA 3 erfolgreich bearbeiteten, weisen diese Schüler_innen nach Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels gleichbleibende Erfolgsstufen aus, während sich nach Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels zwei Schüler_innen verbesserten und ein Schüler verschlechterte.

TG 1 (papierbasiertes Lösungsbeispiel)				TG 2 (videobasiertes Lösungsbeispiel)			
	PLA 2	LB	PLA 3		PLA 2	LB	PLA 3
Alina	(3)	(4)	(3)	Felix	(3)	(4)	(4)
Clara	(3)	(4)	(3)	Finja	(3)	(4)	(3)
Falk	(3)	(4)	(3)	Jane	(3)	(4)	(2)
Hannah	(3)	(4)	(3)	Luca	(3)	(2)	(1)
Hauke	(3)	(3)	(3)	Marie	(3)	(4)	(3)
Mika	(3)	(4)	(3)	Simon	(3)	(4)	(3)
Paul	(3)	(2)	(1)	Sophia	(3)	(4)	(4)
Romy	(3)	(4)	(3)	Thore	(3)	(4)	(2)
Frederick	(4)	(4)	(4)	Elena	(4)	(4)	(4)
Julian*	(4)	(4)	(4)	Florian	(4)	(4)	(3)
Kilian	(4)	(4)	(4)	Mats	(4)	(4)	(4)
Mia	(4)	(4)	(4)	Ronja	(4)	(4)	(4)
Moritz	(4)	(4)	(4)	Till	(4)	(4)	(4)

nicht erfolgreiche Bearbeitung	erfolgreiche Bearbeitung
(0) keine Bearbeitung	(3) geeignete Heuristiken ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet
(1) keine geeigneten Heuristiken ausgewählt	(4) geeignete Heuristiken ausgewählt und vollständig korrekt angewendet
(2) geeignete Heuristiken ausgewählt, Anwendung nicht zielführend	

* Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3

Abbildung 92: Veränderungen des Bearbeitungserfolgs bei anfänglich erfolgreicher Bearbeitung im Vergleich zwischen den Treatmentgruppen

Vergleicht man die Schüler_innen mit anfänglich erfolgreichen Bearbeitungen selektiert nach ihrer Mathematikleistung, so zeigt sich – dargestellt in Abbildung 93 –, dass in beiden Treatmentgruppen diejenigen zwei Schüler, welche im weiteren Verlauf der Untersuchung ihren Bearbeitungserfolgs zu einer nicht erfolgreichen Bearbeitung veränderten, als leistungsschwache Schüler_innen beurteilt sind.

Während nach Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels alle als leistungstark beurteilten Schüler_innen anschließend auch PLA 3 erfolgreich bearbeiteten, waren zwei als leistungstark beurteilte Schüler_innen nach Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels dazu nicht mehr in der Lage.

TG 1 (papierbasiertes Lösungsbeispiel)				TG 2 (videobasiertes Lösungsbeispiel)											
Mathematikleistung: leistungsschwach			Mathematikleistung: leistungsstark			Mathematikleistung: leistungsschwach			Mathematikleistung: leistungsstark						
	PLA 2	LB	PLA 3		PLA 2	LB	PLA 3		PLA 2	LB	PLA 3		PLA 2	LB	PLA 3
Alina	(3)	(4)	(3)	Hannah	(3)	(4)	(3)	Luca	(3)	(2)	(1)	Felix	(3)	(4)	(4)
Clara	(3)	(4)	(3)	Romy	(3)	(4)	(3)	Marie	(3)	(4)	(3)	Finja	(3)	(4)	(3)
Falk	(3)	(4)	(3)	Frederick	(4)	(4)	(4)					Jane	(3)	(4)	(2)
Hauke	(3)	(3)	(3)	Julian*	(4)	(4)	(4)					Simon	(3)	(4)	(3)
Mika	(3)	(4)	(3)	Kilian	(4)	(4)	(4)					Sophia	(3)	(4)	(4)
Paul	(3)	(2)	(1)	Mia	(4)	(4)	(4)					Thore	(3)	(4)	(2)
Moritz	(4)	(4)	(4)									Elena	(4)	(4)	(4)
												Florian	(4)	(4)	(3)
												Mats	(4)	(4)	(4)
												Ronja	(4)	(4)	(4)
												Till	(4)	(4)	(4)
<p>nicht erfolgreiche Bearbeitung</p> <p>(0) keine Bearbeitung</p> <p>(1) keine geeigneten Heuristiken ausgewählt</p> <p>(2) geeignete Heuristiken ausgewählt, Anwendung nicht zielführend</p>				<p>erfolgreiche Bearbeitung</p> <p>(3) geeignete Heuristiken ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet</p> <p>(4) geeignete Heuristiken ausgewählt und vollständig korrekt angewendet</p>											
<p>* Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3</p>															

Abbildung 93: Veränderungen des Bearbeitungserfolgs bei anfänglich erfolgreicher Bearbeitung im Vergleich zwischen den Treatmentgruppen, nach Mathematikleistung selektiert

Die dargestellten vergleichenden Ergebnisse sollen im Rahmen von Einzelfallanalysen für detailliertere fachdidaktische Erkenntnisse nachfolgend vertieft werden.

14 Vertiefende Einzelfallanalysen

Die in den Abschnitten 9 bis 13 vorgenommenen Häufigkeits-, Bearbeitungs- und Veränderungsanalysen werden in diesem Abschnitt einzelfallbezogen vertieft, mit dem Ziel, detaillierte Erkenntnisse zur Veränderung der Kompetenz, mathematische Problemlöseaufgaben erfolgreich mit Hilfe papier- und videobasierter Lösungsbeispiele zu bearbeiten, zu erhalten. Dafür erfolgt in Abschnitt 14.1 zunächst die Beschreibung des Vorgehens zur Auswahl der zu betrachtenden Fälle, woraufhin in Abschnitt 14.2 vertiefende Einzelfallanalysen ausgewählter Fälle folgen.

14.1 Auswahl der Fälle

Die Auswahl der Fälle erfolgte jeweils für beide Treatmentgruppen auf Basis der in Abschnitt 13 dargestellten Veränderungen des Bearbeitungserfolgs sowie auf Basis einer in Abschnitt 12 herausgestellten Nutzung von Lösungsbeispielen während der Bearbeitung von PLA 3.

Explizit bei der Fallauswahl zu berücksichtigen, soll aus jeder Treatmentgruppe – sofern vorhanden – jeweils ein_e Schüler_in mit folgenden Merkmalen sein:

- Durchgehend keine erfolgreiche Bearbeitung im zeitlichen Verlauf der Laboruntersuchung
- Erfolgreiche Bearbeitung ausschließlich bei der Bearbeitung des Lösungsbeispiels (in Form der Formulierung von Selbsterklärungen)
- Durchgehend positive Veränderung des Bearbeitungserfolgs im zeitlichen Verlauf der Laboruntersuchung
- Durchgehend negative Veränderung des Bearbeitungserfolgs im zeitlichen Verlauf der Laboruntersuchung

Sofern ein Merkmal auf mehrere Schüler_innen innerhalb einer Treatmentgruppe zutraf, erfolgte die Anwendung folgender Selektionsregeln in der nachfolgend angezeigten Reihenfolge, bis für jedes Merkmal eine_e Schüler_in ausgewählt war:

- Nutzung eines Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von Problemlöseaufgabe PLA 3
- Nur für TG 2: Angabe in der Auswahltestung, dass Erklärvideos für schulbezogene Zwecke genutzt werden
- In einem Fall (Leni) musste per Zufall ausgewählt werden, da insgesamt zwei Fälle zur Auswahl standen.

Für die in Abschnitt 14.2 vorzunehmenden Einzelfallanalysen ergibt sich daraus die Auswahl der in Abbildung 94 hervorgehobenen sieben Schüler_innen: Jonte, Leni und Paul aus TG 1 sowie Enna, Luca, Matti und Sören aus TG 2. Die nachfolgend beschriebenen Fallanalysen stellen die Bearbeitungen der Problemlöseaufgaben PLA 2 und PLA 3 sowie die Bearbeitung des Lösungsbeispiels ausführlich dar. Aus diesem Grund werden in diesem Abschnitt Arbeitsergebnisse herausgestellt, welche zwar bereits Gegenstand der vorherigen Abschnitte waren, nun jedoch auf Einzelfallbasis in einem zeitlich chronologischen Gesamtkontext zu verstehen sind.

TG 1 (papierbasiertes Lösungsbeispiel)					TG 2 (videobasiertes Lösungsbeispiel)				
	PLA 2	LB	PLA 3	Nutzung von Erklärvideos für schulbezogene Zwecke		PLA 2	LB	PLA 3	Nutzung von Erklärvideos für schulbezogene Zwecke
Jasper	(1)	(2)	(1)	ja	Sören*	(0)	(2)	(2)	ja
Leni	(1)	(4)	(3)	nein	Leon	(1)	(4)	(4)	ja
Pia	(1)	(1)	(1)	ja	Lilly	(1)	(4)	(2)	ja
Jonte*	(2)	(1)	(2)	nein	Lucy*	(1)	(4)	(2)	nein
Joris	(2)	(4)	(3)	nein	Enna*	(2)	(4)	(2)	ja
Timo	(2)	(1)	(0)	nein	Matti*	(2)	(4)	(4)	ja
Alina	(3)	(4)	(3)	ja	Felix	(3)	(4)	(4)	ja
Clara	(3)	(4)	(3)	ja	Finja	(3)	(4)	(3)	ja
Falk	(3)	(4)	(3)	ja	Jane	(3)	(4)	(2)	ja
Hannah	(3)	(4)	(3)	ja	Luca	(3)	(2)	(1)	ja
Hauke	(3)	(3)	(3)	nein	Marie	(3)	(4)	(3)	ja
Mika	(3)	(4)	(3)	ja	Simon	(3)	(4)	(3)	nein
Paul	(3)	(2)	(1)	nein	Sophia	(3)	(4)	(4)	nein
Romy	(3)	(4)	(3)	ja	Thore	(3)	(4)	(2)	ja
Frederick	(4)	(4)	(4)	ja	Elena	(4)	(4)	(4)	ja
Julian*	(4)	(4)	(4)	nein	Florian	(4)	(4)	(3)	nein
Kilian	(4)	(4)	(4)	ja	Mats	(4)	(4)	(4)	ja
Mia	(4)	(4)	(4)	ja	Ronja	(4)	(4)	(4)	ja
Moritz	(4)	(4)	(4)	ja	Till	(4)	(4)	(4)	nein

nicht erfolgreiche Bearbeitung	erfolgreiche Bearbeitung
(0) keine Bearbeitung	(3) geeignete Heuristiken ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet
(1) keine geeigneten Heuristiken ausgewählt	(4) geeignete Heuristiken ausgewählt und vollständig korrekt angewendet
(2) geeignete Heuristiken ausgewählt, Anwendung nicht zielführend	

* Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3

Abbildung 94: Übersicht der Fallauswahl für Einzelfallanalysen

14.2 Fallanalysen von Schüler_innen ohne Veränderung des Bearbeitungserfolgs

14.2.1 Jonte

Schule und Klassenstufe	GMS (Kreis Schleswig-Flensburg), 6. Klasse
Mathematiknote	4
Lesefähigkeit	unterdurchschnittlich
Nutzung von Erklärvideos für schulbezogene Zwecke	Nein
Treatmentgruppe	TG 1: Papierbasiertes Lösungsbeispiel
Erfolgsstufe PLA 2	(2) geeignete Heuristiken ausgewählt, Anwendung nicht zielführend
Höchste erzielte Erfolgsstufe Lösungsbeispiel	(1) keine geeigneten Heuristiken beschrieben
Erfolgsstufe PLA 3	(2) geeignete Heuristiken ausgewählt, Anwendung nicht zielführend
Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3	Ja

Tabelle 16: Steckbrief von Jonte

Bearbeitung von PLA 2:

Zur Bearbeitung von PLA 2 wählte Jonte das Ergänzungsprinzip aus und zeichnete dieses in die gegebene Skizze ein, was sich Abbildung 95 entnehmen lässt. Er berechnete – ohne Angabe von Einheiten – den Flächeninhalt des ergänzten Rechtecks. Weitere Bearbeitungsschritte erfolgten nicht. Insgesamt betrachtet war die Auswahl des Ergänzungsprinzips zwar grundsätzlich für eine Bearbeitung von PLA 2 geeignet, auf Grund der Unvollständigkeit in dessen Anwendung ist seine vorgenommene Bearbeitung jedoch als nicht zielführend anzusehen.

Insgesamt betrachtet verfügte Jonte zwar über die Fähigkeit, geeignete Heuristiken auszuwählen, benötigt jedoch offenbar in deren vollständiger und damit zielführender Anwendung Unterstützung. Dabei zeigte Jonte bei der Bearbeitung von PLA 2, dass er in der Lage ist, Flächeninhalte von Rechtecken – wenngleich ohne Angaben von Einheiten – zu berechnen.

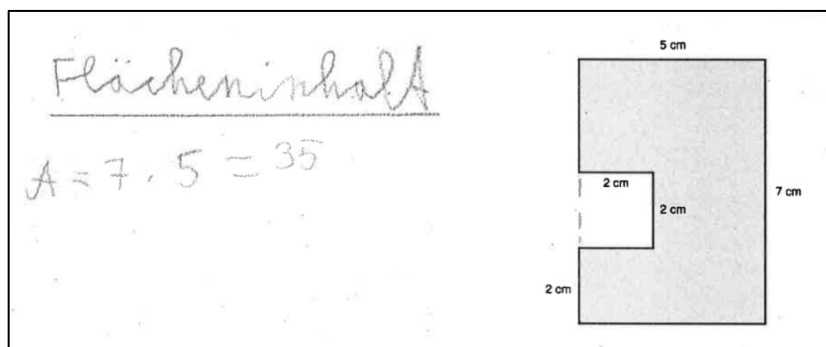


Abbildung 95: Bearbeitung PLA 2 von Jonte

Bearbeitung des Lösungsbeispiels (Formulierung von Selbsterklärungen):

Jonte nahm in seiner Formulierung der Selbsterklärung zum Ergänzungsprinzip lediglich Bezug auf die Ermittlung fehlender Seitenlängen:

„sie hat die komplette Seitenlänge minus die 3m die noch fehlen und dan das Ergebniss rausgehabt und das hat sie auf beiden seiten gemacht“ (Anhang XVI, Pos.8).

Fachdidaktisch ist festzustellen, dass es Jonte in seinen Formulierungen nicht gelang, das zuvor im Lösungsbeispiel präsentierte Ergänzungsprinzip erfolgreich zu beschreiben, obwohl er dieses Prinzip selbst zuvor bei der Bearbeitung von PLA 2 ausgewählt hat.

Bei den Formulierungen von Selbsterklärungen zu den beiden präsentierten Zerlegungsprinzipien blieb Jonte derart oberflächlich bzw. vage, dass man nicht von einer geeigneten Beschreibung von Heuristiken ausgehen kann:

„Er hat den einen Teil durch ein Rechteck gewechselt.“ (Pos. 14)

„Er hatt ~~sich Quasie das Blatt gedreht~~ Das rechteck Woanders hingetan und es dan ausgerechnet“ (Pos. 20).

Insgesamt betrachtet ist bei den von Jonte formulierten Selbsterklärungen auffällig, dass sich die bei PLA 2 grundsätzlich gezeigte Fähigkeit, geeignete Heuristiken auszuwählen, in den Formulierungen von Selbsterklärungen nicht wiederfinden.

Bearbeitung von PLA 3 und Nutzung des Lösungsbeispiels:

Noch bevor Jonte erste Bearbeitungsschritte bei PLA 3 vornahm, schlug er zunächst die Seite der Zusammenfassung des Lösungsbeispiels auf und ließ diese während der gesamten Bearbeitung aufgeschlagen vor sich liegen (Pos. 24). Da sich Jonte offenbar nicht sicher war, ob er in dem Lösungsbeispiel vor- und zurückblättern dürfe, wandte er sich an die Testleitung, um diese Frage zu klären (Pos. 25).

Als ersten Bearbeitungsschritt – seiner in Abbildung 96 dargestellten Bearbeitung – zeigte Jonte die Berechnung eines Flächeninhalts durch Setzung einer entsprechenden Überschrift an und notierte:

„A =“ (Pos. 26).

Doch bevor Jonte mit einer Berechnung begann, zeichnete er in die gegebene Skizze zunächst eine Ergänzung zum Quadrat und wählte somit – unterstützt durch eine Nutzung des Lösungsbeispiels – geeignete Heuristiken zur Bearbeitung von PLA 3.

Bei der nun vorgenommenen Berechnung des ersten Teilflächeninhalts kann man nicht mit Sicherheit davon ausgehen, dass Jonte bewusst auf das korrekte Ergebnis – ohne Angaben von Einheiten – kam oder ob er lediglich die angegebene Seitenlänge mit sich selbst multiplizierte. So tat es Jonte jedenfalls bei der Ermittlung des zweiten Teilflächeninhalts, was im Vergleich zur ersten Berechnung in diesem Fall – abgesehen von fehlenden Einheiten – ein korrektes Vorgehen war. Bei der Ermittlung des ersten Teilflächeninhalts hätte Jonte für eine bewusste Ermittlung entweder (gedanklich) die ergänzten Teilflächen nochmals zu einem Quadrat ergänzen und davon den Flächeninhalt ermittelt müssen, was jedoch aus seiner Bearbeitung nicht weiter hervorgeht. Für eine vollständige und damit zielführende Bearbeitung fehlt die Subtraktion beider ermittelten Teilflächeninhalte.

Aus fachdidaktischer Sicht ist anzumerken, dass Jonte zur Nutzung des Lösungsbeispiels zwar eine durchaus geeignete Passage auswählte und es ihm – wie bereits bei PLA 2 – gelang, geeignete Heurismen auszuwählen, doch führte die stets offen vor ihm liegende Seite der Zusammenfassung nicht zu einer erfolgreichen Bearbeitung von PLA 3. Weder die vorherige Bearbeitung des Lösungsbeispiels noch die aktive Nutzung während der Bearbeitung von PLA 3 konnte für Jonte eine Unterstützung darstellen, geeignete Heurismen erfolgreich anzuwenden.

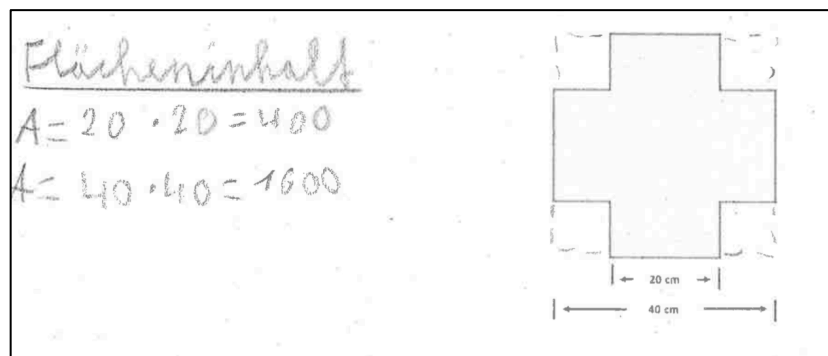


Abbildung 96: Bearbeitung PLA 3 von Jonte

14.2.2 Sören

Schule und Klassenstufe	GMS (Kreis Schleswig-Flensburg), 6. Klasse
Mathematiknote	4
Lesefähigkeit	unterdurchschnittlich
Nutzung von Erklärvideos für schulbezogene Zwecke	Ja
Treatmentgruppe	TG 2: Videobasiertes Lösungsbeispiel
Erfolgsstufe PLA 2	(0) keine Bearbeitung
Höchste erzielte Erfolgsstufe Lösungsbeispiel	(2) geeignete Heurismen nicht zielführend beschrieben
Erfolgsstufe PLA 3	(2) geeignete Heurismen ausgewählt, Anwendung nicht zielführend
Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3	Ja

Tabelle 17: Steckbrief von Sören

Bearbeitung von PLA 2:

Von Sören erfolgte keine Bearbeitung von PLA 2 (Anhang XVII, Pos. 2).

Bearbeitung des Lösungsbeispiels (Formulierung von Selbsterklärungen):

Sören zeigte in seiner formulierten Selbsterklärung Ansätze des Ergänzungsprinzips. Seine Selbsterklärung beruht dabei im Wesentlichen darauf, das grafisch Präsentierte zu beschreiben, ohne jedoch inhaltlich weiter darauf einzugehen:

„sie hat die fehlende ecke erst da zu gerechnet und dan wider weg gerechnet“
(Pos. 9).

Auch bei den Formulierungen von Selbsterklärungen zu den beiden präsentierten Zerlegungsprinzipien geht seine Beschreibung nicht über das grafisch Präsentierte hinaus, wobei der Schritt der Zusammenfügung fehlt:

„er hat den körper in 2 rechtecke aufgeil und sie (unleserlich) berechnet“
(Pos. 16).

„er hat es fast wie Luca getan blos das er die rechtecke ander zertrenckhat“
(Pos. 23).

In keiner seiner formulierten Selbsterklärungen nahm Sören eine zielführende Beschreibung von präsentierten Heurismen vor.

Bearbeitung von PLA 3 und Nutzung des Lösungsbeispiels:

Sören begann die Bearbeitung von PLA 3 zunächst mit der Wahl von Heurismen und zeichnete in die gegebene Skizze eine Ergänzung ein, was man der Abbildung 97 entnehmen kann. Die oberen und unteren ergänzten Kanten beschriftete er fälschlicherweise mit „5 cm“ anstatt mit „10 cm“. Sören schaute sich dann im Lösungsbeispiel den Lösungsweg des Ergänzungsprinzips an und pausierte das Video kurz nachdem die Flächeninhaltsberechnung der ergänzten Teilfläche ermittelt wurde, woraufhin er seine Bearbeitung fortsetzte, indem er ein „A“ notierte. Sören spulte das Video zurück zu der Szene, welche die Berechnung des Teilflächeninhalts der ergänzten Fläche zeigt, und hielt das Video an dieser Stelle im Standbild. Er zeigte daraufhin formal die Flächeninhaltsberechnung der ergänzten Teilfläche an, verrechnete sich jedoch dabei (Pos. 28–34). Sören setzte die Ansicht des Videos fort und pausierte an der Stelle, an der das Video darauf aufmerksam macht, dass noch Seitenlängen fehlen (ohne dass diese im Video ermittelt wurden). Nun schien Sören – wie zuvor im Video angesehen – ebenfalls zu versuchen, Seitenlängen zu ermitteln, wobei er diese a) bereits (falsch) ermittelt hat und b) auch in diesem Versuch falsch ermittelte (Pos. 38). Sören setzte das Video fort und pausierte dieses an der Stelle, wo die Flächeninhaltsberechnung der ergänzten Teilflächen

erfolgt wäre. Er schaute sich die Berechnung jedoch nicht an, zog stattdessen zwei Striche und notierte darunter sein (falsches) Ergebnis von „140 cm“ (Pos. 39 – 45).

Fachdidaktisch ist anzumerken, dass Sören versuchte, das Video als Algorithmus zu nutzen, und dabei nicht bemerkte, dass sein rechnerisches Vorgehen von dem im Video abwich. Denn: Sören hatte bereits zuvor die Seitenlängen ermittelt. Sören hätte sich stattdessen die Flächeninhaltsberechnung der ergänzten Teilflächen ansehen müssen, um eine Unterstützung durch das Video zu erhalten. Dennoch gelang es Sören, geeignete Heuristiken auszuwählen und in Teilen zielführend anzuwenden. Die vorgenommene Berechnung des ersten Teilflächeninhalts zeigt, dass Sören grundsätzlich in der Lage war, Flächeninhalte zu berechnen – wenngleich er sich dabei verrechnete. Die für Sören notwendige Unterstützung lag bei einer Analyse seiner Bearbeitung in einer korrekten Anwendung von Heuristiken. Obwohl Sören in Form einer intensiven Nutzung des Lösungsbeispiels versuchte, sich diese Unterstützung einzuholen, gelang es ihm nicht, seine grundsätzlich geeigneten Heuristiken zielführend anzuwenden.

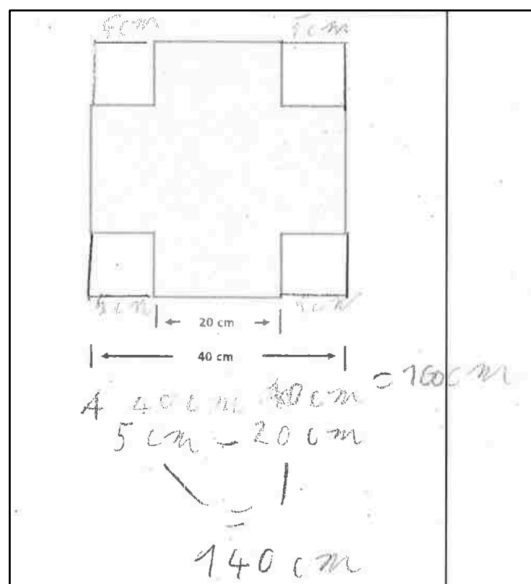


Abbildung 97: Bearbeitung PLA 3 von Sören

14.2.3 Zusammenfassung

Jonte und Sören sind als leistungsschwache Schüler mit einer unterdurchschnittlich selbsteingeschätzten Lesefähigkeit beurteilt (s. Tabellen 16 & 17). Beiden Schülern gelang es nicht, ihren Bearbeitungserfolg zu einer erfolgreichen Bearbeitung zu verändern, und doch unterscheiden sich sowohl die Formulierungen von Selbsterklärungen als auch die Bearbeitung von PLA 3 voneinander.

Während sich Jontes Selbsterklärung – im Falle des Ergänzungsprinzips, die anderen beiden Formulierungen sind zu unpräzise – nach Ansicht eines papierbasierten

Lösungsbeispiels ausschließlich auf die Ermittlung fehlender Seitenlängen beschränkte, gelang es Sören, bei seinen Formulierungen wenigstens auf grafische Elemente der präsentierten Heuristiken einzugehen.

Beide Schüler nutzten während der Bearbeitung von PLA 3 das ihnen vorliegende Lösungsbeispiel auf unterschiedliche Weise. Die beiden unterschiedlichen Nutzungen zeigen, dass eine solche gelernt sein muss. Denn: Während Jonte die Seite der Zusammenfassung nutzte, spulte Sören während der Bearbeitung von PLA 3 im Video durch Passagen des Ergänzungsprinzips und versuchte, sich Schritt für Schritt vorzuarbeiten. An Sörens Nutzung ist auffällig, dass er stets vor den für ihn elementaren Sequenzen das Video pausierte, anstatt sich die Sequenz weiter anzusehen. In beiden Fällen führte die Bearbeitung von PLA 3 – trotz einer Nutzung von Lösungsbeispielen – zu keiner erfolgreichen Bearbeitung.

14.3 Fallanalysen von Schüler_innen, welche ausschließlich erfolgreich Selbsterklärungen formulierten

14.3.1 Enna

Schule und Klassenstufe	GMS (Kreis Schleswig-Flensburg), 6. Klasse
Mathematiknote	3
Lesefähigkeit	überdurchschnittlich
Nutzung von Erklärvideos für schulbezogene Zwecke	Ja
Treatmentgruppe	TG 2: Videobasiertes Lösungsbeispiel
Erfolgsstufe PLA 2	(2) geeignete Heuristiken ausgewählt, Anwendung nicht zielführend
Höchste erzielte Erfolgsstufe Lösungsbeispiel	(4) geeignete Heuristiken korrekt beschrieben
Erfolgsstufe PLA 3	(2) geeignete Heuristiken ausgewählt, Anwendung nicht zielführend
Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3	Ja

Tabelle 18: Steckbrief von Enna

Bearbeitung von PLA 2:

Enna wählte das Ergänzungsprinzip und zeichnete in die gegebene Skizze eine Ergänzung zu einem Rechteck ein. Sie beschriftete die Seiten mit „a“ und „b“. Formal zeigte sie sowohl eine Flächeninhaltsberechnung als auch eine Umfangberechnung an, wobei sie beides mit einem „u“ kennzeichnete (s. Abbildung 98). Rechnerisch führte Enna dann jedoch ausschließlich eine Umfangberechnung aus und notierte als Ergebnis „24 cm“ – was einer Addition der Seitenlängen der ergänzten Fläche entspricht.

Enna gelang es zwar, geeignete Heurismen auszuwählen, sie scheint jedoch in deren Anwendung Unterstützungsbedarf zu haben. Darüber hinaus bedarf es der Unterstützung, Flächeninhaltsberechnungen von Umfangberechnungen zu unterscheiden und diese jeweils situativ korrekt anzuwenden.

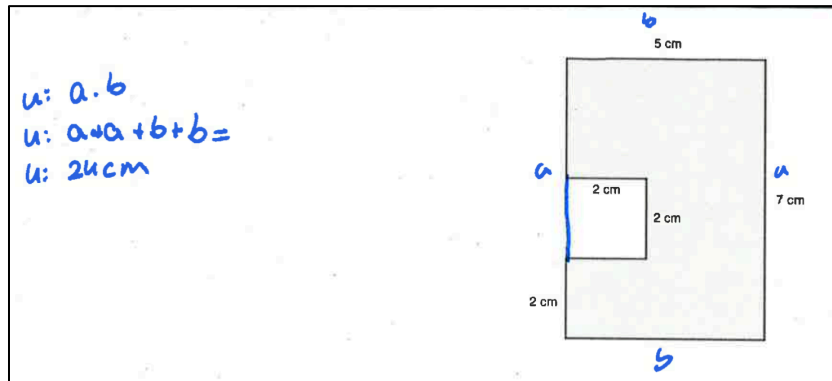


Abbildung 98: Bearbeitung PLA 2 von Enna

Bearbeitung des Lösungsbeispiels (Formulierung von Selbsterklärungen):

Enna begann mit der Formulierung ihrer Selbsterklärung zum präsentierten Ergänzungsprinzip – welches sie selbst bei PLA 2 anzuwenden versuchte – und griff bereits nach den ersten drei Worten

„Zuerst hat sie“ (Anhang XVIII, Pos. 9)

auf das videobasierte Lösungsbeispiel zurück. Sie schaute sich folgende Passage des Ergänzungsprinzips nochmals an:

„Sophie ist bei ihrer Lösung dabei so vorgegangen: Sophie erkennt, dass man die gegebene Figur zu einem Quadrat ergänzen kann. Sie schließt durch ihre Ergänzung die kleine Lücke oben links“ (Pos. 11).

Fachdidaktisch interessant ist der jetzt folgende Bearbeitungsverlauf von Enna: Sie schaute sich das Video so lange an, bis gesagt wurde

„Sie schließt durch ihre Ergänzung die kleine Lücke oben links.“ (Pos. 11).

Daraufhin setzte sie ihre Formulierung fort und schrieb:

„die kleine Lücke“ (Pos. 12).

Enna spulte erneut das Video zurück und schaute sich die gleiche Passage nochmals an, um erneut das im Video verbal geäußerte als ihre eigene Formulierung zu nutzen:

„zu einem Quadrat“ (Pos. 16).

Sie spulte das Video noch einmal zurück, diesmal, um sich die Passage des Ergänzungsprinzips vollständig anzuschauen, und finalisierte ihre Formulierung daraufhin:

„ergänzt, danach hat sie die fehlenden Seiten längen herausgefunden. Als sie alle Seitenlängen bestimmt hat rechnete sie alles zusammen mit x (), ~~gef~~ und schon hatte sie das Ergebnis“ (Pos. 20 – 22).*

Enna orientierte sich sehr eng an den Inhalten des Videos und zerlegte die Videosequenz in minimalistisch erscheinende inhaltliche Teilabschnitte. Trotz der Videonutzung gelang es ihr nicht, erfolgreich die entsprechende Selbsterklärung des Ergänzungsprinzips zu formulieren. Insgesamt betrachtet formulierte sie ihre nicht erfolgreiche Selbsterklärung mit Nutzung des Lösungsbeispiels Schritt für Schritt bzw. Ansicht nach Ansicht.

Fachdidaktisch ist Ennas Formulierung aber dennoch interessant, da sie – anders als bei ihrer vorgenommenen Berechnung von PLA 2 – erkannte, dass Seitenlängen zu multiplizieren sind.

Als Enna mit der Formulierung ihrer Selbsterklärung zum Zerlegungsprinzip (vertikal) begann, lief aus einer anderen Formulierungstätigkeit noch das Video und Enna formulierte währenddessen:

„Zuerst hat Luca die Fläche zerlegt und einzeln gerechnet. er hat die fehlenden Seitenlängen gefunden und hat dann alles zusammen gerechnet. er hatte die selbe Antwort wie Sophie.“ (Pos. 28 – 30).

Das Videos schien dabei lediglich im Hintergrund „durchzulaufen“ und in keinem Zusammenhang zur ihrer ebenfalls nicht erfolgreich vorgenommenen Formulierung zu stehen.

Ennas formulierte Selbsterklärung zum Zerlegungsprinzip (horizontal) nahm sie unterdessen erfolgreich und ohne Nutzung des Lösungsbeispiels vor und schrieb:

„Amin hat als allererstes die Fläche in noch eine Fläche zerlegt. Danach hat er die Seitenlängen von beiden Flächen gesucht und am Ende hat er die erste und zweite Fläche zusammengerechnet.“ (Pos. 36).

Bearbeitung von PLA 3 und Nutzung des Lösungsbeispiels:

Enna wählte – wie bereits zur Bearbeitung von PLA 2 – das Ergänzungsprinzip, zeichnete dieses in die gegebene Skizze (s. Abbildung 99) und notierte die Seitenlängen des entstandenen Quadrats (Pos. 37 – 28). Anschließend startete Enna das Video, schaute sich die Einführung des Videos an und schrieb währenddessen:

$$„U: a \cdot a$$

$$U: 40 + 40 + 40 + 40 =“ (Pos. 44).$$

Sie stoppte das Video nach Ende der Einführung. Als letzten Schritt notierte sie ihr Ergebnis „160000 cm“ (Pos. 46) – welches sie später zu „160 cm“ korrigierte (Pos. 50).

Fachdidaktisch interessant ist, dass Enna – wie bereits bei PLA 2 – zunächst zwar formal die Multiplikation anzeigte, letztendlich aber auch zur Bearbeitung von PLA 3 die Seitenlängen addierte und somit erneut eine Umfangberechnung anstatt einer Flächeninhaltsberechnung vornahm. Wie bereits bei Sörens Nutzung des Lösungsbeispiels zeigt sich auch bei Enna, dass eine Nutzung erlernt werden muss, denn Enna wählte mit der Einführung eine für sie nicht geeignete Videopassage.

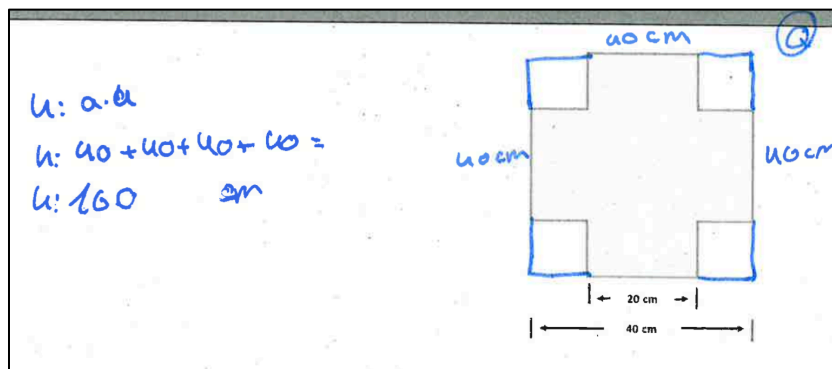


Abbildung 99: Bearbeitung PLA 3 von Enna

Enna besuchte zum Zeitpunkt der Laboruntersuchung die 6. Klasse einer Gemeinschaftsschule im Kreis Schleswig-Flensburg und ist als leistungsschwache Schülerin mit einer überdurchschnittlich selbsteingeschätzten Lesefähigkeit anzusehen (s. Tabelle 18).

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass Enna zwar erfolgreich eine Selbsterklärung formulierte, es ihr jedoch nicht gelang, die im Lösungsbeispiel präsentierten Inhalte auf eine Bearbeitung von PLA 3 zu übertragen und diese Aufgabe erfolgreich zu bearbeiten, insbesondere vor dem Hintergrund, dass sie bei der (nicht erfolgreich vorgenommenen) Formulierung ihrer Selbsterklärung zum Ergänzungsprinzip sehr wohl erkannte, dass Seitenlängen zu multiplizieren und nicht zu addieren sind.

14.4 Fallanalysen von Schüler_innen mit einer durchgehend positiven Veränderung des Bearbeitungserfolgs

14.4.1 Leni

Schule und Klassenstufe	Gymnasium (Lüneburg), 6. Klasse
Mathematiknote	1
Lesefähigkeit	überdurchschnittlich
Nutzung von Erklärvideos für schulbezogene Zwecke	Nein
Treatmentgruppe	TG 1: Papierbasiertes Lösungsbeispiel
Erfolgsstufe PLA 2	(1) keine geeigneten Heurismen ausgewählt
Höchste erzielte Erfolgsstufe Lösungsbeispiel	(4) geeignete Heurismen korrekt beschrieben
Erfolgsstufe PLA 3	(3) geeignete <i>Heurismen ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet</i>
Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3	Nein

Tabelle 19: Steckbrief von Leni

Bearbeitung von PLA 2:

Leni zeigte bei der Bearbeitung von PLA 2 formal die Multiplikation aller Seitenlängen – gegebene wie auch fehlende – an (s. Abbildung 100). Rechnerisch versuchte Leni die Multiplikation durchzuführen, indem sie fälschlicherweise stets zwei Zahlen miteinander multiplizierte und die jeweiligen Ergebnisse anschließend addierte. Von ihrem ermittelten Ergebnis „55 cm²“ subtrahierte sie „8 cm²“ und erhielt „47 cm²“. Da keine Zwischenrechnung zur Ermittlung der „8 cm²“ erfolgte, lässt sich nur vermuten, dass es sich wahrscheinlich um eine Umfangberechnung der in der Skizze befindlichen Lücke handelt. Insgesamt betrachtet gelang es Leni zur Bearbeitung von PLA 2 nicht, geeignete Heurismen auszuwählen und anzuwenden. Hierin und in einer arithmetisch korrekten Vornahme von Flächeninhaltsberechnungen scheint Leni explizit Unterstützungsbedarf zu haben.

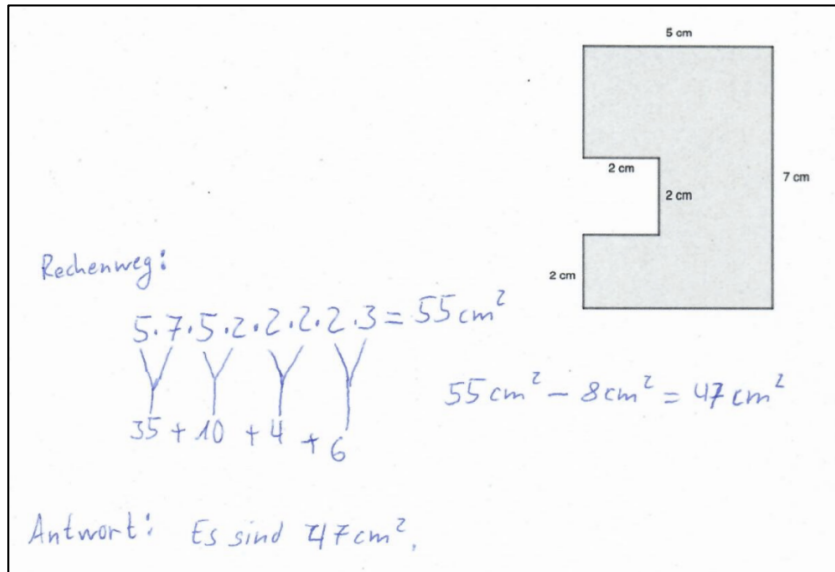


Abbildung 100: Bearbeitung PLA 2 von Leni

Bearbeitung des Lösungsbeispiels (Formulierung von Selbsterklärungen):

Nach Ansicht des Ergänzungsprinzips formulierte Leni in ihrer Selbsterklärung:

„Sophie hat ein Quadrat aus der Fläche gemacht. Von dem sie schließlich das hinzugefügte wiederabgezogen hat.“ (Anhang XIX, Pos. 8).

Mit ihrer Formulierung blieb Leni zwar ausschließlich auf einer Ebene der grafischen Wiedergabe des im Lösungsbeispiel präsentierten Ergänzungsprinzips, beschrieb dieses aber korrekt.

Nachdem Leni sich die vertikale Zerlegung angesehen hat, formulierte sie ihre Selbsterklärung:

„Luca hat (unleserlich) in der Mitte eine Linie gezogen und somit zwei Rechtecke geschaffen. da Rechtecke immer auf den Gegenüberliegenden Seiten die gleichen Maße haben wusste er alle Maße und konnte dann alles zu berechnen.“ (Pos. 14).

Leni formulierte indirekt, dass Seitenlängen ermittelt wurden, führte aber ihre Beschreibung des Zerlegungsprinzips inhaltlich nicht über die Tatsache hinaus aus, dass „alles“ berechnet werden konnte.

Nach Ansicht der horizontalen Zerlegung bezog sich Leni in ihren Formulierungen im Wesentlichen auf die Ähnlichkeit zum vorherigen Lösungsweg. Sie erkannte jedoch, dass der Lösungsweg eine andere Zerlegung vornahm:

*„Armin hat einen ähnlichen Weg wie Lucas benutzt, nur hat er ein kleineres oberes und ein größeres unteres Rechteck gebildet. Diese * konnte er somit einfach ausrechnen*

* Flächeninhalte“ (Pos. 20).

Bearbeitung von PLA 3 ohne Nutzung des Lösungsbeispiels:

Zur in Abbildung 101 dargestellten Bearbeitung von PLA 3 begann Leni mit der Auswahl von geeigneten Heuristiken und zeichnete in die gegebene Skizze eine Zerlegung in fünf Vierecke ein (Pos. 24).

Sie wandte sich anschließend an die Testleitung, da sie sich nicht sicher war, ob sie PLA 3 rechnerisch ausführen sollte (Pos. 25), und führte nach Klärung ihrer Frage die Berechnung aus. Dafür begann sie mit der Flächeninhaltsberechnung des Quadrats und verfasste zunächst eine Überschrift. Ihre Rechnung erfolgte – abgesehen von der Angabe einer falschen Einheit – korrekt:

$$\text{„}20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 400 \text{ cm}^2\text{“ (Pos. 26).$$

Als nächstes verfasste sie eine weitere Überschrift, in der sie anzeigte, den Flächeninhalt der Rechtecke zu berechnen (Pos. 24). Sie erkannte, dass die vier noch zu berechnenden Rechtecke identische Maße aufweisen und ermittelte – erneut mit der Angabe falscher Einheiten – die Teilflächeninhalte. Anschließend fügte Leni die ermittelten Teilflächeninhalte rechnerisch korrekt zusammen:

$$\begin{aligned} &\text{„}20 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 200 \text{ cm} \\ &200 \text{ cm} \cdot 4 = 800 \text{ cm} \\ &400 \text{ cm} + 800 \text{ cm} = 1200 \text{ cm}^2\text{“ (Pos. 27). \end{aligned}$$

Im Gegensatz zur Bearbeitung von PLA 2 gelang es Leni nach Ansicht eines Lösungsbeispiels, geeignete Heuristiken auszuwählen und diese anzuwenden. Leni bearbeitete PLA 3 erfolgreich.

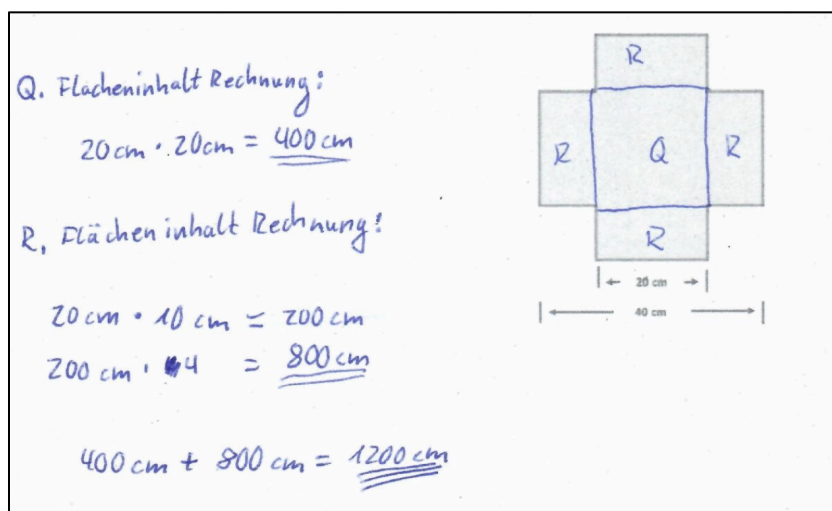


Abbildung 101: Bearbeitung PLA 3 von Leni

14.4.2 Matti

Schule und Klassenstufe	Gymnasium (Lüneburg), 5. Klasse
Mathematiknote	1
Lesefähigkeit	überdurchschnittlich
Nutzung von Erklärvideos für schulbezogene Zwecke	Ja
Treatmentgruppe	TG 2: Videobasiertes Lösungsbeispiel
Erfolgsstufe PLA 2	(2) geeignete Heuristiken ausgewählt, Anwendung nicht zielführend
Höchste erzielte Erfolgsstufe Lösungsbeispiel	(4) geeignete Heuristiken korrekt beschrieben
Erfolgsstufe PLA 3	(4) geeignete Heuristiken ausgewählt, Anwendung korrekt
Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3	Ja

Tabelle 20: Steckbrief von Matti

Bearbeitung von PLA 2:

Matti wählte zur Bearbeitung von PLA 2 das Zerlegungsprinzip (s. Abbildung 102). Anstatt jedoch den Flächeninhalt dieser Teilflächen zu ermitteln, nahm Matti eine Berechnung des Umfangs vor. Im oberen Rechteck verrechnete sich Matti, da er für die Kanten rechts und links Seitenlängen von „4 cm“ anstatt „3 cm“ verwendete.

Die für Matti erforderliche Unterstützung liegt folglich in einer situativen, korrekten Anwendung von Flächeninhaltsberechnungen, um solche Problemlöseaufgaben erfolgreich bearbeiten zu können.

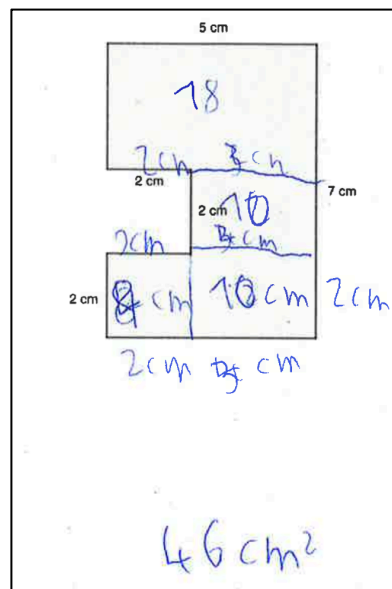


Abbildung 102: Bearbeitung PLA 2 von Matti

Bearbeitung des Lösungsbeispiels (Formulierung von Selbsterklärungen):

Matti formulierte nach Ansicht des Ergänzungsprinzips folgende Selbsterklärung, welche die Auswahl sowie die Anwendung des Prinzips korrekt wiedergibt:

„Sophie hat beim vorgehen erst aus dem Beet ein Quadrat gemacht dann musste sie noch die fehlende Fläche wegrechnen. Weiel ein Quadrat indem falle überal ~~6m~~ m hat konte sie gucken wie viel von der 4 zur 6 fehlte und von der 3 zur 6 aus den zahlenn muste sie ein Rechteck machen. das Rechteck widerum musste sie vom Quadrat abziehen und schon hatte sie das gesamt ergebniss“ (Anhang XX, Pos. 8).

Zur Formulierung seiner Selbsterklärung zum Zerlegungsprinzip (vertikal) griff Matti auf das ihm vorliegende Lösungsbeispiel zurück, um näher auf die Ermittlung der fehlenden Seitenlänge einzugehen. Dafür begann Matti zunächst mit der Formulierung und schrieb:

„Lucas hat Q Rechtecke eingezeichnet dann konnte er beim rechten Rechteck ~~durch~~les ein fach ales Ablesen beim“ (Pos. 15).

Matti spulte das Video dann zu der Stelle zurück, wo die Ermittlung der fehlenden Seitenlänge erfolgte, schaute sich die kurze Sequenz an und setzte seine Formulierung fort:

„linken musste er drr 3m von den 6m abziehen“ (Pos. 18).

Anschließend spulte Matti das Video vor, schaute sich die Sequenz der Zusammenfügung beider Teilflächeninhalte an, pausierte anschließend und schrieb:

„dann musste er nurnoch den inhalt von beiden rechtecken zusammen rechnen und schon hate er das ergebnis“ (Pos. 22).

Auch bei der Formulierung seiner Selbsterklärung zum Zerlegungsprinzip (horizontal) – welches Matti zuvor bei der Bearbeitung von PLA 2 bereits selbst anwendete – griff Matti zur Beschreibung der Ermittlung fehlender Seitenlängen auf das Lösungsbeispiel zurück. Matti begann zunächst mit der Formulierung:

„Er hat erst zwei rechtecke eingezeichnet“ (Pos. 28).

Er spulte das Video dann zur Flächeninhaltsberechnung und pausierte dort. Matti setzte seine Formulierung fort, welche inhaltlich jedoch nur bedingt nachvollziehbar ist:

„beim unteren konnte er es ablesen beim oberen musste er $4 + 2$ rechnen“ (Pos. 30).

Korrekt an seiner Formulierung ist die Tatsache, dass zur Berechnung der unteren Teilfläche alle Seitenlängen gegeben waren: *„beim unteren konnte er alles able-*

sen“. Doch Matti setzte seine Formulierung nicht korrekt fort. Die Ermittlung der fehlenden Seitenlänge erfolgte im Video durch die Berechnung $6\text{ cm} - 4\text{ cm} = 2\text{ cm}$. Doch diese Sequenz schaute sich Matti gar nicht an.

Während Matti die ersten beiden Selbsterklärungen erfolgreich formulierte, blieb er bei der dritten Formulierung unter seinen zuvor gezeigten Fähigkeiten.

Bearbeitung von PLA 3 und Nutzung des Lösungsbeispiels:

Matti begann mit der Bearbeitung von PLA 3 (dargestellt in Abbildung 103), indem er zuerst – mit Ausnahme zweier Kanten – die Kanten der Skizze mit den jeweiligen Seitenlängen beschriftete. Anschließend zeichnete er eine Zerlegung ein (Pos. 34 – 35) und ergänzte an einer weiteren Kante eine Seitenlänge (Pos. 36). Matti entschied sich zwar für das Zerlegungsprinzip, spulte das Video jedoch zur Passage des Ergänzungsprinzips und pausierte an der Stelle der Flächeninhaltsberechnung des ergänzten Quadrats. Während das Video im Standbild stand, ermittelte Matti (gedanklich) den Flächeninhalt seiner mittleren Teilfläche und schrieb das Ergebnis „ 800 cm^2 “ in die Teilfläche hinein. In die obere und untere Teilfläche schrieb er jeweils „ 200 cm^2 “, fügte alle Teilflächeninhalte (gedanklich) korrekt zusammen und schrieb unter die Skizze „ $= 1200\text{ cm}^2$ “ (Pos. 36 – 39).

Matti nutzte das Lösungsbeispiel zur Ausführung von Rechenoperationen, welche er korrekt vornahm. Die gewählte Passage passte jedoch nicht unmittelbar auf sein ausgewähltes heuristisches Prinzip, es sei denn, seine gewählte Passage sollte Matti lediglich hinsichtlich des formalen Vorgehens bei der Ermittlung von Flächeninhalten unterstützen.

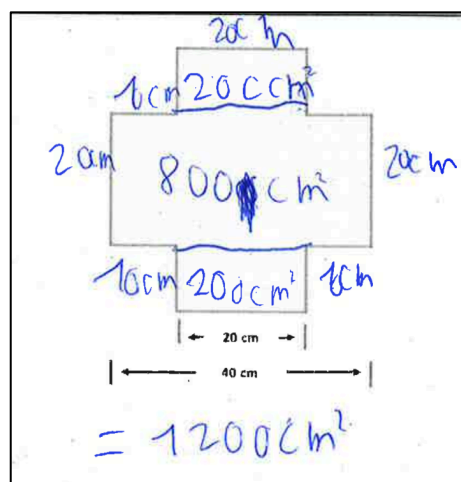


Abbildung 103: Bearbeitung PLA 3 von Matti

14.4.3 Zusammenfassung

Bei Leni und Matti handelt es sich um als leistungsstark beurteilte Schüler_innen mit einer überdurchschnittlichen selbsteingeschätzten Lesefähigkeit (s. Tabellen 19 & 20). Beide konnten im Rahmen der Laboruntersuchung ihre Bearbeitungserfolge

positiv verändern und konnten nach Ansicht und erfolgreicher Bearbeitung eines Lösungsbeispiels PLA 3 erfolgreich bearbeiten.

Leni gelang dabei nach Ansicht eines papierbasierten Lösungsbeispiels, sowohl geeignete Heurismen auszuwählen als auch diese erfolgreich anzuwenden. Darüber hinaus gelang es ihr, die Präsentation des arithmetischen Vorgehens zur Ermittlung von Flächeninhalten auf ihre eigene Aufgabenbearbeitung zu übertragen und diese erfolgreich durchzuführen.

Matti gelang es – anders als Leni – bereits bei PLA 2 geeignete Heurismen auszuwählen. Er konnte nach der Ansicht und Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels zwischen Umfangs- und Flächeninhaltsberechnung unterscheiden und situativ korrekt anwenden.

14.5 Fallanalysen von Schüler_innen mit negativer Veränderung des Bearbeitungserfolgs

14.5.1 Paul

Schule und Klassenstufe	Gymnasium (Lüneburg), 5. Klasse
Mathematiknote	3
Lesefähigkeit	überdurchschnittlich
Nutzung von Erklärvideos für schulbezogene Zwecke	Nein
Treatmentgruppe	TG 1: Papierbasiertes Lösungsbeispiel
Erfolgsstufe PLA 2	(3) geeignete Heurismen ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet
Höchste erzielte Erfolgsstufe Lösungsbeispiel	(2) geeignete Heurismen nicht zielführend beschrieben
Erfolgsstufe PLA 3	(1) keine geeigneten Heurismen ausgewählt
Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3	Nein

Tabelle 21: Steckbrief von Paul

Bearbeitung von PLA 2:

Bei Pauls Bearbeitung von PLA 2 – dargestellt in Abbildung 104 – lässt sich aus seiner Berechnung erkennen, dass er das Ergänzungsprinzip auswählte: Paul nahm zunächst die Flächeninhaltsberechnung des ergänzten Rechtecks vor und subtrahierte vom ermittelten Flächeninhalt in einem nächsten Bearbeitungsschritt „4 cm²“ – was rechnerisch dem Teilflächeninhalt des ergänzten Quadrats entspricht – und wies ohne Angabe einer Einheit das korrekte Ergebnis aus.

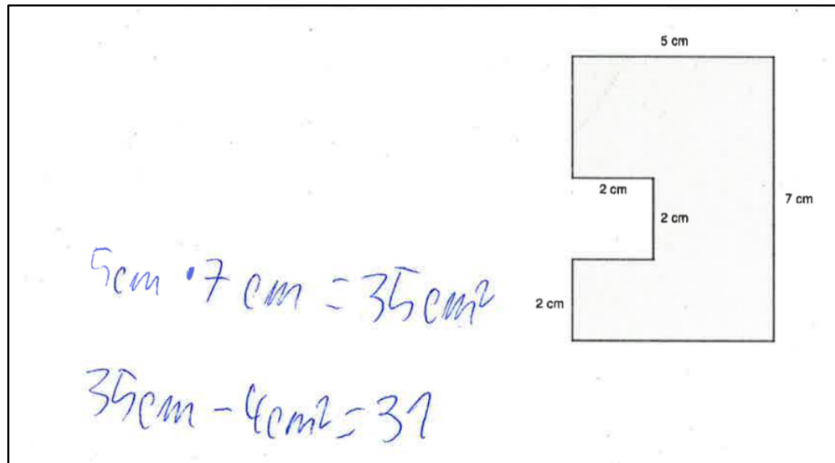


Abbildung 104: Bearbeitung PLA 2 von Paul

Bearbeitung des Lösungsbeispiels (Formulierung von Selbsterklärungen):

Nach Ansicht des Ergänzungsprinzips formulierte Paul:

„Sie hat bei einem *Rechteck* *Quadrat* ein *kleines Rechteck rausgenommen*“
(Anhang XXI, Pos 8).

Aus Pauls Formulierung ist zwar das Ergänzungsprinzip in Ansätzen zu erkennen, seine Formulierung ist inhaltlich jedoch unvollständig, da bei dem präsentierten Ergänzungsprinzip zunächst ein „*kleines Rechteck*“ hinzugekommen ist und erst nach Berechnung der Teilflächeninhalte das „*kleine Rechteck rausgenommen*“ wurde. Paul war nicht in der Lage, das präsentierte Ergänzungsprinzip inhaltlich korrekt zu beschreiben, obwohl er dieses Prinzip bei der Bearbeitung von PLA 2 selbst anwendete.

Anschließend blätterte Paul zur Präsentation des Zerlegungsprinzips (vertikal) und formulierte nach Ansicht des Prinzips:

„*Er hat ein Rechteck an ein Quadrat gesetzt*“ (Pos. 14).

Pauls Formulierung ist inhaltlich nicht korrekt, da eine Zerlegung in zwei Rechtecke erfolgte.

Auch nach Ansicht des präsentierten Zerlegungsprinzips (horizontal) gelang es Paul nicht, die präsentierten Heurismen korrekt zu beschreiben. Aus seiner Formulierung kann man lediglich in Ansätzen das präsentierte Zerlegungsprinzip erkennen:

„*Er hat ein großes und ein kleines Rechteck zusammengenommen*“ (Pos. 20).

Während Paul bei der Bearbeitung von PLA 2 geeignete Heurismen auswählte und – abgesehen von einer fehlenden Einheit – korrekt anwendete, gelang es ihm bei

der Formulierung von Selbsterklärungen nicht, die präsentierten Heurismen korrekt zu beschreiben.

Bearbeitung von PLA 3 ohne Nutzung des Lösungsbeispiels:

Pauls Bearbeitung von PLA 3 ist in Abbildung 105 dargestellt. Wie bereits bei der Bearbeitung von PLA 2 nahm er keine Einzeichnungen in der gegebenen Skizze vor. Rechnerisch lässt sich Pauls Bearbeitung nur bedingt nachvollziehen: Zunächst multiplizierte er „40 · 4“, was der Umfangberechnung einer ergänzten Fläche entspricht. Er subtrahierte dann „40“, wobei nicht nachvollziehbar ist, um was genau es sich bei Pauls Subtraktion handelt.

Während Paul PLA 2 – bis auf die fehlende Angabe einer Einheit – erfolgreich bearbeitete, gelang es ihm bei der Bearbeitung von PLA 3 nicht, geeignete Heurismen auszuwählen und anzuwenden.

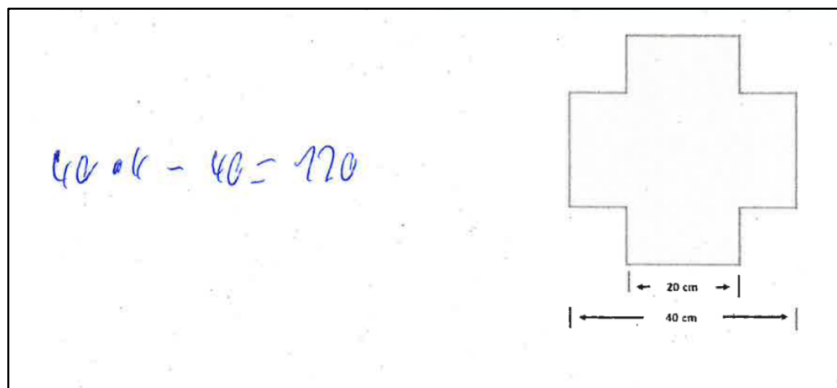


Abbildung 105: Bearbeitung PLA 3 von Paul

14.5.2 Luca

Schule und Klassenstufe	Gymnasium (Lüneburg), 5. Klasse
Mathematiknote	3
Lesefähigkeit	überdurchschnittlich
Nutzung von Erklärvideos für schulbezogene Zwecke	Ja
Treatmentgruppe	TG 2: Videobasiertes Lösungsbeispiel
Erfolgsstufe PLA 2	(3) geeignete Heurismen ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet
Höchste erzielte Erfolgsstufe Lösungsbeispiel	(2) geeignete Heurismen nicht zielführend beschrieben
Erfolgsstufe PLA 3	(1) keine geeigneten Heurismen ausgewählt
Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3	Nein

Tabelle 22: Steckbrief von Luca

Bearbeitung von PLA 2:

Luca entschied sich bei der Bearbeitung von PLA 2 für das Invarianzprinzip und versuchte zur Ermittlung des Flächeninhalts, die unbekannte Figur mit bekannten Einheitsquadraten – als Invariante – auszulegen. Bei Betrachtung von Lucas Anwendung des Invarianzprinzips in Abbildung 106 fällt auf, dass er das heuristische Prinzip nicht vollständig korrekt anwendete: Im oberen Teil der Figur hat Luca eine falsche Einzeichnung vorgenommen, was bei Anwendung des Ergänzungs- und Zerlegungsprinzips einem Fehler in der Ermittlung von Seitenlängen gleichkommt. Lucas falsche Einzeichnung der Einheitsquadrate führte zur Ermittlung eines falschen Flächeninhalts.

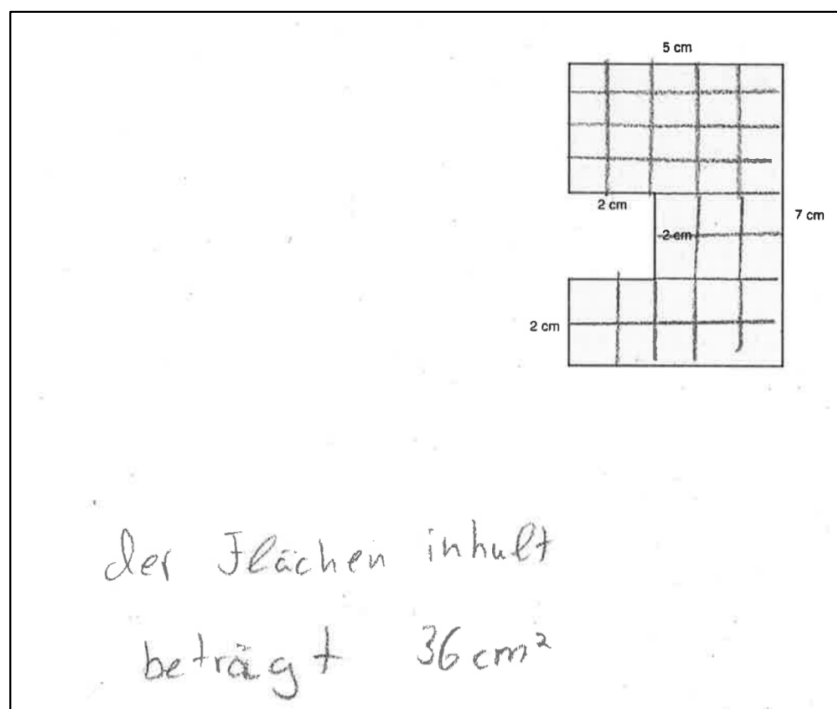


Abbildung 106: Bearbeitung PLA 2 von Luca

Bearbeitung des Lösungsbeispiels (Formulierung von Selbsterklärungen):

Nachdem sich Luca in dem Lösungsbeispiel das präsentierte Ergänzungsprinzip angesehen hat, formulierte er:

„Sie hat den Raum zu einem Quadrat ergänzt“ (Anhang XXII, Pos. 8).

Luca erkannte zwar die Ergänzung der Figur – wenngleich kein „Raum“, sondern eine „Fläche“ ergänzt wurde –, doch führte er keine weiteren der präsentierten Bearbeitungsschritte in seiner Formulierung aus.

Auch nach Ansicht des präsentierten Zerlegungsprinzips (vertikal) erkannte Luca die Zerlegung der Figur, doch führte er weitere präsentierte Bearbeitungsschritte zur Anwendung der Heuristiken nicht weiter aus:

„~~E~~ er hat sie aus einander geschnitten“ (Pos. 14).

Lucas Formulierung zum präsentierten Zerlegungsprinzip (horizontal) bezieht sich zwar neben der Zerlegung auch auf weitere Bearbeitungsschritte, doch blieben diese sowohl unvollständig als auch unpräzise:

„er hat den oben überstehenden teil ab geschnitten und alleine gerechnet“
(Pos. 20).

Für Luca war die Bearbeitung eines Lösungsbeispiels mit einem Wechsel des Heurismus verbunden – vom Invarianzprinzip zum Ergänzungs- und Zerlegungsprinzip. Die Bearbeitung führte er nicht erfolgreich durch.

Bearbeitung von PLA 3 ohne Nutzung des Lösungsbeispiels:

Während Luca in seinen Formulierungen durchaus zeigte, dass Figuren ergänzt bzw. zerlegt werden können, blieb ein solches Vorgehen bei seiner Bearbeitung von PLA 3 aus (s. Abbildung 107). Luca ermittelte die Seitenlängen der Figur und addierte diese schließlich, womit er anstatt einer Flächeninhaltsberechnung eine Umfangberechnung vornahm.

Insgesamt betrachtet führte bei Luca ein Wechsel des Heurismus zu einer nicht erfolgreichen Bearbeitung.

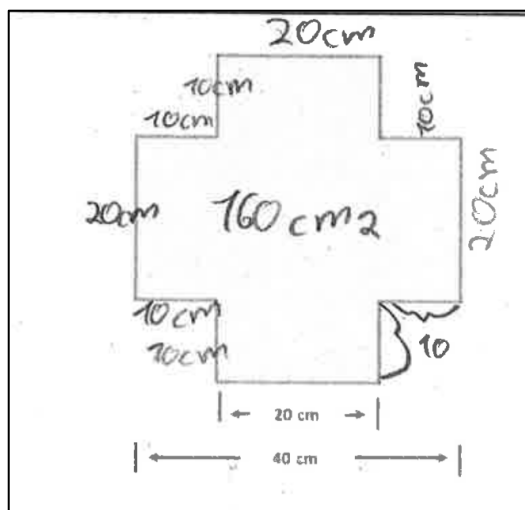


Abbildung 107: Bearbeitung PLA 2 von Luca

14.5.3 Zusammenfassung

Paul und Luca sind beide als leistungsschwache Schüler mit einer überdurchschnittlichen Lesefähigkeit beurteilt (s. Tabellen 21 & 22). Beiden gelang es nach einer anfänglich erfolgreichen Bearbeitung weder erfolgreich Selbsterklärungen zu formulieren noch anschließend PLA 3 erfolgreich zu bearbeiten. Die Formulierungen von Selbsterklärungen zeigen in beiden Fällen Ähnlichkeiten zueinander auf, da

beide zwar Zerlegungen bzw. Ergänzungen erkannt haben, doch inhaltlich nicht weiter ausführten.

Während sich Paul bei der Bearbeitung von PLA 2 für das Ergänzungsprinzip entschied, bearbeitete Luca diese Aufgabe mit Anwendung des Invarianzprinzips. Der vorgenommene Wechsel des Heurismus führte bei Luca zu einer Berechnung des Umfangs und damit zu einer nicht erfolgreichen Bearbeitung. Auch die Bearbeitung von Paul lässt Ansätze einer Umfangberechnung erkennen – obwohl Paul bereits erfolgreich bei PLA 2 mit dem Ergänzungsprinzip gearbeitet hat.

Keiner der beiden nutzte während der Bearbeitung von PLA 3 das ihnen vorliegende Lösungsbeispiel und das, obwohl beide sichtliche Schwierigkeiten bei der Bearbeitung aufwiesen.

Teil D: Diskussion

15 Diskussion der erhaltenen empirischen Erkenntnisse

Nachfolgend werden die in Abschnitt C dargestellten empirischen Erkenntnisse diskutiert und mit den theoretischen Vorüberlegungen aus Teil A in Beziehung gesetzt. Dafür ist dieser Abschnitt wie folgt gegliedert: In Abschnitt 15.1 erfolgt eine zusammenfassende und einordnende Diskussion zum anfänglichen Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgabe PLA 2 (Forschungsfrage 1), in Abschnitt 15.2 zum Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen (Forschungsfrage 2), in Abschnitt 15.3 zum anschließenden Bearbeitungserfolg bei PLA 3 (Forschungsfrage 3a) und in Abschnitt 15.4 zur Nutzung eines Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3 (Forschungsfrage 3b). In Abschnitt 15.5 folgt schließlich eine Diskussion zur Veränderung des Bearbeitungserfolgs bei Problemlöseaufgaben, als Indikator für die Entwicklung der Kompetenz, Problemlöseaufgaben erfolgreich zu bearbeiten.

15.1 Anfänglicher Bearbeitungserfolg

Die Bearbeitung von Problemlöseaufgaben stellt Schüler_innen oftmals vor Herausforderungen (s. Abschnitt 1.2.5). Denn: Zielführende Lösungswege sind bei der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben nicht direkt ersichtlich. Schüler_innen müssen zunächst geeignete Heuristiken auswählen und diese dann erfolgreich anwenden. Auch im Rahmen der vorliegenden Untersuchung zeigen die dargestellten Ergebnisse aus Abschnitt 9, dass die Bearbeitung von PLA 2 für die Schüler_innen durchaus herausfordernd war, und dies auch vor dem Hintergrund, dass den Schüler_innen Problemlöseaufgaben zur Flächeninhaltsberechnung von Vierecken aus dem Unterrichtskontext bereits grundsätzlich bekannt waren (s. Abschnitt 5.2) und sie damit bereits in der Lage hätten sein müssen, geeignete Heuristiken für eine Bearbeitung von PLA 2 auszuwählen und erfolgreich anzuwenden. Dennoch gelang es knapp 32% der Schüler_innen nicht, eine solche grundsätzlich bereits bekannte Problemlöseaufgabe erfolgreich zu bearbeiten.

Die Herausforderungen der Schüler_innen lagen bei der Bearbeitung von PLA 2 neben einer grundsätzlichen Auswahl von Heuristiken (15.8%) ebenso in deren zielführender Anwendung (13.2%), da oftmals eine Verwechslung von Umfangs- und Flächeninhaltsberechnung erfolgte. Bei diesen Bearbeitungen wird deutlich, dass Schüler_innen die eigentliche Problemlöseaufgabe als eine Routineaufgabe behandelten (s. Abschnitt 1.2.1) – mit der Folge, dass bei diesen Bearbeitungen keine Problemlöseprozesse in Form einer Bearbeitung entlang von Phasen festzustellen waren (s. Abschnitt 1.2.2) und Schüler_innen keine Heuristiken ausgewählt oder aber ausgewählte Heuristiken dann für eine Umfangsberechnung anstatt für eine

Flächeninhaltsberechnung herangezogen haben (s. Abschnitt 1.2.3). Auch Rott (2013) weist im Rahmen seiner Arbeit auf die Gefahr hin, dass Schüler_innen Problemlöseaufgaben als Routineaufgaben behandeln und dadurch falsch bearbeiten. Die in Teil C dieser Arbeit beobachteten Verwechslungen von Umfangs- und Flächeninhaltsberechnungen sind – neben der Auswahl und Anwendung von Heuristiken – als explizite Herausforderung des Problemlösens in geometrischen Kontexten zu benennen (s. Abschnitt 1.2.5), die sich auch hier erneut zeigen und bei deren Überwindung die Schüler_innen durch Bearbeitung eines papier- bzw. videobasierenden Lösungsbeispiels unterstützt werden sollten.

15.2 Bearbeitungserfolg bei Lösungsbeispielen

Als lernförderlich gelten insbesondere solche Lösungsbeispiele, bei denen Schüler_innen zu einer gegebenen Problemstellung ein Repertoire an verschiedenen möglichen Lösungswegen erhalten (s. Abschnitt 2.3.2). Für die Unterstützung durch Lösungsbeispiele im Rahmen der Untersuchung wurden sowohl im konzipierten papierbasierten Lösungsbeispiel als auch im konzipierten videobasierten Lösungsbeispiel jeweils drei mögliche idealtypische Lösungswege präsentiert. Damit Schüler_innen beim Lernen mit Lösungsbeispielen kognitiv aktiviert werden und zusätzlich von der Präsentation der Lösungsschritte profitieren, sind Selbsterklärungen in Lösungsbeispielen zu implementieren (s. Abschnitt 2.3.3). Im Rahmen der Untersuchung sollten Schüler_innen durch Selbsterklärungen unterstützt werden, die verschiedenen Kombinationen aus Heuristiken zu verinnerlichen, damit sie diese im Rahmen des Transfers bei der selbstständigen Aufgabenbearbeitung anwenden können.

Betrachtet man nun die erzielten Bearbeitungserfolge papier- und videobasierter Lösungsbeispiele in Abschnitt 10, so formulierten mehr Schüler_innen während der Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels Selbsterklärungen als während der Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels. Auf den ersten Blick lassen diese Ergebnisse vermuten, dass eine videobasierte Präsentation zur Auswahl und Anwendung von Heuristiken geeigneter erscheint. Bei einer Analyse der individuellen Fallanalysen in Abschnitt 14.2 konnte man jedoch erkennen, dass Schüler_innen bei wiederholten Ansichten der jeweiligen Lösungswege ihre Formulierungen nahezu wortwörtlich aus dem videobasierten Lösungsbeispiel entnehmen und diese folglich nicht in eigenen Worten wiedergeben haben. Offen bleibt an dieser Stelle, ob Schüler_innen – etwa auf Nachfrage – sehr wohl hätten Lösungswege in eigenen Worten wiedergeben können. Die Problematik einer wortwörtlichen Wiedergabe bei Selbsterklärungen gibt es bei einer Bearbeitung papierbasierter Lösungsbeispiele auf Grund der rein analogen Inhaltspräsentation nicht. Hier zeigt sich ggf. ein methodisches Problem für Studien, welche Selbsterklärungen im Kontext der Bearbeitung videobasierter Lösungsbeispiele analysieren, welches stark in deren Design begründet sein mag. In weiteren Untersuchungen kann zur Klärung eben dieser „Problematik“ über die ebenfalls häufig eingesetzte Methode des lauten

Denkens nachgedacht werden (Van Someren et al., 1994), um die folgende Hypothese zu beantworten:

1. Schüler_innen können videobasierte Lösungsbeispiele inhaltlich besser verstehen als papierbasierte Lösungsbeispiele.

Mit der Prüfung der Hypothese könnte beantwortet werden, ob Schüler_innen videobasierte Lösungsbeispiele vor allem nur deswegen inhaltlich besser verstehen, weil sie Selbsterklärungen – bedingt durch den verbalen Informationskanal – wortwörtlich wiedergeben können, oder ob Schüler_innen durch den Multimediaeffekt videobasierte Lösungsbeispiele inhaltlich tatsächlich besser verstehen (s. Abschnitt 2.2.2). Da im Kontext des Problemlösens bislang keine ähnlichen Vergleiche papier- und videobasierter Lösungsbeispiele bekannt sind, könnte hierdurch ein Beitrag zum Lernen mit Lösungsbeispielen beim Problemlösen zur Schließung dieser Forschungslücke geleistet werden.

Die in Abschnitt 10 herausgestellten Bearbeitungserfolge sind daher keineswegs isoliert zu betrachten. Erst bei einer gesamtheitlichen Betrachtung der Veränderung des Bearbeitungserfolgs im Verlauf der Untersuchung zeigt sich die Aussagekraft der dargestellten Bearbeitungserfolge und die tatsächliche Unterstützung in der Kompetenzentwicklung durch Lösungsbeispiele.

15.3 Anschließender Bearbeitungserfolg

Bei einer Betrachtung der jeweils erzielten Erfolgsstufen erfolgreicher und nicht erfolgreicher Bearbeitungen in Abschnitt 11 kann man entnehmen, dass Schüler_innen nach der Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels zwar höhere Erfolgsstufen bei PLA 3 erzielten als nach der Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels; das videobasierte Lösungsbeispiel war jedoch in der Unterstützung der Kompetenzentwicklung hin zu einer erfolgreichen Bearbeitung dem papierbasierten Lösungsbeispiel nicht überlegen.

Nach Bearbeitung eines papier- bzw. videobasierten Lösungsbeispiels zeigen die Ergebnisse aus Abschnitt 11, dass eine Bearbeitung von PLA 3 für knapp 29% der Schüler_innen weiterhin zu herausfordernd war. Lag bei ca. 11% der Schüler_innen die Herausforderung in einer grundsätzlichen Auswahl von Heuristiken, waren ca. 18% nicht in der Lage, geeignete Heuristiken zielführend anzuwenden. Wie bereits bei der Bearbeitung von PLA 2 verwechselten Schüler_innen oftmals auch in diesem Fall Umfangs- und Flächeninhaltsberechnung. Insbesondere bei diesen Schüler_innen scheint es, dass die Bearbeitung eines Lösungsbeispiels keine geeignete Lernunterstützung darstellte und sie folglich ihre Kompetenz, Problemlöseaufgaben erfolgreich zu bearbeiten, nicht (weiter) entwickeln konnten. Dieser „Nicht-Erfolg“

der Intervention durch Lösungsbeispiele konnte auch in anderen qualitativen Studien mit kleiner Stichprobengröße festgestellt werden, wie etwa bei Tropper (2019) oder Zöttl (2010) im Kontext des mathematischen Modellierens.

Bezogen auf die in den Lösungsbeispielen verwendete Aufgabe ist dabei noch zu erwähnen, dass die Bearbeitung von PLA 3 – auch im Vergleich zu PLA 2 – komplexer ist: So ist insbesondere bei Auswahl des Ergänzungsprinzips die Anwendung des heuristischen Prinzips schwieriger, da anders als bei PLA 2 insgesamt vier ergänzte Teilflächen entstehen. Auch ist die Häufigkeit der Fälle, in welchen (3) *geeignete Heurismen nicht vollständig korrekt angewendet* wurden, damit zu begründen, dass PLA 3 rechnerisch schwieriger auszuführen war. Darüber hinaus darf nicht unerwähnt bleiben, dass PLA 3 die letzte zu bearbeitende Aufgabe in der Untersuchung dargestellt hat und auf Grund der Untersuchungsdauer nicht abgeschlossen werden kann, dass Ermüdungseffekte auftraten, welche sich ggf. auf etwaige Bearbeitungserfolge auswirkten.

15.4 Nutzung eines Lösungsbeispiels während der Bearbeitung einer Problemlöseaufgabe

Die Nutzungen des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3 zeigt in beiden Treatmentgruppen ein unterschiedliches Bild (s. Abschnitt 12). Bei der Nutzung des papierbasierten Lösungsbeispiels nutzten Schüler_innen jeweils ausschließlich die Seite der Zusammenfassung, woraus in beiden Fällen korrekte Bearbeitungsschritte folgten.

Die Nutzung des videobasierten Lösungsbeispiels sah hingegen vielfältiger aus. Während es einer Schülerin nicht gelang, eine für ihr bestehendes Problem passende Videopassage auszuwählen, um das Lösungsbeispiel als geeignete Lernunterstützung zu nutzen, gelang genau dies einem anderen Schüler sehr wohl. Zwei weitere Fälle verdeutlichen weitere Herausforderungen der Nutzung von Lösungsbeispielen bei der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben: In beiden Fällen diente das Lösungsbeispiel für eine rein algorithmische Bearbeitungsabfolge, was jedoch auf Grund der jeweils individuellen Bearbeitungsstände zu keiner hilfreichen Unterstützung führte. Hier zeigt sich die Besonderheit des Problemlösens: Eine Bearbeitung von Problemlöseaufgaben ist gerade nicht algorithmisch möglich (s. Abschnitt 1.2.1), was eine als Algorithmus genutzte Lernunterstützung per se ungeeignet erscheinen lässt. Auch zeigt sich in diesen beiden Fällen, dass es den Schüler_innen im Rahmen ihrer algorithmischen Nutzung nicht gelang, sich von ungeeigneten Videopassagen nicht zu falschen Bearbeitungsschritten verleiten zu lassen. Doch gehen insbesondere Sweller & Cooper (1985) – wie in Abschnitt 2.2.1 beschrieben – beim sogenannten Lösungsbeispieleffekt davon aus, dass Schüler_innen gerade von einer angeleiteten schrittweise Präsentation von Lösungsschritten profitieren. Bei einer vergleichenden Betrachtung der Erwartungen von Sweller & Cooper (1985) und den obigen Beobachtungen mögen die unterschiedlichen Erkenntnisse

kaum überraschen: Während sich die Erwartungen von Sweller & Cooper (1985) vorwiegend auf algorithmisch lösbare Aufgaben stützen (also sogenannte Routineaufgaben) können Problemlöseaufgaben eben gerade nicht algorithmisch gelöst werden – woraus sich möglicherweise nachfolgende Hypothese ableiten lässt:

2. Eine Nutzung von Lösungsbeispielen während der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben bleibt erfolglos, wenn Schüler_innen lediglich versuchen, das Lösungsbeispiel als Algorithmus zu nutzen.

Damit Schüler_innen dennoch im Sinne des Lösungsbeispieleffektes von einer Präsentation von Lösungsschritten im Kontext nicht algorithmischer Lerninhalte – wie es beim Problemlösen der Fall ist – profitieren können, müssen sie in der Lage sein, ihre bestehenden Probleme zu abstrahieren, und den Umgang mit Lösungsbeispielen lernen, d. h. zielgerecht geeignete Lösungsschritte für ihre Problembewältigung im Lösungsbeispiel zu suchen.

Bei einem Vergleich der Nutzungen papier- und videobasierter Lösungsbeispiele scheint es, als sei die Nutzung eines videobasierten Lösungsbeispiels komplexer als die des papierbasierten Lösungsbeispiels gewesen: Schüler_innen mussten bei einer Nutzung des videobasierten Lösungsbeispiels nicht nur ihr eigenes Problem erkennen und sich vergegenwärtigen, wie sie ihr Problem mit Hilfe des Lösungsbeispiels lösen können, sie mussten darüber hinaus innerhalb eines dynamischen Videos nach geeigneten Passagen suchen, diese von ungeeigneten Passagen unterscheiden und letztlich das im Video Betrachtete auf ihre vorliegende Problemlöseaufgabe übertragen. Eine solche Übertragung haben Schüler_innen nach Nutzung des papierbasierten Lösungsbeispiels zwar auch vorzunehmen, doch mussten sie ihre Unterstützung nicht aus einem dynamischen Video generieren, da die verschiedenen Lösungswege jeweils auf einer Seite übersichtlich veranschaulicht waren. Wenngleich Forschungsergebnisse wie ICILS-2018 (Schaumburg et al., 2019) und die Ergebnisse der Auswählerhebung zeigen, dass Schüler_innen auch in den 5. und 6. Klassen bereits Erklärvideos für schulbezogene Zwecke nutzen, so bleibt – auch aus empirischer Sicht – offen, inwiefern ein Umgang mit diesen bereits geübt ist.

Insgesamt ist jedoch zu erwähnen, dass die Anzahl der Nutzungen des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3 mit lediglich sechs (ca. 15%) Schüler_innen äußerst gering war – vor allem vor dem Hintergrund, dass knapp 29% der Schüler_innen herausgefordert waren, PLA 3 überhaupt erfolgreich zu bearbeiten (s. Abschnitt 11). Diese geringe Anzahl an Nutzungen mag allerdings darin begründet sein, dass alle Schüler_innen unmittelbar vor der Bearbeitung von PLA 3 ausgiebig mit dem Lösungsbeispiel gearbeitet hatten und damit die zuvor präsentierten Heuristiken noch in Erinnerung waren.

Aus fachdidaktischer Sicht zeigen die Analysen, dass eine Nutzung von videobasierten Lösungsbeispielen zunächst gelernt sein muss, damit diese überhaupt potenziell eine geeignete Lernunterstützung darstellen können. Darüber hinaus zeigen die Ergebnisse, dass eine Nutzung von Lösungsbeispielen nur dann unterstützend ist, wenn Schüler_innen über ein grundsätzliches Verständnis über den mathematischen Inhaltsbereich verfügen. Anders formuliert: Eine Nutzung von Lösungsbeispielen bleibt erfolglos, wenn Schüler_innen den Inhalt nicht verstehen und lediglich versuchen, die Problemlöseaufgabe des Lösungsbeispiels algorithmisch nachzuarbeiten.

15.5 Veränderung des Bearbeitungserfolgs bei Problemlöseaufgaben

Die Ergebnisse bei anfänglich nicht erfolgreichen Bearbeitungen zeigen, dass Schüler_innen nach Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels zwar höhere Erfolgsstufen erreichten als nach Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels. Hinsichtlich der aus diesen Erfolgsstufen resultierenden Bearbeitungserfolge gelang es dann jedoch in beiden Treatmentgruppen gleich vielen Schüler_innen, ihre anfänglich nicht erfolgreichen Bearbeitungen hin zu erfolgreichen Bearbeitungen zu verändern.

Die Ergebnisse legen nahe, dass papierbasierte Lösungsbeispiele in der Entwicklung von Problemlösekompetenz unterstützen können, wenn Schüler_innen leistungsstark im Fach Mathematik sind und über eine überdurchschnittliche Lesefähigkeit verfügen, während videobasierte Lösungsbeispiele auch bei einer unterdurchschnittlichen Lesefähigkeit zu einer Kompetenzentwicklung beigetragen haben. Beide Erkenntnisse lassen sich damit erklären, dass Schüler_innen zur kognitiven Verarbeitung textlicher Informationen über eine hinreichende Lesefähigkeit verfügen müssen (s. Abschnitt 5.1), wohingegen das videobasierte Lösungsbeispiel – bedingt durch die simultane Beanspruchung des visuellen und verbalen Informationsverarbeitungskanals („Dual-Coding-Theory“ Abschnitt 2.2.2) ein Defizit bzgl. der Lesefähigkeit bei guter Mathematikleistung ausgleichen konnte. Diese Ergebnisse stehen durchaus im Einklang mit Erkenntnissen hinsichtlich des Zusammenhangs von Lesekompetenz und Mathematikleistung (s. Prediger & Wessel, 2018) und könnten als Hypothese für ein spezifisches Potential von videobasierten Lösungsbeispielen bei leseschwachen Schüler_innen verstanden werden:

3. Videobasierte Lösungsbeispiele können Lesedefizite bei leseschwachen Schüler_innen mit guten Mathematikleistungen kompensieren und zur Entwicklung von Problemlösekompetenz beitragen.

Die Ergebnisse zeigen zudem, dass ein Transfer bei der anschließenden Aufgabebearbeitung vorwiegend Schüler_innen mit guten Mathematikleistungen gelang –

auch wenn leistungsschwache Schüler_innen das Lösungsbeispiel erfolgreich bearbeiteten –, woraus folgende Hypothese abgeleitet wird:

4. Vor allem leistungsstarke Schüler_innen profitieren von Lösungsbeispielen, während leistungsschwächeren Schüler_innen die Übertragung auf eine anschließend selbstständige Bearbeitung von Problemlöseaufgaben kaum gelingt.

Allerdings zeigen die Ergebnisse auch, dass sich vereinzelt Schüler_innen im Laufe der Laboruntersuchung verschlechterten und eben nicht mehr in der Lage waren, PLA 3 erfolgreich zu bearbeiten. Insbesondere bei denjenigen Schüler_innen, welche zuvor den Flächeninhalt und bei PLA 3 den Umfang berechneten, kann nicht ausgeschlossen werden, dass sie die eingesetzten Problemlöseaufgaben anhand ihrer Oberflächenmerkmale (s. Abschnitt 2.3.2) beurteilten, was dann womöglich zu einer situativ zufälligen Anwendung von Umfang- und Flächeninhaltsberechnung führte.

16 Vorteile und Limitationen des Untersuchungsdesigns

Ziel der durchgeführten Studie war es, die Veränderung des Bearbeitungserfolgs bei Problemlöseaufgaben – als Indikator der Entwicklung der Kompetenz, Problemlöseaufgaben erfolgreich zu bearbeiten – durch den Einsatz papier- und videobasierter Lösungsbeispiele zu untersuchen. Das in Abschnitt 4 begründete explorative, qualitative Untersuchungsdesign brachte Forschungseinblicke in individuelle Bearbeitungen von Schüler_innen. Doch wie jedes Forschungsvorhaben weist auch dieses Vor- und Nachteile bzw. Limitationen auf, welche in diesem Abschnitt diskutiert werden.

Zentraler Vorteil des Forschungsvorhabens ist der gewonnene detaillierte Einblick in die individuellen Bearbeitungsprozesse von Schüler_innen während der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben, der Bearbeitung von Lösungsbeispielen wie auch einer Nutzung von Lösungsbeispielen während einer Bearbeitung von Problemlöseaufgaben. Die Bildung von zwei Treatmentgruppen ermöglichte die Identifizierung von Unterschieden bei und während der Bearbeitung eines papierbasierten Lösungsbeispiels im Vergleich zur Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels. Die Durchführung der Untersuchung als Laboruntersuchung erlaubte dabei auf Grund der Gleichartigkeit der einzelnen Sitzungen eine Vergleichbarkeit, da externe Störfaktoren weitestgehend eliminiert waren – ein spezifischer Vorteil derart gestalteter Untersuchungsdesigns, die sich empirische Studien immer wieder bewusst zu Nutze machen (Bortz & Döring, 2006).

Doch führt dieser Umstand unmittelbar zu einer Limitation des Forschungsvorhabens, da die doch eher klinische Untersuchungsumgebung keine unmittelbaren Rückschlüsse auf reale Unterrichts- oder Hausaufgabensituationen ermöglicht – nutzen Schüler_innen doch gerade zur Erledigung von Hausaufgaben videobasierte Lernunterstützungen wie Erklärvideos (Medienpädagogischer Forschungsverbund Südwest, 2020; Schaumburg et al., 2019). Die ökologische Validität muss entsprechend kritisch hinterfragt werden – dies ist jedoch als spezifisches Charakteristikum jeglicher klinischer Laborstudien zu verstehen (Hug & Poscheschnik, 2020). Darüber hinaus ist zu beachten, dass sich in der Stichprobe – wesentlich bedingt durch die zum Untersuchungszeitpunkt vorherrschende pandemische Lage – mehrere Schulen, Schulformen und Klassenstufen befinden, was die gewonnenen Erkenntnisse unmittelbar beeinflusst. So ist beispielsweise unbekannt, wie die vorherige Vermittlung der Bearbeitung solcher Problemlöseaufgaben im Unterricht konkret erfolgte und wie viele Wochenstunden die jeweiligen Lehrkräfte dieses Themengebiet unterrichtet haben. Darüber hinaus ist anzunehmen, dass vor Durchführung der Untersuchung der Einsatz individueller Lernunterstützung durch die Lehrkräfte per se unterschiedlich aussah: Inwiefern setzten Lehrkräfte bereits analoge oder videobasierte Lernmaterialien ein, welche ein eigenverantwortliches Lernen von Schüler_innen fördern? Zwar ist auf Basis der Auswahltestung bekannt, dass eine Vielzahl der Schüler_innen bereits für schulische Zwecke Erklärvideos nutzten, doch muss auf Grund der Altersstruktur davon ausgegangen werden, dass ein solcher Umgang sicherlich noch nicht gänzlich routiniert war. So zeigen auch die Ergebnisse, dass es Schüler_innen insbesondere bei einer Nutzung des videobasierten Lösungsbeispiels durchaus schwerfiel, bezogen auf die jeweils bestehenden individuellen Probleme während der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben, das videobasierte Lösungsbeispiel situationsgerecht geeignet bzw. lernförderlich für sich zu nutzen.

Eine weitere Limitation ist, dass qualitative Untersuchungen in der Durchführung und inhaltsanalytischen Auswertung sehr zeitintensiv sind, wodurch sich die gewonnenen Ergebnisse auf eine – im Vergleich zu quantitativen Untersuchungen – kleine Stichprobengröße beziehen. Eine Verallgemeinerbarkeit der Ergebnisse ist dadurch nicht möglich. Vielmehr generieren die gewonnenen Ergebnisse Hypothesen – welche den vorangegangenen Abschnitten entnommen werden können und nochmals übersichtlich in Abschnitt 17 dargestellt werden –, die in quantitativen Untersuchungen explizit zu bestätigen bzw. zu verwerfen wären.

Als weiterer Vor- und zugleich Nachteil sind die Formulierungen von Selbsterklärungen zu benennen: Diese waren zwar notwendig, um Erkenntnisse hinsichtlich des Bearbeitungserfolgs bei Lösungsbeispielen zu erhalten und sollten zugleich eine kognitive Aktivierung bei den Schüler_innen fördern. Doch um insbesondere in weiteren Untersuchungen zu vermeiden, dass Formulierungen wortwörtlich aus der Audiospur wiedergegeben werden (betrifft die Bearbeitung videobasierter Lösungsbeispiele), kann anstelle der Formulierung von Selbsterklärungen alternativ über die Methode des lauten Denkens nachgedacht werden (Van Someren et al., 1994), da

sich diese Methode ebenfalls für eine Analyse des Bearbeitungserfolgs bei Lösungsbeispielen eignen würde. Lautes Denken erfordert zwar ebenfalls kognitive Ressourcen, doch womöglich könnte es Schüler_innen leichter fallen, präsentierte Lösungsschritte wörtlich wiederzugeben, als diese schriftlich zu formulieren – was zu einer kognitiven Entlastung führen könnte.

Die Ergebnisse in Teil C sind differenziert nach Mathematikleistung und selbstgeschätzter Lesefähigkeit dargestellt. Da zur Erhebung dieser – wie in Abschnitt 5.1 beschrieben – jedoch nicht auf standardisierte Testinstrumente zurückgegriffen werden konnte, sind sowohl die Mathematikleistung als auch die Lesefähigkeit lediglich als Tendenzen zu verstehen und nicht als normierte Leistungen. Es kann daher nicht ausgeschlossen werden, dass die Ergebnisdarstellung dadurch in Teilen verzerrt ist.

17 Ausblick und Implikationen für die Lehrpraxis

Ausgangspunkt der Untersuchung war, dass die Bearbeitung von Problemlöseaufgaben von Schüler_innen als oftmals überaus herausfordernd wahrgenommen wird (Bruder & Collet, 2011b) und sie in der Entwicklung ihrer Problemlösekompetenz durch geeignete Lernmaterialien zu unterstützen sind (Heinrich et al., 2015). Als in den Bildungsstandards verankerte Kompetenz ist mathematisches Problemlösen elementarer Unterrichtsbestandteil (bzw. sollte ein solcher sein), wodurch die Relevanz der durchgeführten Untersuchung verdeutlicht wird. Ein situativ geeigneter Einsatz von Heuristiken muss von Schüler_innen dabei explizit erlernt werden (Bruder & Collet, 2011b; Heinrich et al., 2015) – was nicht zuletzt die in Abschnitt 9 dieser Arbeit beschriebenen anfänglichen Bearbeitungen verdeutlichen.

Studien wie beispielsweise die ICILS-2018 (Schaumburg et al., 2019), JIMplus-2020 (Medienpädagogischer Forschungsverbund Südwest, 2020) oder die Studie vom Rat für Kulturelle Bildung e.V. (2019) haben deutlich gemacht, dass Schüler_innen zur Bewältigung bestehender Herausforderungen insbesondere auf videobasierte Unterstützungen zurückgreifen, was überdies auch die Klickzahlen wie auch Kommentare von auf YouTube bereitgestellten Erklärvideos zeigen. So ist ein einzelnes Erklärvideo²³ zur Flächeninhaltsberechnung von Vierecken bereits mehr als 100.000-mal geklickt worden und es finden sich zu diesem Video Kommentare wie:

*„Ich hab [sic!] mehr gelernt als in 5 std [sic!] Mathe Unterricht [sic!]“ oder
„Danke [sic!] muss HA [Hausaufgaben] machen und wusste das nicht [sic!]
machen sie [sic!] weiter so“.*

²³ Lehrerschmidt (2017). Quadrat – Flächeninhaltsberechnen. [online] <https://www.youtube.com/watch?v=52Lya8wKByQ> [Stand 12.12.2022].

Aus anderen Kommentaren werden aber auch die Schwierigkeit einer Unterscheidung und situativ korrekten Anwendung von Formeln zur Umfang- und Flächeninhaltsberechnung deutlich – was die Ergebnisse der durchgeführten Studie ebenfalls offenbarten: „*Muss man die Seiten nicht $\cdot 4$ rechnen?*“.

Auch zeigte eine Analyse der anfänglichen Bearbeitungen von PLA 2, dass Schüler_innen darüber hinaus in der geeigneten Auswahl und Anwendung von Heuristiken zu unterstützen waren – obwohl für alle Schüler_innen die Bearbeitung solcher Problemlöseaufgaben bereits aus dem vorangegangenen Mathematikunterricht bekannt war. Bei einer Suche nach einem Erklärvideo auf YouTube, welches die Flächeninhaltsberechnung zusammengesetzter Vierecke erklärt, findet sich u. a. ein Video²⁴, in welchem das heuristische Zerlegungsprinzip erklärt wird und zu dem folgender Kommentar geschrieben steht:

„Ich habe mir das so schwierig vorgestellt, aber eigentlich ist das so simpel. Man teilt einfach die flächen [sic!] und rechnet den Inhalt aus oder umfang [sic!], [sic!] und am Ende rechnet man alles zusammen, bis man die gesamt fläche [sic!] oder Umfang [sic!] hat.“

In Anbetracht der wie bereits mehrfach erwähnt häufig anzutreffenden Verwechslung von Flächeninhalts- und Umfangberechnung ist dieser Kommentar in zweifacher Hinsicht bemerkenswert: Die kommentierende Person hat eine Unterstützung erfahren, wie ein geeigneter Heurismus zur Zerlegung zusammengesetzter Flächen angewendet werden kann, und doch – obwohl das Video ausschließlich Flächeninhaltsberechnungen präsentierte – wird in dem Kommentar sowohl Flächeninhalts- als auch Umfangberechnung erwähnt. Der Kommentar kann mangels detaillierter Informationen nicht näher hinterfragt werden, aber er ist hinsichtlich der auch in der vorliegenden Untersuchung beobachteten Verwechslung dieser beiden Begriffe sehr wohl interessant: Neben der Auswahl und Anwendung von Heuristiken ist als eine weitere Herausforderung des Problemlösens eine situativ korrekte Zuordnung der beiden Begriffe anzusehen.

Betrachtet man nochmals den obigen Kommentar im Zusammenhang mit den gewonnenen Erkenntnissen, so ist festzustellen, dass die in der Untersuchung eingesetzten Lösungsbeispiele grundsätzlich so konzipiert waren, die Schüler_innen bei vorhandenen Schwierigkeiten zu unterstützen (Anwendung der Flächeninhaltsberechnung wie auch Auswahl und Anwendung von Heuristiken) – und dennoch gelang es nicht allen Schüler_innen gleichermaßen, von dieser potenziellen Unterstützung zu profitieren. Während Bruder & Collet (2011a) in ihrer Untersuchung durch einen Einsatz von Lernmaterialien eine Förderung hinsichtlich des Einsatzes von Heuristiken feststellen konnten, so wirken die Erkenntnisse der vorliegenden Unter-

²⁴ Lehrerschmidt (2017). Flächenberechnung – zusammengesetzter Flächen. [online] https://www.youtube.com/watch?v=d_nj9BN1MME [Stand 12.12.2022].

suchung zunächst gegenteilig zu den Erkenntnissen von Bruder & Collet: Zwar erfuhr vorwiegend lese- und leistungsschwacher Schüler_innen insbesondere nach Bearbeitung eines videobasierten Lösungsbeispiels sehr wohl eine Unterstützung in der Auswahl geeigneter Heuristiken, jedoch sind eben diese Schüler_innen zusätzlich – über die Unterstützung durch Lösungsbeispiele hinaus – hinsichtlich einer zielführenden Anwendung von Heuristiken in ihrer Kompetenzentwicklung zu unterstützen. Doch mögen die zu Bruder & Collet gegenteiligen Erkenntnisse nicht zuletzt im Forschungsdesign begründet liegen: Die vorliegende Untersuchung war losgelöst vom Unterrichtskontext der Schüler_innen und somit nicht in ein langfristiges Prä-Post-Design mit Wartekontrollgruppe eingebettet wie bei Bruder & Collet (2011a). Die vorliegende Untersuchung kann daher nur bedingt mit den Ergebnissen von Bruder & Collet (2011a) in Einklang gebracht werden, wobei die vorliegende Untersuchung – wie auch bei Bruder & Collet (2011a) – sehr wohl eine Veränderung der Kompetenzentwicklung zeigt, jedoch nicht hinsichtlich der Anwendung von Heuristiken sondern hinsichtlich der Auswahl von Heuristiken. Bezogen auf den realen Unterrichtskontext bedeuten die Ergebnisse, dass Lehrkräfte die Anwendung von Heuristiken zusätzlich unterstützen sollten, damit Schüler_innen hierbei über das Lösungsbeispiel hinaus individuell gefördert werden. Denn: Für die Schüler_innen schien es insbesondere herausfordernd zu sein, sich ihrer eigenen Probleme im Bearbeitungsprozess bewusst zu werden, was in realen Unterrichtskontexten den individuellen Austausch mit einer Lehrkraft erforderlich macht. Auch sollte man das Lernmaterial nicht auf ein einzelnes Lösungsbeispiel beschränken, sondern durchaus mehrere, ähnliche Lösungsbeispiele zur Verfügung stellen, damit sich Schüler_innen – ohne Wiederholungseffekte – mit der Auswahl und Anwendung von Heuristiken vertraut machen können und Routine in der eigenständigen Anwendung gewinnen. Lehrkräfte sollten bei einem Einsatz individueller Lernunterstützungen weder bei papier- noch bei videobasierten Lösungsbeispielen davon ausgehen, dass alle Schüler_innen gleichermaßen von deren Einsatz profitieren – selbst dann nicht, wenn es sich um bereits aus dem Unterricht bekannte Heuristiken handelt. Vielmehr lassen die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung vermuten, dass Lösungsbeispiele sehr wohl unterrichtsbegleitend eine geeignete Lernunterstützung darstellen können, sofern Bearbeitungsprozesse – wie gewohnt – anschließend besprochen und gesichert werden.

Die aus den vorangegangenen Abschnitten generierten Hypothesen sind nachfolgend zusammengefasst dargestellt und werden abschließend hinsichtlich praktischer Implikationen gewürdigt:

1. Schüler_innen können videobasierte Lösungsbeispiele inhaltlich besser verstehen als papierbasierte Lösungsbeispiele.
2. Eine Nutzung von Lösungsbeispielen während der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben bleibt erfolglos, wenn Schüler_innen den mathematischen Inhalt nicht verstehen und lediglich versuchen, das Lösungsbeispiel als Algorithmus zu nutzen.

3. Videobasierte Lösungsbeispiele können Lesedefizite bei leseschwachen Schüler_innen mit guten Mathematikleistungen kompensieren und zur Entwicklung von Problemlösekompetenz beitragen.
4. Vor allem leistungsstarke Schüler_innen profitieren von videobasierten Lösungsbeispielen, während leistungsschwächeren Schüler_innen die Übertragung auf eine anschließend selbstständige Bearbeitung von Problemlöseaufgaben – trotz erfolgreicher Bearbeitung des Lösungsbeispiels – kaum gelingt.

Eine Untersuchung dieser Hypothesen könnte in einem quantitativen Untersuchungsdesign mit größerer Stichprobe erfolgen. Dazu könnten zur Auswertung die in dieser Arbeit verwendeten Kategoriensysteme herangezogen werden und – anders als in der durchgeführten Untersuchung – mit standardisierten Testverfahren zur Erhebung von Mathematikleistung und Lesefähigkeit kontrolliert werden. In weiterführenden Untersuchungen könnten Forschende mittels durchzuführender Gruppenunterschiede die generierten Hypothesen bestätigen oder verwerfen, was wiederum zu weiteren Folgeuntersuchungen führen könnte. In diesen könnten explizite Szenen wie etwa Vorbereitungen auf Klausuren, Abschlussprüfungen oder Unterrichtsnachbereitungen in Einzel-Lernsettings untersucht werden. Dadurch könnten sich darüber hinaus weitere Unterschiede offenbaren, etwa bei einer vergleichenden Betrachtung von Forschungsergebnissen hinsichtlich der Vorbereitung auf unterschiedliche Schulqualifikationsstufen. Insgesamt könnten durch diese aufgezeigten Forschungsideen eventuell weitere, für den Forschungsdiskurs wichtige empirische Erkenntnisse gewonnen werden, welche es erlauben, Rückschlüsse hinsichtlich der Förderung von Problemlösekompetenz durch papier- und videobasierte Lösungsbeispiele zu generieren.

Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit und die vorangegangene Diskussion werden abschließend hinsichtlich möglicher Implikationen für die (Unterrichts-)Praxis abschließend und zusammenfassend gewürdigt.

Bevor Lehrkräfte Lösungsbeispiele zur Entwicklung von Problemlösekompetenz einsetzen, sollte eine Nutzung dieser zunächst auf der Meta-Ebene mit den Schüler_innen geübt werden – insbesondere weil nicht davon ausgegangen werden kann, dass Schüler_innen der 5. und 6. Jahrgangsstufe in einem lernförderlichen Umgang bereits ausreichend routiniert sind. Um einer rein algorithmischen Nutzung von Lösungsbeispielen entgegenzuwirken ist den Schüler_innen darüber hinaus zu vergegenwärtigen, dass sie sich ihrer eigenen Probleme während der Bearbeitung von Problemlöseaufgaben bewusst werden. Dies soll zu einer zielgerichteten Nutzung von Lösungsbeispielen führen, sodass die Bearbeitung nicht aus dem Grund erfolglos bleibt, weil Schüler_innen „rezeptartig“ das im Lösungsbeispiel Präsenzierte nachmachen. Für die Entwicklung von Problemlösekompetenz, unterstützt durch Lösungsbeispiele, ist es darüber hinaus erforderlich, dass Schüler_innen den mathematischen Inhalt verstehen.

Des Weiteren ist zu berücksichtigen, dass – sofern in zukünftigen Forschungsvorhaben die aufgestellten Hypothesen bestätigt werden – videobasierte Lösungsbeispiele zwar inhaltlich (auch von leseschwachen Schüler_innen) besser als papierbasierte Lösungsbeispiele zu verstehen sind, ein Transfer auf eine anschließende Aufgabenbearbeitung aber vorwiegend Schüler_innen mit guten Mathematikleistungen gelingt. Lehrkräfte haben daher – insbesondere für Leistungsschwächere – zusätzliche Unterstützung anzubieten, damit Schüler_innen in der Entwicklung ihrer Kompetenz, Problemlöseaufgaben erfolgreich zu bearbeiten, zusätzlich unterstützt werden.

Unter Berücksichtigung der herausgestellten Implikationen können papier- und videobasierte Lösungsbeispiele durchaus eine geeignete Unterstützung zur Entwicklung der Problemlösekompetenz darstellen, sodass Schüler_innen am Ende der Bearbeitung sagen können: „Heureka – ich hab’s mit der Unterstützung durch ein Lösungsbeispiel geschafft, die Problemlöseaufgabe erfolgreich zu bearbeiten“.

Literaturverzeichnis

- Aebli, H. (1981). *Denken: das Ordnen des Tuns. Band II: Denkprozesse*. Klett-Cotta.
- Ambrus, G., & Rott, B. (2018). Hilfestellungen beim Problemlösen in Form von „Lösungsbildern“. *mathematica didacta*, 40(2017), 37–54.
<https://doi.org/10.18716/ojs/md/2017.1231>
- Atkinson, R. K., Renkl, A., & Merrill, M. M. (2003). Transitioning from studying examples to solving problems. Effects of self-explanation prompts and fading worked-out steps. *Journal of Educational Psychology*, 95(4), 774–783.
<https://doi.org/10.1037/0022-0663.95.4.774>
- Auer, M., Gruber, G., Mayringer, H., & Wimmer, H. (2005). *Salzburger Lesescreening für die Klassenstufen 5-8*. Hans Huber Verlag.
- Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Stanat, P., Tillmann, K. J., & Weiß, M. (Hrsg.). (2001). *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*. Leske + Budrich.
- Baumert, J., Lehmann, R., Lehrke, M., Schmitz, B., Clausen, M., Hosenfeld, I., Köller, O., & Neubrand, J. (1997). *TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Deskriptive Befunde*. Leske + Budrich. <https://doi.org/10.1007/978-3-322-95096-3>
- BIFIE. (2013). *Themenheft Mathematik „Problemlösen“*. Volksschule Grundstufe I + II. Leykam.
- Blum, W., Drüke-Noe, C., Hartung, R., & Köller, O. (2010). *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichts Anregungen, Fortbildungsideen* (4. Auflage). Cornelsen Verlag.
<https://doi.org/10.18452/3124>
- Blum, W., Drüke-Noe, C., Wiegand, A., Jordan, A., & Leiss, D. (2005). Zur Rolle von Bildungsstandards für die Qualitätsentwicklung im Mathematikunterricht. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 37(4), 267–274.
- Boekhout, P., van Gog, T., van de Wiel, M. W. J., Gerards-Last, D., & Geraets, J. (2010). Example-based learning: Effects of model expertise in relation to student expertise. *British Journal of Educational Psychology*, 80(4), 557–566.
<https://doi.org/10.1348/000709910X497130>
- Bortz, J., & Döring, N. (2006). *Forschungsmethoden und Evaluation für Human- und Sozialwissenschaftler* (4. Auflage). Springer.
- Bos, W., Pietsch, M., List, M. K., Guill, K., Gröhlich, C., Scharenberg, K., & Wendt, H. (2016). *KESS 4: Skalenhandbuch zur Dokumentation der Erhebungsinstrumente*. Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften (IPN) an der Universität Kiel.
<https://doi.org/10.25656/01:12711>
- Brame, C. J. (2016). Effective educational videos: Principles and guidelines for maximizing student learning from video content. *CBE-Life Sciences Education*, 15(4), 1–6. <https://doi.org/10.1187/cbe.16-03-0125>
- Breitenbücher, F., & Kuntze, S. (2010). Eiswaffeln und Kriminalfälle: Ideen zum Lernpotential eines mehrfachen Durchlaufens des Modellierungskreislaufs im Mathematikunterricht. *Der Mathematikunterricht*, 56(4), 33–47.
- Bruder, R. (1992). Problemlösen lernen - aber wie? *mathematik lehren*, 52, 6–12.
- Bruder, R. (2000). Akzentuierte Aufgaben und heuristische Erfahrungen – Wege zu einem anspruchsvollen Mathematikunterricht für alle. In W. Herget & L.

- Flade (Hrsg.), *Mathematik lehren und lernen nach TIMSS. Anregungen für die Sekundarstufen* (S. 69–78). Volk und Wissen.
- Bruder, R. (2003). *Methoden und Techniken des Problemlösenlernens. Material im Rahmen des BLK-Programms „Sinus“ zur „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“*. IPN.
- Bruder, R., & Collet, C. (2011a). Entwicklung und Erprobung eines Unterrichtskonzepts zum Problemlösenlernen im Mathematikunterricht - Wirkungsanalysen bei den Lehrenden und Lernenden. In H. Bayrhuber, U. Harms, B. Muszynski, B. Ralle, M. Rothgangel, L.-H. Schön, H. J. Vollmer, & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Empirische Fundierung in den Fachdidaktiken* (S. 27–45). Waxmann.
- Bruder, R., & Collet, C. (2011b). *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht*. Cornelsen Scriptor.
- Bruder, R., Grave, B., Krüger, U.-H., & Meyer, D. (Hrsg.). (2018). *LEMAMOP. Lerngelegenheiten für Mathematisches Argumentieren, Modellieren und Problemlösen. Schülermaterial: Problemlösen*. Westermann Gruppe.
- Catrambone, R. (1995). Aiding subgoal learning. Effects on transfer. *Journal of Educational Psychology*, 87(1), 5–17. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.87.1.5>
- Chi, M. T. H., Bassok, M., Lewis, M. W., Reimann, P., & Glaser, R. (1989). Self-explanations: How students study and use examples in learning to solve problems. *Cognitive Science*, 13(2), 145–182. https://doi.org/10.1207/s15516709cog1302_1
- Chi, M. T. H., DeLeeuw, N., Chiu, M. H., & LaVancher, C. (1994). Eliciting self-explanations improves understanding. *Cognitive Science*, 18(3), 439–477. https://doi.org/10.1207/s15516709cog1803_3
- Collet, C. (2009). *Förderung von Problemlösekompetenzen in Verbindung mit Selbstregulation – Wirkungsanalysen von Lehrerfortbildungen*. Waxmann.
- Cooper, G. A., & Sweller, J. (1987). Effects of schema acquisition and rule automation on mathematical problem-solving transfer. *Journal of Educational Psychology*, 79(1), 347–362.
- Deutsches PISA-Konsortium. (2001). *PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*. Leske + Budrich. <https://doi.org/10.1007/978-3-322-83412-6>
- Dewey, J. (1933). *How we think*. Heath.
- Dittmar, N. (2009). *Transkription. Ein Leitfaden mit Aufgaben für Studenten, Forscher und Laien* (3. Auflage). VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Dörner, D. (1976). *Problemlösen als Informationsverarbeitung*. Kohlhammer.
- Dörner, D. (1979). *Problemlösen als Informationsverarbeitung* (2. Auflage). Kohlhammer.
- Dreher, U., Holzäpfel, L., Leuders, T., & Stahnke, R. (2018). Problemlösen lehren lernen – Effekte einer Lehrerfortbildung auf die prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 39(2), 227–256. <https://doi.org/10.1007/s13138-017-0121-0>
- Dresing, T., & Pehl, T. (2018). *Praxisbuch Interview, Transkription & Analyse: Anleitungen und Regelsysteme für qualitativ Forschende* (8. Auflage). Eigenverlag.
- Duncker, K. (1935). *Zur Psychologie des produktiven Denkens* (Nachdruck). Springer.
- Efklides, A., Kiorpelidou, K., & Kiosseoglou, G. (2006). Worked-out examples in

- mathematics: Effects on performance and metacognitive experiences. In A. Desoete & M. Veenman (Hrsg.), *Metacognition in Mathematics Education* (S. 11–33). Nova-Science Publishers.
- Eifler, S. (2014). Experiment. In N. Baur & J. Blasius (Hrsg.), *Handbuch Methoden der empirischen Sozialforschung* (S. 195–209). Springer VS.
https://doi.org/10.1007/978-3-531-18939-0_11
- Gerjets, P., Scheiter, K., & Catrambone, R. (2006). Can learning from molar and modular worked examples be enhanced by providing instructional explanations and prompting self-explanations? *Learning and Instruction*, 16(2), 104–121. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.02.007>
- Gläser, J., & Laudel, G. (2010). *Experteninterviews und qualitative Inhaltsanalyse: Als Instrumente rekonstruierender Untersuchungen* (4. Auflage). VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Götz, L., Lingel, K., & Schneider, W. (2013). *DEMAT 6+. Deutscher Mathematiktest für sechste Klassen*. Hogrefe.
- Guo, P. J., Kim, J., & Rubin, R. (2014). How video production affects student engagement: An empirical study of MOOC videos. *Proceedings of the first ACM conference on Learning @ scale conference - L@S '14*, 41–50.
<https://doi.org/10.1145/2556325.2566239>
- Haug, R. (2012). *Problemlösen lernen mit digitalen Medien. Förderung grundlegender Problemlösetechniken durch den Einsatz dynamischer Werkzeuge*. Vieweg und Teubner. <https://doi.org/10.1007/978-3-8348-8660-6>
- Heinrich, F., Bruder, R., & Bauer, C. (2015). Problemlösen lernen. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme, & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 279–301). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-35119-8_10
- Heinze, A. (2007). Problemlösen im mathematischen und außermathematischen Kontext. Modelle und Unterrichtskonzepte aus kognitionstheoretischer Perspektive. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 28(1), 3–30.
<https://doi.org/10.1007/BF03339331>
- Helmke, A. (2017). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität. Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts* (7. Auflage). Klett Kallmeyer.
- Helmke, A., & Schrader, F.-W. (2008). Merkmale der Unterrichtsqualität: Potential, Reichweite und Grenzen. *SEMINAR – Lehrerbildung und Schule*, 14(3), 17–47.
- Herold-Blasius, R., Rott, B., & Leuders, T. (2017). Problemlösen lernen mit Strategieschlüsseln. Zum Einfluss von flexiblen heuristischen Prompts bei Problemlöseprozessen von Dritt- und Viertklässlern. *mathematica didacta*, 40(2), 99–112.
- Hilbert, T., Renkl, A., Kessler, S., & Reiss, K. (2008). Learning to prove in geometry: Learning from heuristic examples and how it can be supported. *Learning and Instruction*, 18(1), 54–65.
<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.10.008>
- Holzäpfel, L., Lacher, M., Leuders, T., & Rott, B. (2018). *Problemlösen lehren lernen. Wege zum mathematischen Denken*. Klett Kallmeyer.
- Hoogerheide, V., Renkl, A., Fiorella, L., Paas, F., & van Gog, T. (2019). Enhancing example-based learning: Teaching on video increases arousal and improves problem-solving performance. *Journal of Educational Psychology*, 111(1), 45–56. <https://doi.org/10.1037/edu0000272>
- Hug, T., & Poscheschnik, G. (2020). *Empirisch forschen. Die Planung und Umsetzung von Projekten im Studium* (3. Auflage). UVK Verlag.

- Hussy, W. (1984). *Denkpsychologie: Ein Lehrbuch. Band 1. Geschichte, Begriffs- und Problemlöseforschung, Intelligenz*. Kohlhammer.
- Hussy, W. (1998). *Denken und Problemlösen* (2. Auflage). Kohlhammer.
- Initiative D21 e.V., & TUM (Hrsg.). (2021). *eGovernment MONITOR 2021. Staatliche Digitalangebote – Nutzung und Akzeptanz in Deutschland, Österreich und der Schweiz*.
- Kelle, U., & Kluge, S. (2010). *Vom Einzelfall zum Typus. Fallvergleich und Fallkontrastierung in der qualitativen Sozialforschung* (2. Auflage). VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Kipmann, U. (2020). *Problemlösen. Begriff – Strategien – Einflussgrößen – Unterricht – (häusliche) Förderung* (2. Auflage). Springer Gabler.
<https://doi.org/10.1007/978-3-658-26804-6>
- Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist*, 41(2), 75–86. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4102_1
- Klauer, K. C. (1993). *Belastung und Entlastung beim Problemlösen. Eine Theorie des deklarativen Vereinfachens*. Hogrefe.
- Klieme, E., Funke, J., Leutner, D., Reimann, P., & Wirth, J. (2001). Problemlösen als fächerübergreifende Kompetenz? Konzeption und erste Resultate aus einer Schulleistungsstudie. *Zeitschrift für Pädagogik*, 47(2), 179–200.
<https://doi.org/10.25656/01:5272>
- Klix, F. (1971). *Information und Verhalten*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften.
- KMK. (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. Luchterhand.
- KMK. (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. Luchterhand.
- Koedinger, K. R., & Aleven, V. (2007). Exploring the assistance dilemma in experiments with cognitive tutors. *Educational Psychology Review*, 19(3), 239–264. <https://doi.org/10.1007/s10648-007-9049-0>
- Koedinger, K. R., Pavlik, P., McLaren, B. M., & Aleven, V. (2008). Is it better to give than to receive? The assistance dilemma as a fundamental unsolved problem in the cognitive science of learning and instruction. In B. C. Love, K. McRae, & V. M. Sloutsky (Hrsg.), *Proceedings of the 30th Annual Conference of the Cognitive Science Society* (S. 2155–2160). Cognitive Science Society.
- Kratz, J. (1988). Beziehungsreiche geometrische Problemstellungen aus didaktischer Sicht. *Didaktik der Mathematik (DdM)*, 3, 206–234.
- Kuckartz, U. (2010). *Einführung in die computergestützte Analyse qualitativer Daten* (3. Auflage). VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Kuckartz, U. (2018). *Qualitative Inhaltsanalyse. Methoden, Praxis, Computerunterstützung* (4. Auflage). Beltz Juventa.
- Kulgemeyer, C. (2018a). Wie gut erklären Erklärvideos? Ein Bewertungs-Leitfaden. *Computer + Unterricht*, 109, 8–11.
- Kulgemeyer, C. (2018b). A framework of effective science explanation videos informed by criteria for instructional explanations. *Research in Science Education*, 50, 2441–2462. <https://doi.org/10.1007/s11165-018-9787-7>
- Kulgemeyer, C. (2020). Didaktische Kriterien für gute Erklärvideos. In S. Dorgerloh & K. D. Wolf (Hrsg.), *Lehren und Lernen mit Tutorials und Erklärvideos* (S. 70–75). Beltz.
- Lamnek, S. (2005). *Qualitative Sozialforschung*. Beltz.

- Lange, D. (2013). *Inhaltsanalytische Untersuchung zur Kooperation beim Bearbeiten mathematischer Problemaufgaben*. Waxmann.
- Leuders, T. (2001). *Qualität im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I und II*. Cornelsen Scriptor.
- Leuders, T. (2011). Problemlösen. In T. Leuders (Hrsg.), *Mathematik Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II*. (6.Auflage, S. 119–134). Cornelsen.
- Mayer, R. E. (2008). Applying the science of learning: Evidence-based principles for the design of multimedia instruction. *American Psychologist*, 63(8), 760–769. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.63.8.760>
- Mayer, R. E., & Moreno, R. (2003). Nine ways to reduce cognitive load in multimedia learning. *Educational Psychologist*, 38(1), 43–52.
- Mayer, R. E., & Wittrock, M. C. (2006). Problem solving. In P. A. Alexander & P. H. Winne (Hrsg.), *Handbook of Educational Psychology* (S. 287–303). Lawrence Erlbaum Associates Publishers. <https://doi.org/10.4324/9780203874790>
- Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken* (12. Auflage). Beltz.
- Medienpädagogischer Forschungsverbund Südwest. (2020). *JIMplus 2020. Lernen und Freizeit in der Corona-Krise*.
- Merkt, M., Weigand, S., Heier, A., & Schwan, S. (2011). Learning with videos vs. learning with print: The role of interactive features. *Learning and Instruction*, 21, 687–704. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2011.03.004>
- Meyer, H. (2004). *Was ist guter Unterricht?* Cornelsen.
- Montague, M. (1992). The effects of cognitive and metacognitive strategy instruction on the mathematical problem solving of middle school students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 25(4), 230–248. <https://doi.org/10.1177/002221949202500404>
- Newell, A., & Simon, H. A. (1972). *Human problem solving*. Prentice-Hall.
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: the danish KOM project. In A. Gagatsis & S. Papastavridis (Hrsg.), *Mediterranean Conference on Mathematical Education* (S. 115–124). 3rd Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society.
- Niss, M., Bruder, R., Planas, N., Turner, R., & Villa-Ochoa, J. A. (2016). Survey team on: conceptualisation of the role of competencies, knowing and knowledge in mathematics education research. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 48(5), 611–632. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0799-3>
- OECD. (2014). *PISA 2012 Results: What students know and can do – Student performance in mathematics, reading and science. Volume I*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264201118-1-en>
- OECD. (2019). *PISA 2018 Ergebnisse (Band I). Was Schülerinnen und Schüler Wissen und Können*. W. Bertelsmann Verlag. <https://doi.org/10.1787/1da50379-de>
- Otto, B., Perels, F., & Schmitz, B. (2008). Förderung mathematischen Problemlösens anhand eines Selbstregulationstrainings. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 22(34), 221–232. <https://doi.org/10.1024/1010-0652.22.34.221>
- Paas, F., & van Gog, T. (2006). Optimising worked example instruction: Different ways to increase germane cognitive load. *Learning and Instruction*, 16(2), 87–91. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.02.004>
- Paas, F., & van Merriënboer, J. J. G. (1994). Variability of worked examples and

- transfer of geometrical problem-solving skills: A cognitive-load approach. *Journal of Educational Psychology*, 86(1), 122–133.
<https://doi.org/10.1037/0022-0663.86.1.122>
- Paivio, A. (2007). *Mind and its evolution: A dual coding theoretical approach*. Mahwah.
- Pehkonen, E. (2004). State-of-the-Art in problem solving: Focus on open problems. In H. Rehlich & B. Zimmermann (Hrsg.), *ProMath Jena 2003. Problem Solving in Mathematics Education* (S. 93–111). Franzbecker.
- Pólya, G. (1949). *Schule des Denkens*. Francke.
- Pólya, G. (1964). Die Heuristik. Versuch einer vernünftigen Zielsetzung. *Der Mathematikunterricht*, 10(1), 5–15.
- Pólya, G. (1979). *Vom Lösen mathematischer Aufgaben. Einsicht und Entdeckung, Lernen und Lehren* (2. Auflage). Springer Basel AG.
<https://doi.org/10.1007/978-3-0348-5311-8>
- Pólya, G. (2010). *Schule des Denkens* (4. Auflage). Francke.
- Prediger, S., & Wessel, L. (2018). Brauchen mehrsprachige Jugendliche eine andere fach- und sprachintegrierte Förderung als einsprachige? *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 21(2), 361–382.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s11618-017-0785-8>
- Prenzel, M., Baumert, J., Blum, W., Lehmann, R., Leutner, D., Neubrand, M., Pekrun, R., Rolff, H.-G., Rost, J., & Schiefele, U. (2004). *PISA 2003 - Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland - Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs*. Waxmann.
- Quilici, J. L., & Mayer, R. E. (1996). Role of examples in how students learn to categorize statistics word problems. *Journal of Educational Psychology*, 88(1), 144–161. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.88.1.144>
- Rädiker, S., & Kuckartz, U. (2019). *Analyse qualitativer Daten mit MAXQDA. Text, Audio und Video*. Springer VS. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-22095-2>
- Rat für Kulturelle Bildung e.V. (2019). *Jugend / YouTube / Kulturelle Bildung. Horizont 2019. Studie: Eine repräsentative Umfrage unter 12- bis 19-jährigen zur Nutzung kultureller Bildungsangebote an digitalen Kulturorten*.
- Reiss, K., & Hammer, C. (2021). *Grundlagen der Mathematikdidaktik. Eine Einführung für den Unterricht in der Sekundarstufe* (2. Auflage). Birkhäuser.
<https://doi.org/10.1007/978-3-030-65429-0>
- Reiss, K., Heinze, A., Renkl, A., & Groß, C. (2008). Reasoning and proof in geometry: Effects of learning environment based on heuristic worked-out examples. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 40(3), 455–467. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0105-0>
- Reiss, K., & Renkl, A. (2002). Learning to prove: The idea of heuristic examples. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 34(1), 29–35.
<https://doi.org/10.1007/BF02655690>
- Reiss, K., Weis, M., Klieme, E., & Köller, O. (2019). *PISA 2018. Grundbildung im internationalen Vergleich*. Waxmann. <https://doi.org/10.25656/01:18315>
- Renkl, A. (1997). Learning from worked-out examples: A study on individual differences. *Cognitive Science*, 21(1), 1–29. [https://doi.org/10.1016/S0364-0213\(99\)80017-2](https://doi.org/10.1016/S0364-0213(99)80017-2)
- Renkl, A. (1999). Learning mathematics from worked-out examples: Analyzing and fostering self-explanations. *European Journal of Psychology of Education*, 14(4), 477–488. <https://doi.org/10.1007/BF03172974>
- Renkl, A. (2001). Explorative Analysen zur effektiven Nutzung von instruktionalen Erklärungen beim Lernen aus Lösungsbeispielen. *Unterrichtswissenschaft*,

- 29(1), 41–63. <https://doi.org/10.25656/01:7677>
- Renkl, A. (2010). Gründe und Wege einer Synthese aus Strukturierung und Aktivierung: Das Konzept „Lernen aus Lösungsbeispielen“. In T. Bohl, K. Kansteiner-Schänzlin, M. Kleinknecht, B. Kohler, & A. Nold (Hrsg.), *Selbstbestimmung und Classroom-Management. Empirische Befunde und Entwicklungsstrategien zum guten Unterricht* (S. 191–205). Klinkhardt.
- Renkl, A. (2011). Instruction based on examples. In R. E. Meyer & P. A. Alexander (Hrsg.), *Handbook of Research on Learning and Instruction* (S. 272–295). Routledge.
- Renkl, A. (2014). Toward an instructionally oriented theory of example-based learning. *Cognitive Science*, 38(1), 1–37. <https://doi.org/10.1111/cogs.12086>
- Renkl, A. (2017). Learning from worked-examples in mathematics: students relate procedures to principles. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 49(4), 571–584. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0859-3>
- Renkl, A., & Atkinson, R. K. (2003). Structuring the transition from example study to problem solving in cognitive skill acquisition: a cognitive load perspective. *Educational Psychologist*, 38(1), 15–22. https://doi.org/10.1207/S15326985EP3801_3
- Renkl, A., Gruber, H., Weber, S., Lerche, T., & Schweizer, K. (2003). Cognitive Load beim Lernen aus Lösungsbeispielen. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 17(2), 93–101. <https://doi.org/10.1024/1010-0652.17.2.93>
- Renkl, A., Hilbert, T., & Schworm, S. (2009). Example-based learning in heuristic domains: A Cognitive Load Theory account. *Educational Psychology Review*, 21(1), 67–78. <https://doi.org/10.1007/s10648-008-9093-4>
- Renkl, A., & Schworm, S. (2002). Lernen mit Lösungsbeispielen zu lehren. *Zeitschrift für Pädagogik, Beiheft 45*, 259–270.
- Renkl, A., Stark, R., Gruber, H., & Mandl, H. (1998). Learning from worked-out examples: The effects of example variability and elicited self-explanations. *Contemporary Educational Psychology*, 23(1), 90–108. <https://doi.org/10.1006/ceps.1997.0959>
- Reusser, K. (2014). Kompetenzorientierung als Leitbegriff der Didaktik. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*, 32(3), 325–339. <https://doi.org/10.25656/01:13873>
- Rott, B. (2013). *Mathematisches Problemlösen. Ergebnisse einer empirischen Studie* (T. Fritzlar, F. Heinrich, & B. Zimmermann (Hrsg.); Band 2). WTM-Verlag.
- Rourke, A., & Sweller, J. (2009). The worked-example effect using ill-defined problems: Learning to recognise designers' styles. *Learning and Instruction*, 19(2), 185–199. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2008.03.006>
- Schaumburg, H., Gerick, J., Eickelmann, B., & Labusch, A. (2019). Nutzung digitaler Medien aus der Perspektive der Schülerinnen und Schüler im internationalen Vergleich. In B. Eickelmann, W. Bos, J. Gerick, F. Goldhammer, H. Schaumburg, K. Schwippert, M. Senkbeil, & J. Vahrenhold (Hrsg.), *ICILS 2018. #Deutschland. Computer- und informationsbezogene Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern im zweiten internationalen Vergleich und Kompetenzen im Bereich Computational Thinking* (S. 241–270). Waxmann. <https://doi.org/10.25656/01:18326>
- Schenkel, P., & Tergan, S.-O. (2004). Qualität von E-Learning: eine Einführung. In S.-O. Tergan & P. Schenkel (Hrsg.), *Was macht E-Learning erfolgreich? Grundlagen und Instrumente der Qualitätsbeurteilung* (S. 3–13). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-18957-9>

- Schnabel, J., & Trapp, A. (2013). *Problemlösendes Denken im Mathematikunterricht. Theoretische Grundlagen – Musteraufgaben – Materialien für die 1.-4. Klasse*. Auer.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (S. 334–370). Macmillan.
- Schreier, M. (2010). Fallauswahl. In G. Mey & K. Mruck (Hrsg.), *Handbuch Qualitative Forschung in der Psychologie* (S. 238–250). VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Schreier, M. (2012). *Qualitative content analysis in practice*. SAGE.
- Söhling, A.-C. (2017). *Problemlösen und Mathematiklernen. Zum Nutzen des Probierens und des Irrtums*. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-17590-0>
- Stark, R. (1999). *Lernen mit Lösungsbeispielen. Einfluß unvollständiger Lösungsbeispiele auf Beispielelaboration, Lernerfolg und Motivation*. Hogrefe.
- Stender, P. (2021). *Heuristische Strategien in der Schulmathematik. Eine Methodendidaktik*. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-64079-1>
- Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on Learning. *Cognitive Science*, 12(2), 257–285. [https://doi.org/10.1016/0364-0213\(88\)90023-7](https://doi.org/10.1016/0364-0213(88)90023-7)
- Sweller, J., Ayres, P., & Kalyuga, S. (2011). *Cognitive Load Theory*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-8126-4>
- Sweller, J., & Cooper, G. A. (1985). The use of worked examples as a substitute for problem solving in learning algebra. *Cognition and Instruction*, 2(1), 59–89. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0201_3
- Sweller, J., van Merriënboer, J. J. G., & Paas, F. G. W. C. (1998). Cognitive Architecture and Instructional Design. *Educational Psychology Review*, 10(3), 251–296. <https://doi.org/10.1023/A:1022193728205>
- Tarmizi, R. A., & Sweller, J. (1988). Guidance during mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 80(4), 424–436. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.80.4.424>
- Tropper, N. (2019). *Strategisches Modellieren durch heuristische Lösungsbeispiele. Untersuchungen von Lösungsprozeduren und Strategiewissen zum mathematischen Modellierungsprozess*. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-24992-2>
- van der Meij, H., Karreman, J., & Steehouder, M. (2009). Three decades of research and professional practice on software tutorials for novices. *Technical Communication*, 56(3), 265–292.
- van der Meij, H., & van der Meij, J. (2014). A comparison of paper-based and video tutorials for software learning. *Computers & Education*, 78, 150–159. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2014.06.003>
- van Gog, T., Paas, F., & van Merriënboer, J. J. G. (2008). Effects of studying sequences of process-oriented and product-oriented worked examples on troubleshooting transfer efficiency. *Learning and Instruction*, 18(3), 211–222. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2007.03.003>
- van Gog, T., Verveer, I., & Verveer, L. (2014). Learning from video modeling examples: Effects of seeing the human model's face. *Computers & Education*, 72, 323–327. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2013.12.004>

- Van Someren, M. W., Barnard, Y., & Sandberg, J. (1994). *The think aloud method: A practical guide to modeling cognitive processes*. Academic Press.
- Wallas, G. (1926). *The art of thought*. Harcourt Brace.
- Weigand, H.-G., Filler, A., Hölzl, R., Kuntze, S., Ludwig, M., Roth, J., Schmidt-Thieme, B., & Wittmann, G. (2018). *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I* (2. Auflage). Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-37968-0>
- Weinert, F. E. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen – eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (S. 17–31). Beltz.
- Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 61, 37–46.
- Wittwer, J., & Renkl, A. (2008). Why instructional explanations often do not work: A framework for understanding the effectiveness of instructional explanations. *Educational Psychologist*, 43(1), 49–64. <https://doi.org/10.1080/00461520701756420>
- Wolf, K. D. (2015). Bildungspotenziale von Erklärvideos und Tutorials auf YouTube: Audio-Visuelle Enzyklopädie, adressatengerechtes Bildungsfernsehen, Lehr-Lern-Strategie oder partizipative Peer Education? *merz*, 1(59), 30–36.
- Wolf, K. D. (2020). Sind Erklärvideos das bessere Bildungsfernsehen? In S. Dorgerloh & K. D. Wolf (Hrsg.), *Lehren und Lernen mit Tutorials und Erklärvideos* (S. 17–24). Beltz.
- Zielinski, U. (1992). *Die Abhängigkeit des Problemlöseverhaltens vom Darstellungsmodus*. Dissertationsschrift. Universität Duisburg.
- Zöttl, L. (2010). *Modellierungskompetenz fördern mit heuristischen Lösungsbeispielen*. Franzbecker.

Anhang

Anhang I.	Fragebogen der Auswählerhebung
Anhang II.	Skalenübersicht zur Auswählerhebung
Anhang III.	Anschreiben zur Auswählerhebung
Anhang IV.	Ergebnisse der Auswählerhebung
Anhang V.	Papierbasiertes Lösungsbeispiel
Anhang VI.	Videobasiertes Lösungsbeispiel (Storyboard)
Anhang VII.	Vorlage zur Formulierung von Selbsterklärungen in TG 2
Anhang VIII.	Erwartungshorizont zu den Selbsterklärungen aus der Laboruntersuchung
Anhang IX.	Transkriptionsregeln
Anhang X.	Kategoriensystem: Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgabe PLA 2
Anhang XI.	Kategoriensystem: Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgabe PLA 3
Anhang XII.	Kategoriensystem: Bearbeitungserfolg bei Selbsterklärungen
Anhang XIII.	Kategoriensystem: Nutzung eines Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3
Anhang XIV.	Ergebnisse der Laboruntersuchung in TG 1
Anhang XV.	Ergebnisse der Laboruntersuchung in TG 2
Anhang XVI.	Codiertes Transkript von Jonte
Anhang XVII.	Codiertes Transkript von Sören
Anhang XVIII.	Codiertes Transkript von Enna
Anhang XIX.	Codiertes Transkript von Leni
Anhang XX.	Codiertes Transkript von Matti
Anhang XXI.	Codiertes Transkript von Paul
Anhang XXII.	Codiertes Transkript von Luca

Anhang I. Fragebogen der Auswählerhebung

Fragebogen

1. Bist du ein Mädchen oder ein Junge?

- Mädchen Junge

2. Wann bist du geboren?

3. Auf welche Schule gehst du?

4. Welche Klassenstufe besuchst du aktuell?

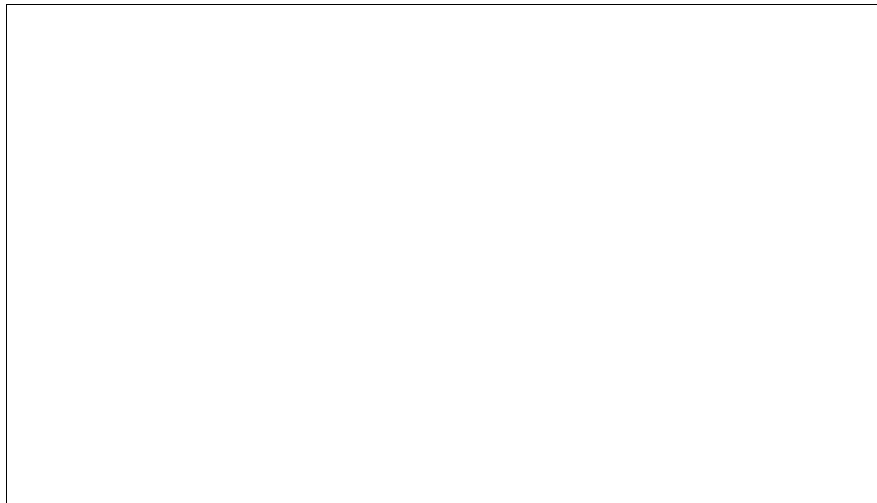
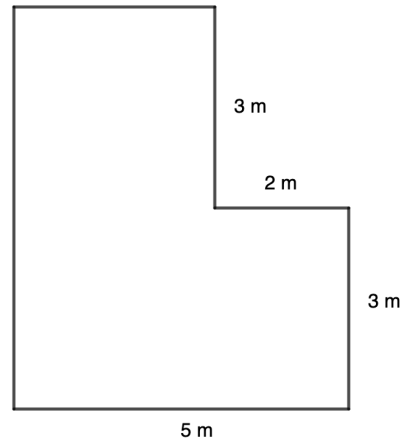
5. In welchem Land bist **du** geboren?

- Deutschland anderes Land: _____

6. Welche **Mathematiknote** hattest du auf deinem letzten Zeugnis?

- 1 (sehr gut) 2 (gut) 3 (befriedigend)
 4 (ausreichend) 5 (mangelhaft) 6 (ungenügend)

7. Berechne den Flächeninhalt des abgebildeten Flächenstückes. Gib einen Lösungsweg an.



In den nachfolgenden Fragen und Aussagen geht es um die Nutzung von Erklärvideos für deinen Mathematikunterricht. Denke bei der Beantwortung bitte sowohl an eine Nutzung zur Vor- und Nachbereitung deines Mathematikunterrichts als auch an eine Nutzung für deine individuellen Lern- und Übungszwecke.

8. Schaust du dir für das Bearbeiten von Mathematikaufgaben oder für das Lernen Erklärvideos an?	Ja <input type="checkbox"/>	Nein <input type="checkbox"/>
--	--------------------------------	----------------------------------

Wie sehr stimmst du den Aussagen zu?

	stimme nicht zu (--)	stimme eher nicht zu (-)	stimme eher zu (+)	stimme zu (++)
9. Erklärvideos bieten mir die Möglichkeit, die Unterrichtsinhalte mit meinem Vorwissen zu verknüpfen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Durch das Anschauen von Erklärvideos lerne ich.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Die Inhalte von Erklärvideos interessieren mich.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. Ich fühle mich wirklich schlecht, wenn ich kein passendes Erklärvideo finde.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13. Erklärvideos bieten mir die Möglichkeit mir neue Zusammenhänge zu erschließen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14. Erklärvideos klären meine verbliebenen Unklarheiten aus dem Unterricht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15. Ohne Erklärvideos würde ich den Unterrichtsstoff gar nicht verstehen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16. Ich schaue mir Erklärvideos an, weil ich gerne gut in Mathematik bin.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17. Erklärvideos fördern mein Verständnis des Unterrichtsstoffes				
18. Erklärvideos bieten mir die Möglichkeit, dass ich die Ergebnisse meiner Übungsaufgaben sichern bzw. kontrollieren kann.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19. Ich schaue mir Erklärvideos an, weil es für mich wichtig ist, gut in Mathematik abzuschneiden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20. Ich mag es, Erklärvideos zu nutzen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21. Ich schaue mir Erklärvideos an, weil es mir hilft, meine Übungsaufgaben/ Hausaufgaben in Mathematik zu machen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	stimme nicht zu (--)	stimme eher nicht zu (-)	stimme eher zu (+)	stimme zu (++)
22. Ich habe Spaß daran, mit Erklärvideos für den Mathematikunterricht anzusehen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23. Erklärvideos bieten mir die Möglichkeit, dass ich für den Mathematikunterricht üben kann.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
24. Erklärvideos helfen mir mehr als der Mathematikunterricht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
25. Ich schaue mir Erklärvideos an, weil ich den Unterrichtsstoff in Mathematik verstehen möchte.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
26. Ich freue mich richtig darauf, mir Erklärvideos für den Mathematikunterricht anzusehen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
27. Ich bin sehr begeistert, wenn ich für mich neue Erklärvideos erkunde.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
28. Ich finde Erklärvideos oft langweilig.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
29. Erklärvideos bieten mir die Möglichkeit, die Unterrichtsinhalte noch einmal in Ruhe zu wiederholen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

In den nachfolgenden Fragen und Aussagen geht es um deine Lesegewohnheiten in deiner Freizeit.

Wie sehr stimmst du den folgenden Aussagen zu?

	stimme nicht zu (--)	stimme eher nicht zu (-)	stimme eher zu (+)	stimme zu (++)
30. Ich kann Informationen aus einem Text so entnehmen, dass ich sie mit eigenen Worten wiedergeben kann.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
31. Ich kann die Informationen aus dem Sachtext mit dem zusammenbringen, was ich schon über die Sache weiß.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
32. Lesen fällt mir sehr leicht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
33. Ich kann mein Verständnis von der Sache mit Hilfe eines Textes verbessern.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
34. Ich kann die Informationen aus einem Text so nutzen, dass ich neue Zusammenhänge erkenne.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
35. Ich kann Informationen aus einem Text mit eigenen Worten wiedergeben, die dort vorkamen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
36. Ich kann nicht so gut lesen wie andere Schüler_innen aus meiner Klasse.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
37. Ich kann Informationen aus einem Text in der richtigen Reihenfolge wiedergeben.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
38. Ich kann Fachbegriff, die ich noch nicht kenne, mit Hilfe eines Textes verstehen..	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
39. Ich weiß am Ende eines Textes noch was ich am Anfang gelesen habe.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
40. Laut vorlesen fällt mir sehr schwer	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

41. In welcher Sprache liest du Bücher in deiner Freizeit?

deutsch andere Sprache: _____

Wie heißt du?

Anhang II. Skalenübersicht zur Auswählerhebung

Skala: Lesewirksamkeit

Variable	Item
leswir1	Ich kann Informationen aus einem Text so entnehmen, dass ich sie mit eigenen Worten wiedergeben kann. Original: Ich kann Informationen aus einem Sachtext so entnehmen, dass ich sie mit eigenen Worten wiedergeben kann.
leswir2	Ich kann die Informationen aus dem Text mit dem zusammenbringen, was ich schon über die Sache weiß. Original: Ich kann die Informationen aus dem Sachtext mit dem zusammenbringen, was ich schon über die Sache weiß.
leswir3	Ich kann mein Verständnis von einer Sache/ Aufgabe mit Hilfe eines Textes verbessern. Original: Ich kann mein Verständnis von der Sache mit Hilfe eines Sachtextes verbessern.
leswir4	Ich kann die Informationen aus einem Text so nutzen, dass ich neue Zusammenhänge erkenne. Original: Ich kann die Informationen aus einem Sachtext so nutzen, dass ich neue Zusammenhänge erkenne.
leswir5	Ich kann Informationen aus einem Text mit eigenen Worten wiedergeben. Original: Ich kann Informationen aus einem Sachtext mit den Worten wiedergeben, die dort vorkamen.
leswir6	Ich kann Informationen aus einem Text in der richtigen Reihenfolge wiedergeben. Original: Ich kann Informationen aus einem Sachtext in der richtigen Reihenfolge wiedergeben.
leswir7	Ich kann Fachbegriffe, die ich noch nicht kenne, mit Hilfe eines Textes verstehen. Original: Ich kann Fachbegriffe, die ich noch nicht kenne, mit Hilfe eines Sachtextes verstehen.
leswir8	Ich weiß am Ende eines Textes noch, was ich am Anfang gelesen habe. Original: Ich weiß am Ende eines Sachtextes noch, was ich am Anfang gelesen habe.
Adaptiert von Bos et al. (2016).	
Antwortformat: 1 = stimme nicht zu; 2 = stimme eher nicht zu; 3 = stimme eher zu, 4 = stimme zu	

Skala: Leseselbstkonzept

Variable	Item
lessk1	Lesen fällt mir leicht. Original: Lesen fällt mir sehr leicht.
lessk2_inv	Ich kann nicht so gut lesen wie andere Schüler_innen aus meiner Klasse. Original: Ich kann nicht so gut lesen wie andere Schüler aus meiner Klasse.
lessk3_inv	Laut vorlesen fällt mir schwer. Original: Laut vorlesen fällt mir sehr schwer.
--	-- Original: Wenn ich besser Deutsch könnte, wäre lesen leichter.
--	-- Original: In einer anderen Sprache als Deutsch zu lesen, fällt mir leicht.
Adaptiert von Bos et al. (2016).	
Antwortformat: 1 = stimme nicht zu; 2 = stimme eher nicht zu; 3 = stimme eher zu, 4 = stimme zu	
Hinweis: Cronbachs Alpha = 0.49 Item lessk3_inv ausgeschlossen Cronbachs Alpha _{Item del} = 0.66	

Anhang III. Anschreiben zur Auswählerhebung



Leuphana Universität Lüneburg - Zukunftszentrum Lehrkräftebildung - 21335 Lüneburg

An interessierte Schüler_innen des 6. Jahrganges
und an ihre Eltern

**Bitte vor einer Bewerbung dieses Schreiben
deinen Eltern vorlegen!**

Lüneburg, tt.mm.jjj

Bewerbung zur freiwilligen Teilnahme an einer Studie zu „Auswirkungen der Nutzung von Erklärvideos auf die Bearbeitung von Mathematikaufgaben“

Liebe_r Schüler_in des 6. Jahrganges,
liebe Eltern,

gerade die Corona-bedingten Schulschließungen stellen besondere Herausforderungen an das Lernen. Der Unterricht findet vielfach online statt, ein direkter Austausch beim Lernen ist (im Klassenzimmer und online) sowohl untereinander als auch mit der Lehrkraft erschwert.

Beim individuellen Lernen greifen Schüler_innen daher insbesondere auf Erklärvideos zurück (wie sie vielleicht von YouTube bekannt sind), um sich nachträglich Unterrichtshalte nochmals erklären zu lassen.

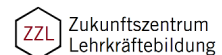
Im Rahmen unserer aktuellen **Studie** in den Räumlichkeiten der **Leuphana Universität Lüneburg** wollen wir die Auswirkungen der Nutzung solcher Erklärvideos auf die Bearbeitung von Mathematikaufgaben im Vergleich zu papierbasierten Musterlösungen analysieren. Um eine **freiwillige Teilnahme** an dieser Studie kann sich unter dem nachfolgenden Link **beworben** werden.

Nach Abschluss der Bewerbungsphase erfolgt durch uns die Information, ob wir dich/ Ihr Kind für die Studie ausgewählt haben. Bei freiwilliger Teilnahme an der Studie und schriftlicher Zustimmung der Eltern zahlen wir eine

Aufwandsentschädigung in Höhe von 25,00 Euro.

**Prof. Dr. Michael Besser
Anna-Katharina Poschkamp**

**Zukunftszentrum Lehrkräftebildung: ZZL-
Netzwerk**



Leuphana Universität Lüneburg
Zukunftszentrum Lehrkräftebildung
Universitätsallee 1
21335 Lüneburg

Ansprechpartnerin:
Anna-Katharina Poschkamp
anna-katharina.poschkamp
@leuphana.de

www.leuphana.de

www.leuphana.de/zzl-netzwerk

Das ZZL-Netzwerk an der Leuphana Universität Lüneburg wird im Rahmen der gemeinsamen „Qualitätsoffensive Lehrerbildung“ von Bund und Ländern aus Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung gefördert



Damit wir über eine mögliche Auswahl und Teilnahme an der Studie informieren können, ist die Angabe von Kontaktdaten erforderlich (natürlich geben wir Bewerbungs- und Kontaktdaten an niemanden weiter). Zusammen mit der Information einer möglichen Auswahl versenden wir eine **schriftliche Einwilligungserklärung für die Eltern**, die zwingend zur Studie (von den Eltern unterzeichnet) mitzubringen ist. Andernfalls können wir die Studie leider nicht durchführen.

Eine **Bewerbung** sollte also bitte erst **nach Rücksprache** mit den **Eltern** erfolgen.

Bei Fragen kann sich jederzeit an Frau Anna-Katharina Poschkamp gewandt werden.

Wir hoffen, das Interesse geweckt zu haben, und freuen uns über eine Bewerbung zur Teilnahme an der Studie.

Bewerbung unter: <https://survey.leuphana.de/index.php/779432?lang=de>

oder:



Wir freuen uns auf dich!

Prof. Dr. Michael Besser

Anna-Katharina Poschkamp

Anhang IV. Ergebnisse der Auswählerhebung

Personenbezogene Merkmale				Mathematikleistung		Erklärvideos	Lesefähigkeit	
Name*	Gender	Alter	Schule (Klasse)	Note	PLA 1	Nutzung	Selbstwirksamkeit	Selbstkonzept
Aaron	Junge	13	S4 (6.)	3	(0)	Ja	3.00	3.33
Alea	Mädchen	12	S4 (6.)	2	(3)	Ja	3.50	3.33
Alina	Mädchen	10	S3 (5.)	3	(3)	Ja	3.13	3.40
Alma	Mädchen	12	S4 (6.)	3	(3)	Ja	2.75	2.00
Bent	Junge	12	S3 (5.)	3	(4)	Nein	2.25	2.33
Clara	Mädchen	12	S3 (6.)	3	(3)	Ja	3.13	4.00
Elena	Mädchen	11	S3 (5.)	1	(4)	Ja	3.13	3.67
Enna	Mädchen	12	S4 (6.)	3	(4)	Ja	3.63	4.00
Falk	Junge	11	S3 (6.)	5	(4)	Ja	3.88	3.33
Felix	Junge	11	S3 (6.)	1	(4)	Nein	3.63	4.00
Fiona	Mädchen	12	S3 (6.)	3	(1)	Ja	3.50	3.33
Finja	Mädchen	11	S3 (6.)	2	(3)	Ja	2.88	4.00
Florian	Junge	11	S3 (6.)	1	(4)	Nein	3.38	3.33
Frederik	Junge	12	S3 (6.)	2	(3)	Ja	4.00	4.00
Hannah	Mädchen	11	S3 (5.)	2	(1)	Ja	2.75	3.00
Hauke	Junge	11	S3 (5.)	3	(3)	Nein	2.88	2.67
Hendrik	Junge	12	S4 (6.)	3	(0)	Nein	2.25	3.00
Jane	Mädchen	12	S4 (6.)	2	(4)	Ja	3.25	4.00
Jannik	Junge	12	S4 (6.)	3	(1)	Ja	3.63	3.33
Jasper	Junge	13	S4 (6.)	3	(0)	Ja	2.38	3.00
Jonte	Junge	12	S4 (6.)	4	(0)	Nein	2.38	3.00
Joris	Junge	11	S3 (6.)	2	(3)	Nein	3.50	4.00
Julian	Junge	11	S3 (5.)	2	(4)	Nein	3.00	3.67
Kilian	Junge	11	S3 (5.)	1	(4)	Ja	3.88	4.00
Lea	Mädchen	9	S2 (7.)	1	(3)	Ja	3.75	4.00
Leni	Mädchen	11	S3 (6.)	1	(4)	Nein	3.75	4.00
Leon	Junge	11	S3 (6.)	3	(4)	Ja	2.50	2.00
Lilly	Mädchen	10	S3 (5.)	3	(1)	Ja	3.38	4.00
Louisa	Mädchen	11	S3 (5.)	2	(1)	Ja	2.88	3.67
Luca	Junge	11	S3 (5.)	3	(4)	Ja	3.63	3.67
Lucy	Mädchen	13	S4 (6.)	4	(0)	Nein	3.63	4.00
Marie	Mädchen	12	S3 (6.)	3	(3)	Ja	2.88	4.00
Mario	Junge	12	S4 (6.)	3	(1)	Ja	1.75	2.33
Mats	Junge	11	S3 (6.)	1	(4)	Ja	3.75	4.00
Matti	Junge	10	S3 (5.)	1	(0)	Ja	3.38	3.67
Mia	Mädchen	12	S3 (6.)	2	(4)	Ja	3.63	4.00
Mila	Mädchen	11	S3 (6.)	4	(2)	Ja	3.00	2.67
Mika	Junge	11	S3 (6.)	3	(3)	Ja	3.75	3.00
Moritz	Junge	10	S3 (5.)	3	(3)	Ja	3.63	3.00
Morten	Junge	12	S4 (6.)	3	(0)	Ja	2.88	2.67
Nick	Junge	11	S3 (5.)	2	(3)	Ja	3.25	2.67
Niklas	Junge	12	S4 (6.)	3	(0)	Ja	2.88	3.00
Paul	Junge	11	S3 (5.)	3	(3)	Nein	3.38	3.33
Pia	Mädchen	12	S1 (6.)	5	(3)	Ja	2.88	3.33
Romy	Mädchen	12	S4 (6.)	2	(1)	Ja	3.25	4.00
Ronja	Mädchen	11	S3 (6.)	2	(4)	Ja	4.00	3.00
Simon	Junge	10	S3 (5.)	1	(4)	Nein	4.00	3.67
Sören	Junge	12	S4 (6.)	4	(0)	Ja	2.50	2.00
Sophia	Mädchen	11	S3 (5.)	2	(4)	Nein	3.50	3.67
Theo	Junge	12	S4 (6.)	2	(0)	Ja	3.13	2.67
Thore	Junge	10	S3 (5.)	2	(0)	Ja	3.50	3.00
Till	Junge	11	S3 (5.)	1	(4)	Nein	3.75	4.00
Timo	Junge	11	S2 (6.)	2	(3)	Nein	3.50	3.33

Legende Bearbeitungserfolg PLA 1:

- **Keine erfolgreiche Bearbeitung:**

(0) keine Bearbeitung

(1) keine geeigneten Heurismen ausgewählt

(2) geeignete Heurismen ausgewählt, Anwendung nicht zielführend

- **Erfolgreiche Bearbeitung:**

(3) geeignete Heurismen ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet

(4) geeignete Heurismen ausgewählt und vollständig korrekt angewendet

Anmerkung:

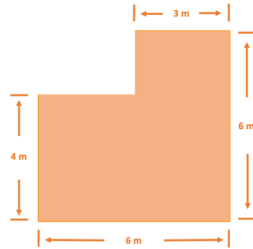
** Alle Namen wurden zur Wahrung der Anonymität geändert*

Anhang V. Papierbasiertes Lösungsbeispiel

„Die Wildblumenwiese“:



Sophie, Luca und Armin möchten auf dem Schulhof gerne eine Wildblumenwiese für Bienen und Hummeln anlegen. Der Hausmeister hat ihnen ein Beet zur Verfügung gestellt, welches unten stehend als Skizze dargestellt ist. Damit die drei wissen wie viele Wildblumensamen sie kaufen müssen, stehen sie vor der Aufgabe, den Flächeninhalt von dem Beet zu berechnen.



Da die drei allerdings von so einer Figur noch nie zuvor den Flächeninhalt berechnet haben, versuchen Sophie, Luca und Armin die Aufgabe gemeinsam zu lösen. Ihre gefundenen Lösungswege stellen sie dir auf den nächsten Seiten vor.

① Verstehen der Aufgabe

Was ist das Problem dieser Aufgabe?



Welche Möglichkeiten fallen dir ein, wie die drei bei der Berechnung des Flächeninhalts vorgehen können?
Schreibe deine Gedanken in eigenen Worten auf.
Du brauchst hier nichts zu rechnen.

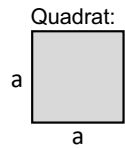


Bitte blättere erst auf die nächste Seite um,
wenn du die Fragenbox ausgefüllt hast.

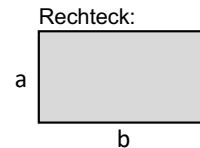


② Ausdenken eines Plans

Du kannst ja bereits den Flächeninhalt von Quadraten und Rechtecken berechnen:



$$A = a \cdot a = a^2$$



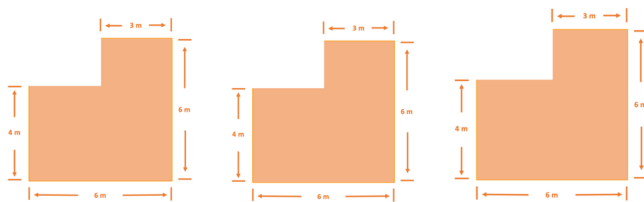
$$A = a \cdot b$$

Findest du für Sophie, Luca und Armin verschiedene Möglichkeiten, wie ihnen das gezeigte Quadrat und Rechteck helfen können? Zeichne diese ein und kennzeichne jeweils ganz konkret, wo bei dir Quadrate („Q“) und/ oder wo Rechtecke („R“) zu sehen sind.

1. Möglichkeit

2. Möglichkeit

3. Möglichkeit



Schau mal, jetzt fehlen aber noch die Angaben von einigen Seitenlängen. Kannst du den drei helfen und aus den gegebenen Seitenlängen die fehlenden Seitenlängen ermitteln?

1. Möglichkeit

2. Möglichkeit

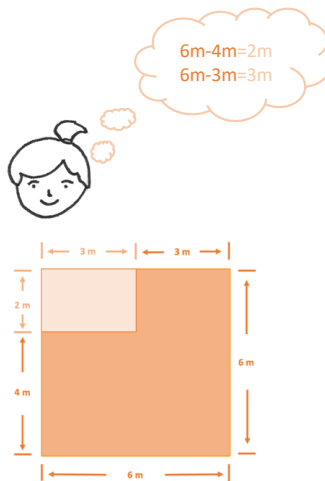
3. Möglichkeit



Bitte blättere erst auf die nächste Seite um, wenn du die Fragenbox ausgefüllt hast.

③ Ausführen eines Plans

Sophie zeigt dir jetzt, wie sie bei der Lösungsfindung vorgegangen ist. Versuche ihren Lösungsweg nachzuvollziehen.



$$\begin{aligned} A_{\text{gesamt}} &= A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Rechteck}} \\ &= 6\text{ m} \cdot 6\text{ m} - 2\text{ m} \cdot 3\text{ m} \\ &= 36\text{ m}^2 - 6\text{ m}^2 \\ &= 30\text{ m}^2 \end{aligned}$$

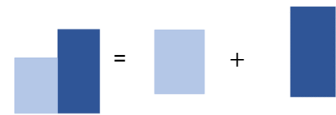
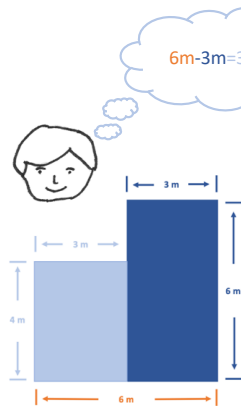
Hat Sophie zur Lösungsfindung eine deiner zuvor aufgezeigten Möglichkeiten genutzt?
Wenn ja: Welche?

Wie ist Sophie bei der Lösungsfindung vorgegangen?
Beschreibe ihr Vorgehen in deinen eigenen Worten.
Beziehe dich dabei auf Sophies gesamten Lösungsprozess.



Bitte blättere erst auf die nächste Seite um,
wenn du die Fragenbox ausgefüllt hast.

Jetzt zeigt Luca dir, wie er bei der Lösungsfindung vorgegangen ist. Versuche seinen Lösungsweg nachzuvollziehen.



$$\begin{aligned} A_{\text{gesamt}} &= A_{\text{Rechteck}} + A_{\text{Rechteck}} \\ &= 4 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} + 3 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} \\ &= 12 \text{ m}^2 + 18 \text{ m}^2 \\ &= 30 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Hat Luca zur Lösungsfindung eine deiner zuvor aufgezeigten Möglichkeiten genutzt?
Wenn ja: Welche?

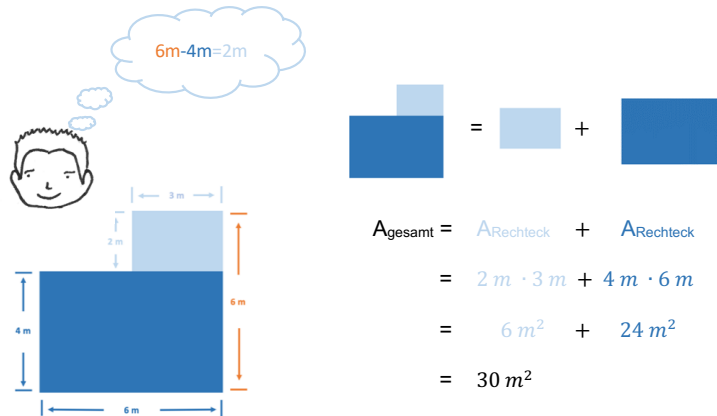
Wie ist Luca bei der Lösungsfindung vorgegangen?
Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten.
Beziehe dich dabei auf Lucas gesamten Lösungsprozess.



Bitte blättere erst auf die nächste Seite um,
wenn du die Fragenbox ausgefüllt hast.



Auch Armin zeigt dir jetzt, wie er bei der Lösungsfindung vorgegangen ist. Versuche seinen Lösungsweg nachzuvollziehen.



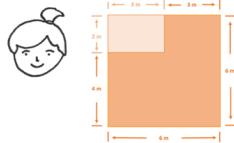
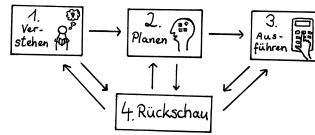
Hat Armin zur Lösungsfindung eine deiner zuvor aufgezeigten Möglichkeiten genutzt?
Wenn ja: Welche?

Wie ist Armin bei der Lösungsfindung vorgegangen?
Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten.
Beziehe dich dabei auf Armins gesamten Lösungsprozess.

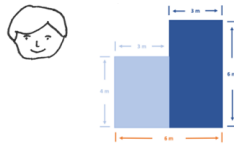


Bitte blättere erst auf die nächste Seite um,
wenn du die Fragenbox ausgefüllt hast.

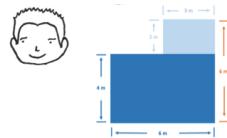
④ Rückschau



$$\begin{aligned}
 A_{\text{gesamt}} &= A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Rechteck}} \\
 &= 6\text{ m} \cdot 6\text{ m} - 2\text{ m} \cdot 3\text{ m} \\
 &= 36\text{ m}^2 - 6\text{ m}^2 \\
 &= 30\text{ m}^2
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 A_{\text{gesamt}} &= A_{\text{Rechteck}} + A_{\text{Rechteck}} \\
 &= 4\text{ m} \cdot 3\text{ m} + 3\text{ m} \cdot 6\text{ m} \\
 &= 12\text{ m}^2 + 18\text{ m}^2 \\
 &= 30\text{ m}^2
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 A_{\text{gesamt}} &= A_{\text{Rechteck}} + A_{\text{Rechteck}} \\
 &= 2\text{ m} \cdot 3\text{ m} + 4\text{ m} \cdot 6\text{ m} \\
 &= 6\text{ m}^2 + 24\text{ m}^2 \\
 &= 30\text{ m}^2
 \end{aligned}$$

Während Sophie die Fläche zu einem Quadrat ergänzt hat, zerlegen Luca und Armin die Fläche jeweils in unterschiedliche Rechtecke.

Sophie, Luca und Armin haben also die Fläche so ergänzt bzw. zerlegt, dass sie die Flächeninhaltsformeln für Quadrate bzw. Rechtecke anwenden können, um den Flächeninhalt zu berechnen.

Bei Sophies Lösung wird von dem Flächeninhalt des Quadrats der Flächeninhalt eines Rechtecks abgezogen. Luca und Armin addieren jeweils ihre beiden entstandenen Rechtecke und erhalten dadurch ebenfalls den gesamten Flächeninhalt.

Jetzt schauen wir noch einmal zurück.

Überlege noch einmal: Was genau war das Problem? Und was haben Sophie, Luca und Armin genau gemacht, um ihr Problem zu lösen?

Das mathematische Problem der Aufgabe war:

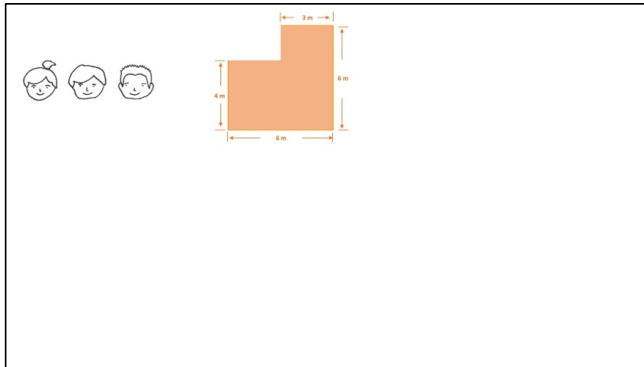
Welches Vorgehen hat zur Lösungsfindung beigetragen?

Die Lösung von Sophie unterscheidet sich deutlich von den Lösungen von Armin und Luca. Was ist der entscheidende Unterschied?

Geschafft!
Das Lösungsbeispiel hast du jetzt vollständig bearbeitet

Anhang VI. Videobasiertes Lösungsbeispiel (Storyboard)

Visueller Informationsverarbeitungskanal



Verbaler Informationsverarbeitungskanal

- 1 „Das sind Sophie, Luca und Armin. Sophie, Luca und Armin möchten auf dem
- 2 Schulhof gerne eine Wildblumenwiese für Bienen und Hummeln anlegen. Der
- 3 Hausmeister hat ihnen dieses skizzierte Beet zur Verfügung gestellt. Nun stehen
- 4 die drei vor der Aufgabe, den Flächeninhalt zu berechnen.
- 5
- 6 Von so einer Fläche haben die drei allerdings noch nie zuvor den Flächeninhalt
- 7 berechnet. Ihnen ist auch keine Flächeninhaltsformel bekannt, um von so einer
- 8 Fläche die Größe zu bestimmen. Wie die drei diese Aufgabe trotzdem lösen
- 9 konnten, wird dir in diesem Erklärvideo gezeigt.“

Aufforderung zur antizipativen Selbsterklärung:

Was ist das Problem der Aufgabe?

Welche Möglichkeiten fallen dir ein, wie die drei bei der Berechnung des Flächeninhalts vorgehen können?
Schreibe deine Gedanken in eigenen Worten auf.
Du brauchst hier nichts zu rechnen.

Quadrat:
 $A = a \cdot a = a^2$

Rechteck:
 $A = a \cdot b$

- 10 „Du kannst bereits den Flächeninhalt von Quadraten und Rechtecken berechnen.
 11 Zur Erinnerung:
 12 Den Flächeninhalt eines Quadrats mit der Seitenlänge a bestimmt man mit a mal
 13 a . Das ist das gleiche wie a Quadrat.
 14 Den Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seitenlängen a und b bestimmt man
 15 mit a mal b .
 16 Sophie, Luca und Armin können ebenfalls bereits den Flächeninhalt von
 17 Quadraten und Rechtecken berechnen und konnten sich dieses Wissen zu nutze
 18 machen.
 19
 20 Wie die drei bei der Berechnung des gesuchten Flächeninhalts vorgegangen
 21 sind zeigen sie dir jeweils nacheinander.“

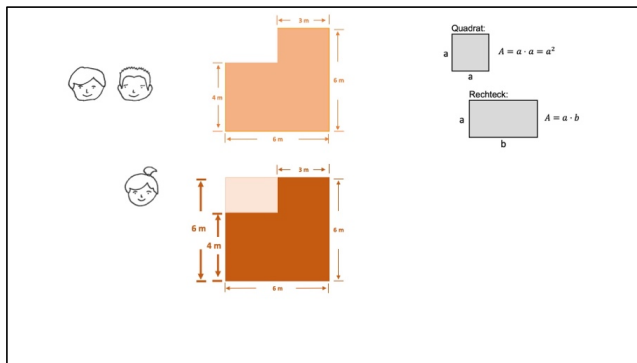
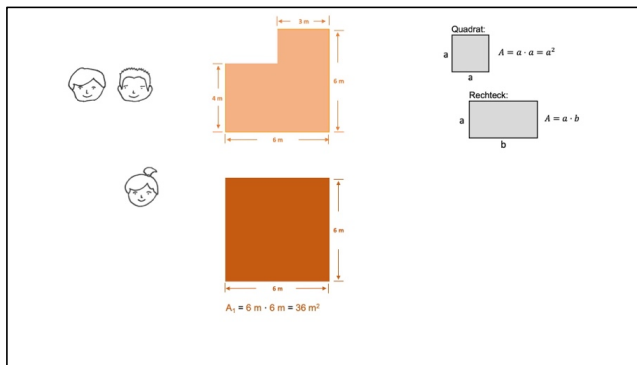
Aufforderung zur antizipativen Selbsterklärung:

Findest du für Sophie, Luca und Armin verschiedene Möglichkeiten, wie ihnen das gezeigte Quadrat und Rechteck helfen können? Zeichne diese ein und kennzeichne jeweils ganz konkret, wo bei dir Quadrate („Q“) und/ oder wo Rechtecke („R“) zu sehen sind.

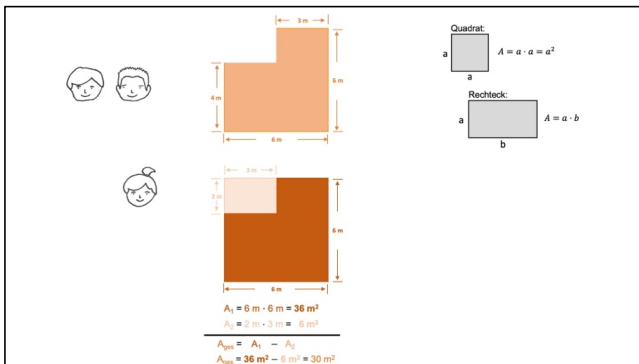
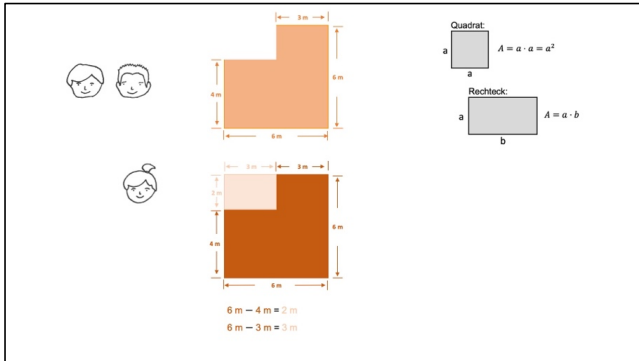
1. Möglichkeit 2. Möglichkeit 3. Möglichkeit

Schau mal, jetzt fehlen aber noch die Angaben von einigen Seitenlängen. Kannst du den dreien helfen und aus den gegebenen Seitenlängen die fehlenden Seitenlängen ermitteln?

1. Möglichkeit 2. Möglichkeit 3. Möglichkeit



- 22 „Sophie ist bei Ihrer Lösung dabei so vorgegangen:
- 23 Sophie erkennt, dass man die gegebene Figur zu einem Quadrat ergänzen kann.
- 24 Sie schließt durch ihre Ergänzung die kleine Lücke oben links und ihr Quadrat sieht
- 25 dann so aus.
- 26
- 27 Von einem Quadrat kann Sophie ja bereits den Flächeninhalt berechnen. Wie
- 28 Sophie die Berechnung vorgenommen hat, zeigt sie dir jetzt. Die Seitenlängen des
- 29 Quadrats sind Sophie bereits gegeben und betragen jeweils 6 m.
- 30
- 31 Für den Flächeninhalt A_1 des Quadrats rechnet sie also: 6 Meter mal 6 Meter. Das
- 32 ergibt 36 Quadratmeter.
- 33
- 34 Sophie bemerkt aber, dass sie jetzt von einer zu großen Fläche den
- 35 Flächeninhalt bestimmt hat. Denn schau mal: Schließlich hat die
- 36 Ausgangsfläche oben links ja eine kleine Lücke, die ja gar nicht mitberechnet
- 37 werden soll.“
- 38 „Diese Lücke hat die Form eines Rechtecks. Der Flächeninhalt dieses Rechtecks
- 39 muss also jetzt von dem Flächeninhalt des Quadrats wieder abgezogen werden.
- 40 Sophie muss dafür aber nun zunächst die fehlenden Seitenlängen des Rechtecks
- 41 bestimmen.
- 42
- 43 Denn: keine der beiden Seitenlängen des Rechtecks sind Sophie gegeben, das
- 44 heißt, sie kann die benötigten Seiten nicht einfach ablesen, sondern muss
- 45 zunächst aus den gegebenen Seitenlängen die fehlenden Seitenlängen
- 46 berechnen.
- 47
- 48 Um die Berechnung vorzunehmen, weiß Sophie, dass bei einem Quadrat alle
- 49 Seiten gleich lang sind. Auch ist ihr links bereits eine Seitenlänge von 4 m
- 50 gegeben. Um nun die erste fehlende Seitenlänge zu ermitteln, rechnet Sophie...“



Aufforderung zur prinzipienbasierten Selbsterklärung:

Hat Sophie zur Lösungsfindung eine deiner zuvor aufgezeigten Möglichkeiten genutzt?
Wenn ja: Welche?

Wie ist Sophie bei der Lösungsfindung vorgegangen?
Beschreibe ihr Vorgehen in deinen eigenen Worten.
Beziehe dich dabei auf Sophies gesamten Lösungsprozess.

51 „... 6 Meter minus 4 Meter. Das ergibt 2 Meter.

52

53 Die kurze Seite des Rechtecks ist also 2 Meter lang.

54

55 Nun fehlt Sophie aber noch die zweite fehlende Seitenlänge. Auch hier weiß
56 Sophie ja bereits, dass die Seiten des Quadrats 6 Meter lang sind. Auch ist ihr eine
57 Seitenlänge von 3 Metern gegeben. Um nun die fehlende Seitenlänge zu
58 ermitteln, rechnet Sophie:

59

60 6 Meter minus 3 Meter. Das sind 3 Meter.

61

62 Also ist die andere Seite des Rechtecks 3 Meter lang. Jetzt hat Sophie alle
63 Seitenlängen bestimmt, um den Flächeninhalt des Rechtecks zu berechnen.“

64

65 „Für den Flächeninhalt A_2 des Rechtecks rechnet Sophie nun also:

66

67 2 Meter mal 3 Meter. Das ergibt 6 Quadratmeter.

68

69 Jetzt hat sie also beide Flächeninhalte berechnet.

70

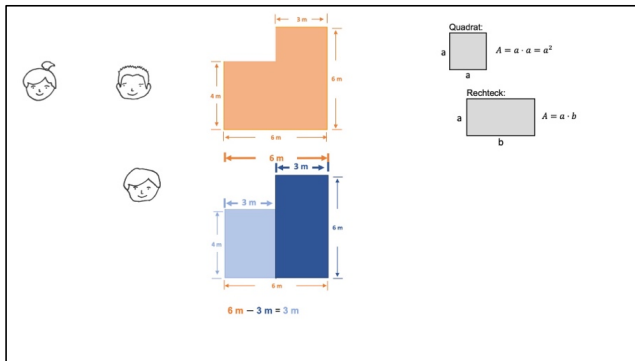
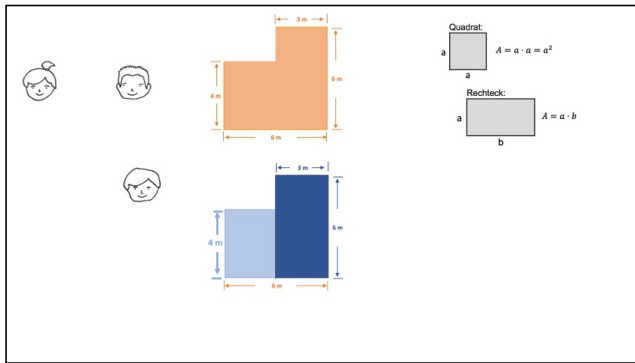
71 Sophie hat zuerst den Flächeninhalt A_1 des Quadrats berechnet und dabei
72 festgestellt, dass die Größe der Fläche des Quadrats um die Größe der Fläche
73 des Rechtecks oben links zu groß ist. Um jetzt den gesuchten Flächeninhalt zu
74 bestimmen, rechnet Sophie den Flächeninhalt A_1 des Quadrats minus den
75 Flächeninhalt A_2 des Rechtecks.

76

77 Mit eingesetzten Werten heißt das also:

78

79 36 Quadratmeter minus 6 Quadratmeter. Das sind gleich 30 Quadratmeter. Der
80 gesuchte Flächeninhalt ist also 30 Quadratmeter groß.“



81 „Aber auch Luca und Armin haben einen Weg gefunden, wie sie den gesuchten
82 Flächeninhalt berechnen können.

83

84 Luca ist zum Beispiel so vorgegangen: Er erkennt, dass man die Fläche in der
85 Mitte von unten nach oben zerlegen kann. Mit Hilfe seiner vorgenommenen
86 Zerlegung erhält er diese zwei Rechtecke.

87

88 Von beiden Rechtecken kann Luca nun einzeln den Flächeninhalt berechnen und
89 diese dann addieren.

90

91 Für das rechte (dunkelblaue) Rechteck kann er alle relevanten Seitenlängen
92 direkt ablesen. Bei dem linken (hellblauen) Rechteck kann er das leider nicht.“

93

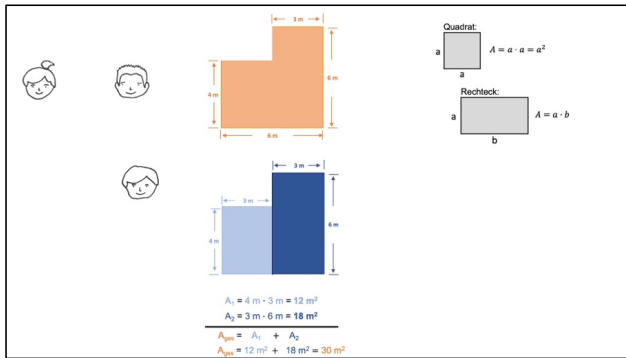
94 „Hier kann Luca zwar die Länge von 4 Metern direkt ablesen, aber es fehlt ihm
95 die zweite Seitenlänge. Diese muss Luca zunächst berechnen. Im Folgenden siehst
96 du, wie Luca das gemacht hat.

97

98 Ihm fällt auf, dass er die gesamte Seitenlänge des Quadrats von 6 Metern kennt,
99 und er weiß, dass die eine Seitenlänge des rechten (dunkelblauen) Rechtecks 3
100 Meter beträgt.

101

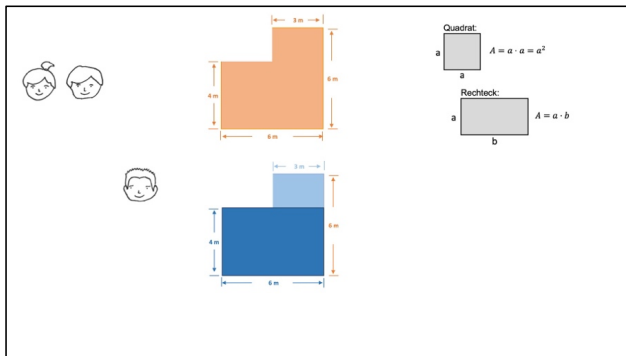
102 Jetzt muss Luca nur noch die Differenz dieser beiden Längen bilden. Dann hat er
103 auch für das linke (hellblaue) Rechteck alle notwendigen Seitenlängen, um den
104 Flächeninhalt berechnen zu können. Luca rechnet also 6 Meter minus 3 Meter.
105 Das ergibt 3 Meter.“



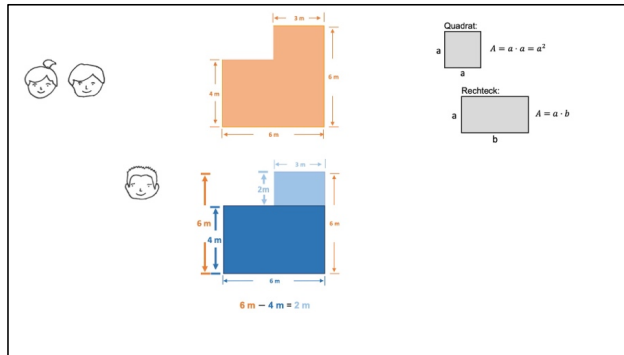
Aufforderung zur prinzipienbasierten Selbsterklärung:

Hat Luca zur Lösungsfindung eine deiner zuvor aufgezeigten Möglichkeiten genutzt?
 Wenn ja: Welche?

Wie ist Luca bei der Lösungsfindung vorgegangen?
 Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten.
 Beziehe dich dabei auf Lucass gesamten Lösungsprozess.



- 106 „Die Seiten des linken (hellblauen) Rechtecks sind also 4 Meter und 3 Meter lang.
 107
 108 Jetzt kennt Luca von beiden Rechtecken die Seitenlängen und kann mit der
 109 Berechnung der Flächeninhalte beginnen.
 110
 111 Für den Flächeninhalt A_1 des linken (hellblauen) Rechtecks rechnet Luca 4 Meter
 112 mal 3 Meter und erhält 12 Quadratmeter.
 113
 114 Jetzt berechnet er noch den Flächeninhalt A_2 des rechten (dunkelblauen)
 115 Rechtecks. Hierfür rechnet Luca 3 Meter mal 6 Meter. Das ergibt 18
 116 Quadratmeter.
 117
 118 Da er jetzt die beiden Flächeninhalte der beiden Rechtecke berechnet hat, muss
 119 er beide noch addieren, um den gesuchten Flächeninhalt zu bestimmen.
 120
 121 Also rechnet Luca 12 Quadratmeter plus 18 Quadratmeter und erhält genau wie
 122 Sophie 30 Quadratmeter.
 123
 124 Auch bei Luca beträgt der gesuchte Flächeninhalt somit 30 Quadratmeter.“
 125
 126 „Armin hat noch einen anderen Lösungsweg gefunden, welchen er dir jetzt
 127 vorstellt.
 128
 129 Armin zerlegt die Fläche horizontal, also von links nach rechts, und erhält dadurch
 130 ein großes (dunkelblaues) Rechteck unten und ein kleines (hellblaues) Rechteck
 131 oben.
 132
 133 Während Armin für das untere (dunkelblaue) Rechteck alle Seitenlängen zur
 134 Berechnung des Flächeninhalts gegeben hat, ...“



135 „... fehlt ihm die Angabe der einen Seitenlänge des oberen (hellblauen) Rechtecks.
 136 Diese muss er nun erst einmal berechnen.

137
 138 Armin weiß, dass die gesamte Seite der Ausgangsfigur 6 Meter lang ist und die
 139 Seite des unteren (dunkelblauen) Rechtecks 4 Meter beträgt.

140
 141 Er muss also die Differenz aus beiden Seitenlängen bilden und rechnet dafür 6
 142 Meter minus 4 Meter und erhält 2 Meter.“

143
 144
 145
 146
 147

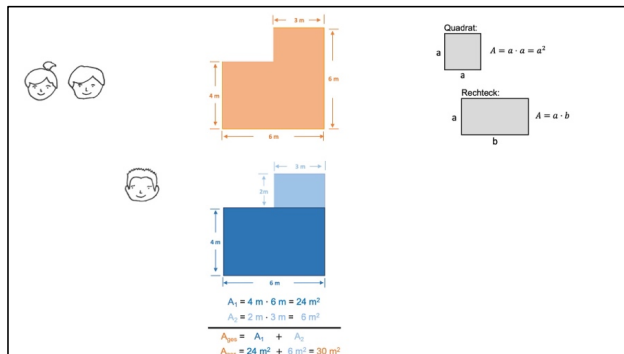
148 „Jetzt kennt Armin die Seitenlängen beider Rechtecke und kann mit der
 149 Flächenberechnung beginnen.

150
 151 Für den Flächeninhalt des unteren (dunkelblauen) Rechtecks A_1 rechnet Armin 4
 152 Meter mal 6 Meter. Das ergibt 24 Quadratmeter.

153
 154 Jetzt berechnet er noch den Flächeninhalt A_2 für das obere (hellblaue) Rechteck.
 155 Armin rechnet 2 Meter mal 3 Meter. Das sind 6 Quadratmeter.

156
 157 Beide Flächeninhalte müssen nun noch addiert werden, um den gesuchten
 158 Flächeninhalt zu erhalten.

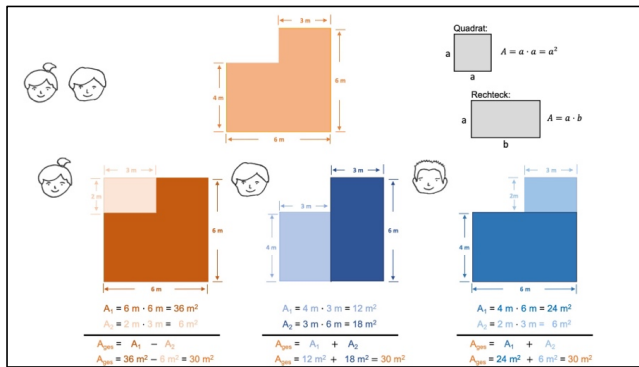
159
 160 Deswegen rechnet Armin 24 Quadratmeter plus 6 Quadratmeter und erhält 30
 161 Quadratmeter. Somit beträgt der gesuchte Flächeninhalt auch bei Armin 30
 162 Quadratmeter.“



Aufforderung zur prinzipienbasierten Selbsterklärung:

Hat Armin zur Lösungsfindung eine deiner zuvor aufgezeigten Möglichkeiten genutzt?
 Wenn ja: Welche?

Wie ist Armin bei der Lösungsfindung vorgegangen?
 Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten.
 Beziehe dich dabei auf Armins gesamten Lösungsprozess.



- 163 „Wie du sehen konntest, sind alle drei bei der Lösungsfindung unterschiedlich
 164 vorgegangen.
 165
 166 Sophie, Luca und Armin haben die Fläche so ergänzt bzw. zerlegt, dass sie die
 167 Flächeninhaltsformeln für Quadrate bzw. Rechtecke anwenden können, um den
 168 Flächeninhalt zu berechnen.
 169
 170 Bei Sophies Lösung wird von dem Flächeninhalt des Quadrats der Flächeninhalt
 171 eines Rechtecks abgezogen. Luca und Armin addieren jeweils ihre beiden
 172 entstandenen Rechtecke und erhalten dadurch ebenfalls den gesamten
 173 Flächeninhalt.“

Aufforderung zur prinzipienbasierten Selbsterklärung:

Jetzt schauen wir noch einmal zurück.

Überlege noch einmal: Was genau war das Problem? Und was haben Sophie, Luca und Armin genau gemacht, um ihr Problem zu lösen?

Das Problem der Aufgabe war:

Welches Vorgehen hat zur Lösungsfindung beigetragen?

Die Lösung von Sophie unterscheidet sich deutlich von den Lösungen von Armin und Luca. Was ist der entscheidende Unterschied?

Anhang VII. Vorlage zur Formulierung von Selbsterklärungen in TG 2

Fragen zu dem Erklärvideo

Was ist das Problem der Aufgabe?

Welche Möglichkeiten fallen dir ein, wie die drei bei der Berechnung des Flächeninhalts vorgehen können?

Schreibe deine Gedanken in eigenen Worten auf.

Du brauchst hier nichts zu rechnen.



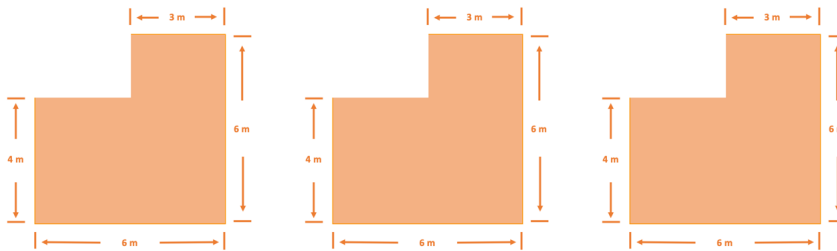
Bitte blättere erst auf die nächste Seite um, wenn du aufgefordert wirst das Video erneut zu stoppen.

Findest du für Sophie, Luca und Armin verschiedene Möglichkeiten, wie ihnen das gezeigte Quadrat und Rechteck helfen können?
 Zeichne diese ein und kennzeichne jeweils ganz konkret, wo bei dir Quadrate („Q“) und/ oder wo Rechtecke („R“) zu sehen sind.

1. Möglichkeit

2. Möglichkeit

3. Möglichkeit



Schau mal, jetzt fehlen aber noch die Angaben von einigen Seitenlängen.
 Kannst du den dreien helfen und aus den gegebenen Seitenlängen die fehlenden Seitenlängen ermitteln?

1. Möglichkeit

2. Möglichkeit

3. Möglichkeit

Blank area for drawing and labeling the shapes.



Bitte blättere erst auf die nächste Seite um, wenn du aufgefordert wirst das Video erneut zu stoppen

Lösungsweg von Sophie:

Hat Sophie zur Lösungsfindung eine deiner zuvor aufgezeigten Möglichkeiten genutzt?
Wenn ja: Welche?

Wie ist Sophie bei der Lösungsfindung vorgegangen?
Beschreibe ihr Vorgehen in deinen eigenen Worten.
Beziehe dich dabei auf Sophies gesamten Lösungsprozess.



Bitte blättere erst auf die nächste Seite um, wenn du aufgefordert wirst das Video erneut zu stoppen

Lösungsweg von Luca:

Hat Luca zur Lösungsfindung eine deiner zuvor aufgezeigten Möglichkeiten genutzt?
Wenn ja: Welche?

Wie ist Luca bei der Lösungsfindung vorgegangen?
Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten.
Beziehe dich dabei auf Lucas gesamten Lösungsprozess.



Bitte blättere erst auf die nächste Seite um, wenn du aufgefordert wirst das Video erneut zu stoppen

Lösungsweg von Armin:

Hat Armin zur Lösungsfindung eine deiner zuvor aufgezeigten Möglichkeiten genutzt?
Wenn ja: Welche?

Wie ist Armin bei der Lösungsfindung vorgegangen?
Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten.
Beziehe dich dabei auf Armins gesamten Lösungsprozess.



Bitte blättere erst auf die nächste Seite um, wenn du aufgefordert wirst das Video erneut zu stoppen

Jetzt schauen wir noch einmal zurück.

Überlege noch einmal: Was genau war das Problem? Und was haben Sophie, Luca und Armin genau gemacht, um ihr Problem zu lösen?

Das mathematische Problem der Aufgabe war:

Welches Vorgehen hat zur Lösungsfindung beigetragen?

Die Lösung von Sophie unterscheidet sich deutlich von den Lösungen von Armin und Luca. Was ist der entscheidende Unterschied?

Geschafft!
Das Lösungsbeispiel hast du jetzt vollständig bearbeitet

Anhang VIII. Erwartungshorizont zu den Selbsterklärungen aus der Laboruntersuchung

Wie ist Sophie bei der Lösungsfindung vorgegangen?
Beschreibe ihr Vorgehen in deinen eigenen Worten.
Beziehe dich dabei auf Sophies gesamten Lösungsprozess.

Sophie hat die Figur zu einem Quadrat ergänzt und hat dann die fehlenden Seitenlängen des ergänzten Rechtecks bestimmt. Anschließend hat sie den Flächeninhalt des Quadrats und den Flächeninhalt des Rechtecks ermittelt. Um den gesuchten Flächeninhalt zu erhalten, subtrahiert sie den Flächeninhalt des Rechtecks von dem Flächeninhalt des Quadrats.

Wie ist Luca bei der Lösungsfindung vorgegangen?
Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten.
Beziehe dich dabei auf Lucas gesamten Lösungsprozess.

Luca zerlegt die Figur in zwei Rechtecke (linkes und rechtes Rechteck) und ermittelt zunächst die fehlende Seitenlänge des linken Rechtecks. Anschließend ermittelte er von beiden Rechtecken den Flächeninhalt und addiert diese, um den gesuchten Flächeninhalt zu erhalten.

Wie ist Armin bei der Lösungsfindung vorgegangen?
Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten.
Beziehe dich dabei auf Armins gesamten Lösungsprozess.

Armin zerlegt die Figur in zwei Rechtecke (Rechtecke oben und unten) und ermittelt zunächst die fehlende Seitenlänge des oberen Rechtecks. Anschließend ermittelte er von beiden Rechtecken den Flächeninhalt und addiert diese, um den gesuchten Flächeninhalt zu erhalten.

Anhang IX. Transkriptionsregeln

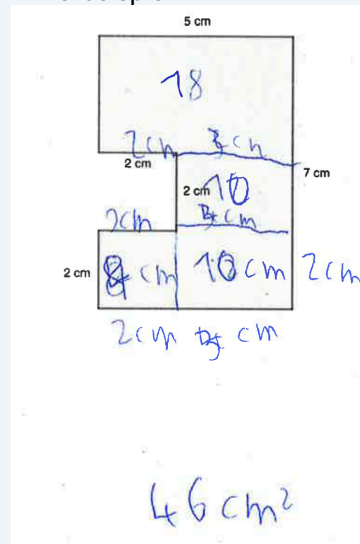
Transkriptionsregel		Beispiel
Absätze je Kontext	<p>Für jeden zusammenhängenden Kontext (z.B. Bearbeitungsaktivität) gibt es zur Wahrung der Übersicht durch zweimaliges Drücken der -Enter-Taste (also einer Leerzeile) einen eigenen Absatz.</p> <p>Es werden Zeitmarken gesetzt, um Transkription und Originalaufnahme miteinander zu verbinden.</p>	<p>S schreibt: Dann rechne ich alles zusammen.</p> <p>[S blättert um zur nächsten Seite]</p>
Sprecher_innenbeitrag Testleitung	<p>Vor jeden Sprecher_innenbeitrag der Testleitung wird die Abkürzung TL gesetzt.</p> <p>Bei mehreren Testleistungen wird zur Unterscheidung das Kürzel TL durch Nummern ergänzt (TL1, TL2).</p>	<p>TL1: „Dabei kann ich dir leider nicht helfen.“</p> <p>TL2: „Vielleicht kann ich dir helfen.“</p>
Sprecher_innenbeitrag Schüler_innen	<p>Vor jeden Sprecher_innenbeitrag der Schüler*innen wird zur Abkürzung und Wahrung der Anonymität das Kürzel S verwendet.</p>	<p>S: „Ich habe eine Frage.“</p>
Wörtliche Transkription der Sprachbeiträge	<p>Es wird wörtlich transkribiert.</p> <p>Wörtliche Rede wird in Anführungsstriche gesetzt, um wörtliche Sprachbeiträge von schriftlichen Beiträgen zu unterscheiden.</p> <p>Sprache und Interpunktion wird leicht geglättet, also an das Schriftdeutsch angepasst.</p> <p>Füllwörter des Sprechenden wie „ähm“, „mhm“ werden nicht mittranskribiert.</p> <p>Sprechpausen werden nicht mittranskribiert.</p> <p>Ausgesprochene Zahlwörter werden zur besseren Lesbarkeit in Zahlschreibweise notiert.</p> <p>Ausgesprochene Rechenoperationen werden zur besseren Lesbarkeit in Zeichenschreibweise notiert.</p>	<p>Anstatt:</p> <p>S: „Ich ähm hab da ma ne Frage.“</p> <p>wird notiert:</p> <p>S: „Ich habe da mal eine Frage.“</p> <p>S: „Kann ich hier 2 + 5 rechnen?“</p>
Kurze Einwüfe	<p>Kurze Einwüfe wie „ja“ werden in Klammern in den Sprechbeitrag integriert.</p> <p>Einwüfe wie zustimmende „mhm“-Laute werden nicht mit transkribiert.</p>	<p>S: Nur jetzt zum Ende (TL: Ja) oder schon länger?</p>
Transkription von Mitschriften der schriftlichen Schüler_innenlösungen	<p>Mitschriften der Schüler_innen auf den Arbeitsblättern werden schriftbildlich übernommen und als Fließtext transkribiert.</p> <p>Prompts in denen gezeichnet wurde, werden zusätzlich als Scan eingefügt.</p>	<p>S schreibt: Ich habe erst in der mitte ein Strich gemacht und dan 5m * 3m gerechnet.</p>

	Mitschriften der Problemlöseaufgaben PLA 2 und PLA 4 werden ebenfalls zusätzlich als Scan eingefügt.	
Unverständliche und unleserliche Begriffe/ Passagen	<p>Unverständliche Begriffe und Passagen werden mithilfe des Kürzels (unverständlich) gekennzeichnet. Fehler! Textmarke nicht definiert.</p> <p>Unverständliche Begriffe und Passagen, deren Inhalt man im Kontext errahnen konnte, werden mit dem Zusatz „unverständlich“ in runde Klammern gesetzt.</p> <p>Unleserliche Begriffe und Passagen werden durch „(unleserlich)“ gekennzeichnet</p> <p>Unleserliche Begriffe und Passagen, deren Inhalt man im Kontext errahnen konnte, werden mit dem Zusatz „unleserlich“ in runde Klammern gesetzt.</p>	<p>S: „Kann ich (unverständlich)?“</p> <p>S: „Kann ich (unverständlich: hier auch etwas wegnehmen)?“</p> <p>S schreibt: Dan rechn ich alles (unleserlich).</p> <p>S schreibt: Dan rechn ich alles (unleserlich: zusammen).</p>
weitere Aktivitäten	<p>Weitere Schüler_innenaktivitäten werden in eckige Klammern gesetzt: [Aktivität].</p> <p>Schreibaktivitäten werden im Fließtext aufgeschrieben</p>	<p>[spult vor zu Sophie/ Armin/ Luca/ ...]</p> <p>[blättert um zu...]</p> <p>[Pausiert das Video]</p> <p>S schreibt: Er hat sie auch in zwei Rechtecke aufgeteilt.</p>
Transkription Erklärvideo	<p>Originalton des Erklärvideos und Textpassage der schriftlichen Musterlösung werden in der Regel nicht vollständig transkribiert. Stattdessen werden zur Wahrung der Gesamtübersicht entsprechende Passagen mit Hilfe doppelt geschweiften Klammern stichwortartig zusammengefasst.</p> <p>Auszugsweise werden Originalton des Erklärvideos wörtlich in geschweiften Klammern nur dann transkribiert, wenn während der Ansicht pausiert, gespult wird oder Auszüge erneut angesehen werden. Dabei werden Transkriptionsauslassungen mit [...] gekennzeichnet.</p>	<p>{{Lösungsweg von Sophie wird erklärt}}</p> <p>{Wildblumenwiese für Bienen und Hummeln anlegen. Der Hausmeister hat ihnen dieses Beet zur Verfügung gestellt. [...]}</p>

Anhang X. Kategoriensystem: Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgabe PLA 2

Liste der Codes	Memo	Häufigkeit (%)
Bewertung des Bearbeitungserfolgs PLA 2	Diese Kategorie dient der Evaluierung des Bearbeitungserfolgs der Problemlöseaufgabe (PLA) 2 aus der Auswahltestung.	38 (100.0%)
keine erfolgreiche Bearbeitung		12 (31.6%)
(0) keine Bearbeitung	Der Code "keine Bearbeitung" wird vergeben, wenn keine Bearbeitung der PLA 2 erfolgte. Als keine Bearbeitung wird definiert, wenn das Aufgabenblatt leer bleibt oder Geschriebenes durchgestrichen wird.	1 (2.6%)
(1) keine geeigneten Heuristiken ausgewählt	Der Code "keine geeigneten Heuristiken ausgewählt" wird vergeben, wenn Schüler_innen für eine Bearbeitung von PLA 2 keine Heuristiken ausgewählt haben. Beispielsweise erfolgte keine Einzeichnung einer Zerlegung oder Ergänzung in die gegebene Skizze, in Kombination mit einer vorgenommenen Berechnung des Umfangs. Ankerbeispiel: Der Flächeninhalt ist 18 cm.  (Lilly)	6 (15.8%)
(2) geeignete Heuristiken ausgewählt, Anwendung nicht zielführend	Der Code "geeignete Heuristiken ausgewählt, Anwendung nicht zielführend" wird vergeben, wenn Schüler_innen für eine Bearbeitung von PLA 2 zwar grundsätzlich geeignete Heuristiken ausgewählt haben, welche sie dann jedoch nicht zielführend anwendeten. Beispielsweise erfolgte zwar eine geeignete Einzeichnung einer Zerlegung oder Ergänzung in die vorliegende Skizze, jedoch erfolgte dann eine Berechnung des Umfangs von den zerlegten/ ergänzten Teilflächen.	5 (13.2%)

Ankerbeispiel:



(Matti)

erfolgreiche Bearbeitung

**26
(68.4%)**

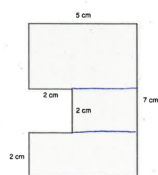
(3) geeignete Heuristiken ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet

Der Code "geeignete Heuristiken ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet" wird vergeben, wenn Schüler_innen für eine Bearbeitung von PLA 2 geeignete Heuristiken auswählten und auch korrekt anwendeten, sich bei der Bearbeitung aber Fehler in den Größenangaben und/ oder arithmetische Fehler in den vorgenommenen Berechnungen zeigten.

16
(42.1%)

Beispielsweise erfolgte eine geeignete Einzeichnung einer Zerlegung oder Ergänzung in die vorliegende Skizze und eine zielführende Anwendung, jedoch verrechneten sich Schüler_innen in der Multiplikation von Seitenlängen und/ oder gaben keine bzw. falsche Größen an.

Ankerbeispiele:



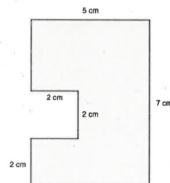
$$5\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 15\text{ cm}$$

$$3\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = 6\text{ cm}$$

$$2\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} = 10\text{ cm}$$

$$15\text{ cm} + 6\text{ cm} + 10\text{ cm} = 31\text{ cm}$$

(Marie)



~~5027~~ ~~5 cm \cdot 7 cm~~

$$5\text{ cm} \cdot 7\text{ cm} = 40\text{ m}^2$$

$$2\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = 4\text{ m}^2$$

$$40\text{ m}^2 - 4\text{ m}^2 = 36\text{ m}^2$$

~~Gesamtfläche 36~~

Flächeninhalt 36 m^2

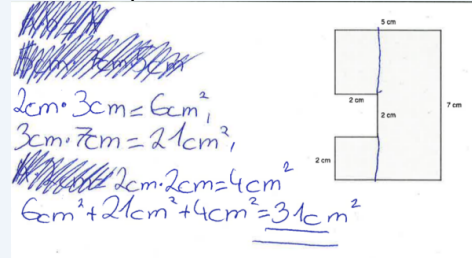
(Clara)

(4) geeignete Heurismen ausgewählt und korrekt angewendet

Der Code "geeignete Heurismen ausgewählt, Anwendung korrekt" wird vergeben, wenn Schüler_innen für eine Bearbeitung von PLA 2 geeignete Heurismen ausgewählt und vollständig korrekt angewendet haben.

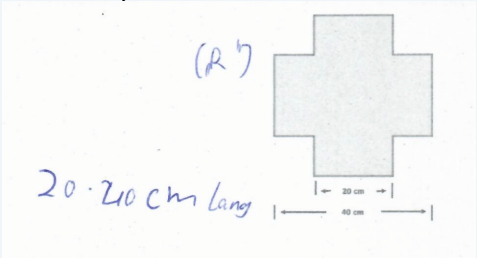
10
(26.3%)

Ankerbeispiel:



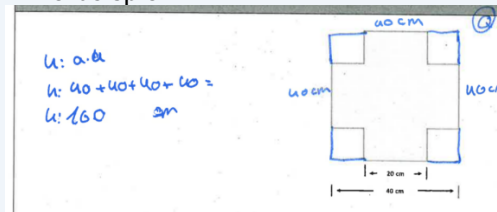
(Elena)

Anhang XI. Kategoriensystem: Bearbeitungserfolg bei Problemlöseaufgabe PLA 3

Liste der Codes	Memo	Häufigkeit (%)
Bewertung des Bearbeitungserfolgs PLA 3	Diese Kategorie dient der Evaluierung des Bearbeitungserfolgs der Problemlöseaufgabe (PLA) 3 zur selbstständigen Bearbeitung im Rahmen der Laboruntersuchung.	38 (100.0%)
keine erfolgreiche Bearbeitung		12 (31.6%)
(0) keine Bearbeitung	Der Code "keine Bearbeitung" wird vergeben, wenn keine Bearbeitung der PLA 3 erfolgte. Als keine Bearbeitung wird definiert, wenn das Aufgabenblatt (inhaltlich) leer bleibt oder Geschriebenes durchgestrichen wird.	1 (2.6%)
(1) keine geeigneten Heurismen ausgewählt	Der Code "keine geeigneten Heurismen ausgewählt" wird vergeben, wenn Schüler_innen für eine Bearbeitung von PLA 3 keine Heurismen ausgewählt haben. Beispielsweise erfolgte keine Einzeichnung einer Zerlegung oder Ergänzung in die gegebene Skizze, in Kombination mit einer vorgenommenen Berechnung des Umfangs oder sonstigen fehlerhaften Berechnungen. Ankerbeispiel: 	4 (10.6%)
(2) geeignete Heurismen ausgewählt, Anwendung nicht zielführend	Der Code "geeignete Heurismen ausgewählt, Anwendung nicht zielführend" wird vergeben, wenn Schüler_innen für eine Bearbeitung von PLA 3 zwar grundsätzlich geeignete Heurismen ausgewählt haben, welche sie dann jedoch nicht zielführend anwendeten.	7 (18.4%)

Beispielsweise erfolgte zwar eine geeignete Einzeichnung einer Zerlegung oder Ergänzung in die vorliegende Skizze, jedoch erfolgte dann eine Berechnung des Umfangs von den zerlegten/ ergänzten Teilflächen.

Ankerbeispiel:



(Enna)

erfolgreiche Bearbeitung

26
(68.4%)

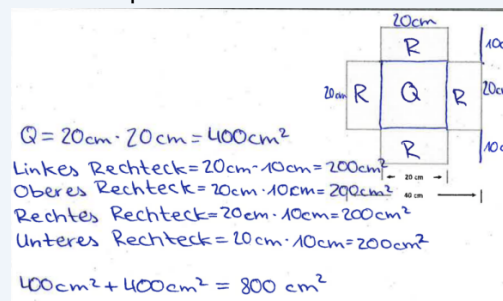
(3) geeignete Heuristiken ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet

Der Code "geeignete Heuristiken ausgewählt und – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt angewendet" wird vergeben, wenn Schüler_innen für eine Bearbeitung von PLA 3 geeignete Heuristiken auswählten und auch korrekt anwendeten, sich bei der Bearbeitung aber Fehler in den Größenangaben und/ oder arithmetische Fehler in den vorgenommenen Berechnungen zeigten.

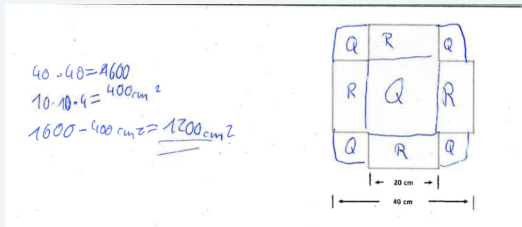
13
(34.2%)

Beispielsweise erfolgte eine geeignete Einzeichnung einer Zerlegung oder Ergänzung in die vorliegende Skizze und eine zielführende Anwendung, jedoch verrechneten sich Schüler_innen in der Multiplikation von Seitenlängen und/ oder gaben keine bzw. falsche Größen an.

Ankerbeispiele:



(Marie)



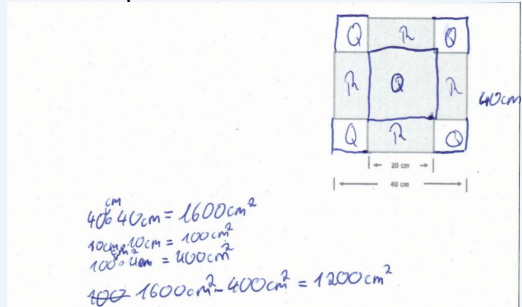
(Falk)

(4) geeignete Heuristiken ausgewählt und korrekt angewendet

Der Code "geeignete Heuristiken ausgewählt, Anwendung korrekt" wird vergeben, wenn Schüler_innen für eine Bearbeitung von PLA 3 geeignete Heuristiken ausgewählt und vollständig korrekt angewendet haben.

13
(34.2%)


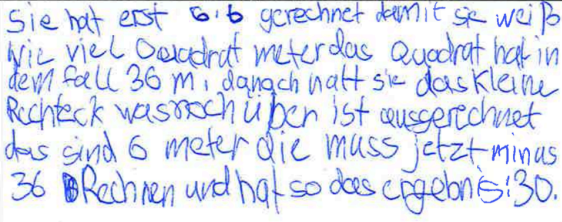
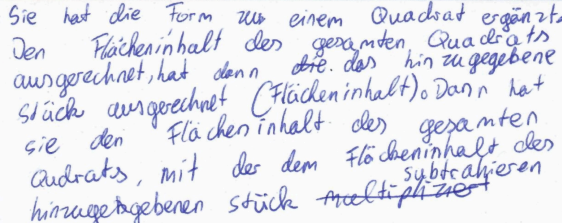
Ankerbeispiel:

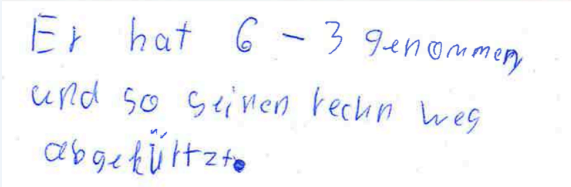
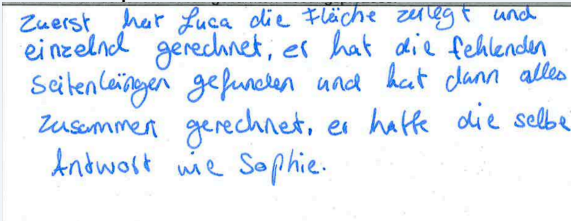


(Leon)

Anhang XII. Kategoriensystem: Bearbeitungserfolg bei Selbsterklärungen

Liste der Codes	Memo	Häufigkeit (%)
Bewertung des Bearbeitungserfolgs Lösungsbeispiel	Diese Kategorie dient der Evaluierung des Bearbeitungserfolgs von formulierten Selbsterklärungen nach Ansicht der drei präsentierten Lösungswege Ergänzungsprinzip, Zerlegungsprinzip vertikal, Zerlegungsprinzip horizontal.	
Lösungsweg Ergänzungsprinzip	Diese Unterkategorie dient der Evaluierung des Bearbeitungserfolgs von formulierten Selbsterklärungen zum Lösungsweg des Ergänzungsprinzips: Prompt: "Wie ist Sophie bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe ihr Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Sophies gesamten Lösungsprozess."	38 (100.0%)
keine erfolgreiche Bearbeitung		11 (28.9%)
0) keine Bearbeitung	Der Code "keine Bearbeitung" wird vergeben, wenn keine Selbsterklärung zur Phase 3 (Ergänzungsprinzip) formuliert wurde oder Geschriebenes durchgestrichen ist.	2 (5.3%)
(1) keine geeigneten Heuristiken beschrieben	Der Code "keine geeigneten Heuristiken beschrieben" wird vergeben, wenn aus den formulierten Selbsterklärungen zur Phase 3 (Ergänzungsprinzip) keine Heuristiken erkennbar sind. Ankerbeispiel: 	3 (7.9%)
(2) geeignete Heuristiken nicht zielführend beschrieben	Der Code "geeignete Heuristiken nicht zielführend beschrieben" wird vergeben, wenn formulierte Selbsterklärungen zur Phase 3 (Ergänzungsprinzip) zwar geeignete Heuristiken aufgreifen, eine Beschreibung der Anwendung jedoch nicht zu einem korrekten Ergebnis führen würden. Beispielsweise wird auf die Ergänzung der Figur eingegangen, jedoch erfolgte dann die Beschreibung der Berechnung eines Umfangs.	6 (15.7%)

	<p>Ankerbeispiel:</p>  <p>(Jasper)</p>	
erfolgreiche Bearbeitung		27 (71.1%)
(3) geeignete Heurismen – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt beschrieben	<p>Der Code „geeignete Heurismen nicht vollständig korrekt beschrieben“ wird vergeben, wenn formulierte Selbsterklärungen zur Phase 3 (Ergänzungsprinzip) geeignete Heurismen nicht vollständig korrekt beschreiben.</p> <p>Beispielsweise wird die Ergänzung der Figur beschrieben, jedoch weisen die Beschreibungen arithmetische Fehler und/ oder Größenfehler auf.</p> <p>Ankerbeispiel:</p>  <p>(Hauke)</p>	1 (2.7%)
(4) geeignete Heurismen korrekt beschrieben	<p>Der Code „geeignete Heurismen korrekt beschrieben“ wird vergeben, wenn formulierte Selbsterklärungen zur Phase 3 (Ergänzungsprinzip) geeignete Heurismen vollständig und korrekt beschreiben.</p> <p>Ankerbeispiel:</p>  <p>(Leon)</p>	26 (68.4%)
Lösungsweg Zerlegungsprinzip vertikal	Diese Unterkategorie dient der Evaluierung des Bearbeitungserfolgs von formulierten Selbsterklärungen zum Lösungsweg des Zerlegungsprinzip vertikal:	38 (100.0%)

	Prompt: „Wie ist Luca bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Lucas gesamten Lösungsprozess.“	
keine erfolgreiche Bearbeitung		11 (29.0%)
(0) keine Bearbeitung	Der Code „keine Bewertung möglich“ wird vergeben, wenn keine Selbsterklärung zur Phase 3 (Zerlegungsprinzip – vertikal) formuliert wurde oder Geschriebenes durchgestrichen ist.	1 (2.6%)
(1) keine geeigneten Heurismen beschrieben	Der Code „keine geeigneten Heurismen erkennbar“ wird vergeben, wenn aus den formulierten Selbsterklärungen zur Phase 3 (Zerlegungsprinzip vertikal) keine Heurismen erkennbar sind. Ankerbeispiel: 	5 (13.2%)
(2) geeignete Heurismen nicht zielführend beschrieben	Der Code „geeignete Heurismen nicht zielführend beschrieben“ wird vergeben, wenn formulierte Selbsterklärungen zur Phase 3 (Zerlegungsprinzip vertikal) zwar geeignete Heurismen aufgreifen, eine Beschreibung der Anwendung jedoch nicht zu einem korrekten Ergebnis führen würden. Beispielsweise wird auf die vertikale Zerlegung der Figur eingegangen, jedoch erfolgte dann die Beschreibung der Berechnung eines Umfangs. Ankerbeispiel: 	5 (13.2%)
		(Timo)
		(Enna)

erfolgreiche Bearbeitung

**27
(71.0%)**

(3) geeignete Heuristiken – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt beschrieben

Der Code "geeignete Heuristiken nicht vollständig korrekt beschrieben" wird vergeben, wenn formulierte Selbsterklärungen zur Phase 3 (Zerlegungsprinzip vertikal) geeignete Heuristiken nicht vollständig korrekt beschreiben.

3
(7.9%)

Beispielsweise wird die vertikale Zerlegung der Figur beschrieben, jedoch weisen die Beschreibungen arithmetische Fehler und/ oder Größenfehler auf.

Ankerbeispiel:

Er hat die Fläche in der Mitte geteilt.
Dann hat er die letzte Zahl herausgefunden und
somit konnte er dann so rechnen;
 $A_1 = 4 \cdot 3m = 12m^2$
Danach hat er die andere Hälfte auch zsm.
gerechnet und zwar so:
 $A_2 = 3m \cdot 6m = 18m^2$
somit hat er beide Ergebnisse zsm. gerechnet;
 $A_{ges} = 12m^2 + 18m^2 = 30m^2$

(Lucy)

(4) geeignete Heuristiken korrekt beschrieben

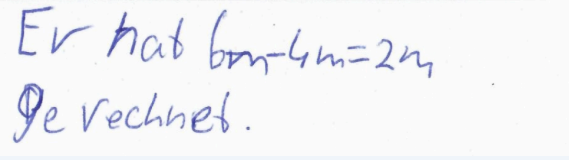
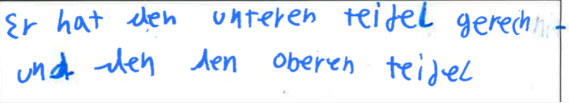
Der Code "geeignete Heuristiken korrekt beschrieben" wird vergeben, wenn formulierte Selbsterklärungen zur Phase 3 (Zerlegungsprinzip vertikal) geeignete Heuristiken vollständig und korrekt beschreiben.

24
(63.1%)

Ankerbeispiel:

Lucas hat Rechtecke eingezeichnet
dann konnte er beim rechten Rechteck
durch das ein fachales Ablesen
beim linken musste er das 3m
vom den 6m abziehen dann musste
er nur noch den Inhalt von beiden
Rechtecken zusammen rechnen und
schon hatte er das Ergebnis

(Matti)

Lösungsweg Zerlegungsprinzip horizontal	Diese Unterkategorie dient der Evaluierung des Bearbeitungserfolgs von formulierten Selbsterklärungen zum Lösungsweg des Zerlegungsprinzips horizontal: Prompt: "Wie ist Armin bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Armins gesamten Lösungsprozess."	38 (100.0%)
keine erfolgreiche Bearbeitung		12 (31.6%)
(0) keine Bearbeitung	Der Code "keine Bewertung möglich" wird vergeben, wenn keine Selbsterklärung zur Phase 3 (Zerlegungsprinzip – horizontal) formuliert wurde oder Geschriebenes durchgestrichen ist.	1 (2.6%)
(1) keine geeigneten Heuristiken beschrieben	Der Code „keine geeigneten Heuristiken erkennbar“ wird vergeben, wenn aus den formulierten Selbsterklärungen zur Phase 3 (Zerlegungsprinzip horizontal) keine Heuristiken erkennbar sind. Ankerbeispiel:  (Pia)	2 (5.3%)
(2) geeignete Heuristiken nicht zielführend beschrieben	Der Code „geeignete Heuristiken nicht zielführend beschrieben“ wird vergeben, wenn formulierte Selbsterklärungen zur Phase 3 (Zerlegungsprinzip horizontal) zwar geeignete Heuristiken aufgreifen, eine Beschreibung der Anwendung jedoch nicht zu einem korrekten Ergebnis führen würden. Beispielsweise wird auf die horizontale Zerlegung der Figur eingegangen, jedoch erfolgte dann die Beschreibung der Berechnung eines Umfangs. Ankerbeispiel:  (Jasper)	9 (23.7%)
erfolgreiche Bearbeitung		26 (68.4%)

(3) geeignete Heurismen – abgesehen von Größen- und/ oder Rechenfehlern – korrekt beschrieben

Der Code "geeignete Heurismen nicht vollständig korrekt beschrieben" wird vergeben, wenn formulierte Selbsterklärungen zur Phase 3 (Zerlegungsprinzip horizontal) geeignete Heurismen nicht vollständig korrekt beschreiben.

1
(2.6%)

Beispielsweise wird die horizontale Zerlegung der Figur beschrieben, jedoch weisen die Beschreibungen arithmetische Fehler und/ oder Größenfehler auf.

Ankerbeispiel:

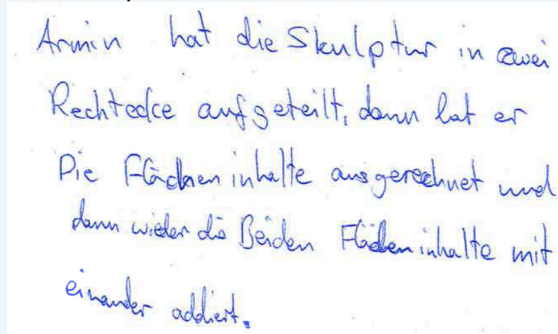
--

(4) geeignete Heurismen korrekt beschrieben

Der Code "geeignete Heurismen korrekt beschrieben" wird vergeben, wenn formulierte Selbsterklärungen zur Phase 3 (Zerlegungsprinzip horizontal) geeignete Heurismen vollständig und korrekt beschreiben.

25
(65.8%)

Ankerbeispiel:



Armin hat die Skulptur in zwei Rechtecke aufgeteilt, dann hat er die Flächeninhalte ausgerechnet und dann wieder die beiden Flächeninhalte mit einander addiert.

(Joris)

Anhang XIII. Kategoriensystem: Nutzung eines Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3

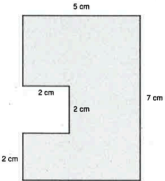
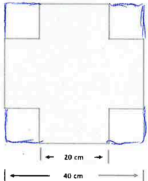
Liste der Codes	Memo	Häufigkeit
Nutzung LB während Bearbeitung von PLA 3	Diese Kategorie dient der Strukturierung und Evaluation einer Nutzung des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3.	
Wofür wird das Lösungsbeispiel genutzt?	Diese Kategorie dient der Strukturierung, wofür während der Bearbeitung von PLA 3 das Lösungsbeispiel genutzt wird.	7 (100.0%)
Nutzung zur Auswahl von Heurismen	<p>Dieser Code wird vergeben, wenn eine Nutzung des Lösungsbeispiels der Auswahl von Heurismen dient.</p> <p>Beispielsweise erfolgt im Anschluss einer Nutzung eine Einzeichnung einer Ergänzung oder einer Zerlegung.</p> <p>Ankerbeispiel: [S spielt das Video vom Anfang an erneut ab] {{Einführung des Videos}} {{Flächenberechnung von Vierecken}} {Sophie ist bei ihrer Lösung dabei so vorgegangen. [...] Für den Flächeninhalt A1 des Quadrats rechnet sie also $6m * 6m$ das ergibt 36} [S pausiert das Video] S zeichnet eine Ergänzung ein: (Lucy)</p>	2 (28.6%)
Nutzung zur Ausführung von Rechenoperationen	<p>Dieser Code wird vergeben, wenn eine Nutzung des Lösungsbeispiels der Ausführung von Rechenoperationen dient. Dabei wird dieser Code sowohl vergeben, wenn Rechenoperationen zur Anwendung von Heurismen geeignet sind als auch, wenn diese nicht geeignet sind</p> <p>Beispielsweise erfolgt eine Berechnung von Teilflächeninhalten.</p> <p>Ankerbeispiel: [S startet das Video vom Anfang.] {{Einführung des Videos}} S schreibt: U : $a * a$ U : $40 + 40 + 40 + 40 =$</p>	5 (71.4%)

	[S stoppt das Video am Ende der Einführung.] S schreibt weiter: U : 160000 cm (Enna)	
Was wird genutzt?	Diese Kategorie dient der Strukturierung welche Bestandteile des Lösungsbeispiels während der Bearbeitung von PLA 3 das Lösungsbeispiel genutzt werden.	8 (100.0%)
Gesamte Ansicht	Dieser Code wird vergeben, wenn während der Bearbeitung von PLA 3 das gesamte Lösungsbeispiel genutzt wird. Ankerbeispiel: --	0 (0.0%)
Ansicht von Passagen	Die nachfolgenden Codes werden vergeben, wenn während der Bearbeitung von PLA 3 das gesamte Lösungsbeispiel passagenweise genutzt wird.	8 (100.0%)
Einführung	Dieser Code wird vergeben, wenn sich die Einführung angeschaut wird. Ankerbeispiel: {{Einführung des Videos}} S schreibt: U : a * a U : 40 + 40 + 40 + 40 = [S stoppt das Video am Ende der Einführung.] S schreibt weiter: U : 160000 cm (Enna)	2 (25.0%)
Wiederholung Flächeninhaltsberechnung	Dieser Code wird vergeben, wenn sich die Wiederholung der Flächenberechnung angeschaut wird. Ankerbeispiel: [S spielt das Video vom Anfang an erneut ab] {{Einführung des Videos}} {{Flächenberechnung von Vierecken}} {Sophie ist bei ihrer Lösung dabei so vorgegangen. [...] Für den Flächeninhalt A1 des Quadrats rechnet sie also 6m * 6m das ergibt 36} [S pausiert das Video] S zeichnet eine Ergänzung ein:	1 (12.5%)

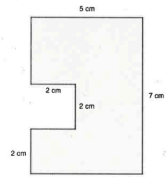
	(Lucy)	
Ergänzungsprinzip	<p>Dieser Code wird vergeben, wenn sich das Ergänzungsprinzip angeschaut wird.</p> <p>Ankerbeispiel: [S spult das Video zum Lösungsweg von Sophie.] {Sie schließt durch ihre Ergänzung die kleine Lücke} (Matti)</p>	3 (37.5%)
Zerlegungsprinzip (vertikal)	<p>Dieser Code wird vergeben, wenn sich das Zerlegungsprinzip (vertikal) angeschaut wird.</p> <p>Ankerbeispiel: --</p>	0 (0.0%)
Zerlegungsprinzip (horizontal)	<p>Dieser Code wird vergeben, wenn sich das Zerlegungsprinzip (horizontal) angeschaut wird.</p> <p>Ankerbeispiel: --</p>	0 (0.0%)
Zusammenfassung	<p>Dieser Code wird vergeben, wenn sich die Zusammenfassung angeschaut wird.</p> <p>Ankerbeispiel: [S blättert im Lösungsbeispiel zu der Seite mit der "Zusammenfassung".] [S klappt das Lösungsbeispiel wieder zu.] S schreibt zur 1. Aufgabe "Pappkarton": 40cm * 40cm [S blättert im Lösungsbeispiel zu der Seite mit der "Zusammenfassung".] [S klappt das Lösungsbeispiel wieder zu.] S schreibt weiter zur PLA 3: - 20cm * 20cm [S blättert im Lösungsbeispiel zu der Seite mit der "Zusammenfassung".] [S klappt das Lösungsbeispiel wieder zu.] [S blättert im Lösungsbeispiel erneut zur Seite mit der "Zusammenfassung".] [S klappt das Lösungsbeispiel wieder zu.] S schreibt weiter zur PLA 3: [S ergänzt ein "=" vor "40cm*40cm"]</p>	2 (25.0%)

	$= 1600\text{cm}^2 - 400\text{cm}^2$ $= 1200\text{ cm}^2$ (Julian)	
Auswirkung auf Bearbeitungsschritte	Innerhalb dieser Kategorie wird evaluiert, welche Auswirkung eine Nutzung auf sich anschließende Bearbeitungsschritte hat.	7 (100.0%)
Bearbeitungsschritt erfolgt korrekt	Dieser Code wird vergeben, wenn Bearbeitungsschritte nach einer Nutzung des Lösungsbeispiels korrekt erfolgten. Ankerbeispiel: [S spult weiter zur Flächenberechnung A1 von Sophie und pausiert dort] S schreibt in die Figur hinein: (Mitte) $800\theta\text{cm}^2$ [korrigiert "8000" zu "800"] (oben) 200cm^2 (unten) 200 cm^2 S schreibt unter die Figur: $= 1200\text{ cm}^2$ (Matti)	3 (42.9%)
Bearbeitungsschritt erfolgt falsch	Dieser Code wird vergeben, wenn Bearbeitungsschritte nach einer Nutzung des Lösungsbeispiels falsch erfolgten. Ankerbeispiel: [S startet das Video vom Anfang.] {{Einführung des Videos}} S schreibt: $U : a * a$ $U : 40 + 40 + 40 + 40 =$ [S stoppt das Video am Ende der Einführung.] S schreibt weiter: $U : 160000\text{ cm}$ (Enna)	4 (57.1%)

Anhang XIV. Ergebnisse der Laboruntersuchung in TG 1

Schüler_in	PLA 2	Lösungsbeispiel	PLA 3
Alina	 <p> $7 \cdot 5 = 35$ $35 - 2 = 33$ der Flächeninhalt ist 33 cm^2 </p>	<p> er macht sie hat ihre Figur zum Quadrat gemacht und dann die Fläche die es in der Figur am anfang nicht gab subtrahiert. </p>	 <p> $40 \cdot 40 = 160 \text{ cm}^2$ 10 $10 + 10 + 10 + 10 = 40$ 160 $160 - 40 = 120 \text{ cm}^2$ </p>
	(3)	(4)	(3)
		<p>er hat die Figur in der mitte zerteilt dan von beiden teile die Fläche ausgerechnet und dan beide Flächen zusammengerechnet.</p>	
		(4)	
		<p>er hat die Figur in ein großes und in ein kleines rechteck zerteilt dan beide Flächen ausgerechnet und dan beide zusammengerechnet.</p>	
		(4)	

Clara



~~5 cm 7 cm~~

$$5 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} = 40 \text{ m}^2$$

$$2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 4 \text{ m}^2$$

$$40 \text{ m}^2 - 4 \text{ m}^2 = 36 \text{ m}^2$$

~~Gesamtfläche 36~~

Flächeninhalt 36 m^2

Sophie hat sich das fehlende Rechteck dazu gedacht und dann ~~das~~ gesamten Bereich Quadrat ausgerechnet. Dann hat sie ~~das~~ ~~Rech~~ Flächeninhalt vom Rechteck ausgerechnet und ~~das kleine~~ dann die beiden Flächeninhalte minus gerechnet also ~~Re~~ Quadrat Fläche - Rechteck = Flächeninhalt vom

Bitte blättere erst auf die nächste Seite um, wenn du die Fragenbox ausgefüllt hast.

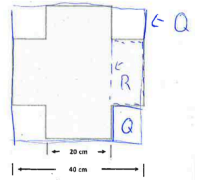
Agesamten,

$$40 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} = 1600 \text{ m}^2$$

$$10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 100 \text{ m}^2$$

$$100 \text{ m}^2 \cdot 4 = 400 \text{ m}^2$$

$$1600 \text{ m}^2 - 400 \text{ m}^2 = \underline{\underline{1200 \text{ m}^2}}$$



(3)

(4)

(3)

Wie ist Luca bei der Lösungsfindung vorgegangen?
Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten.
Beziehe dich dabei auf Lucass gesamten Lösungsprozess.

Er hat ~~den~~ die gesamte Fläche in der ~~Mitte~~ ^{Mitte} geteilt so dass es ein größeres und ein kleineres Rechteck gibt. Er hat nun von den zwei Rechtecken den Flächeninhalt ausgerechnet und sie miteinander $+$ gerechnet.

$$\text{Rechteck} + \text{Rechteck} = \text{gesamter Flächeninhalt}$$

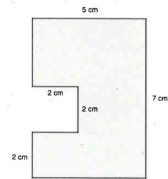
(Er hat das ~~Rechteck~~ die Fläche $+$ ~~längst~~ geteilt also so $+$)

(4)

Er hat ~~die~~ die Fläche geteilt, \square in zwei Rechtecke. Man hat er auch die Flächeninhalte beider Rechtecke ausgerechnet und sie nun miteinander plus gerechnet. Flächeninhalt Rechteck + Flächeninhalt Rechteck = Flächeninhalt gesamt

(4)

Falk



$$5 \cdot 7 = 35$$

$$2 \cdot 2 = 4$$

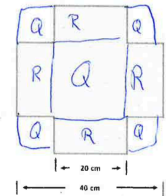
$$35 - 4 = 31 \text{ cm}^2$$

Sophie hat aus der Figur zuerst ein Quadrat gemacht weil das leichter zu rechnen ist. Dann rechnet sie das was sie dazugenommen Minus das Quadrat.

$$40 \cdot 40 = 1600$$

$$10 \cdot 10 \cdot 4 = 400 \text{ cm}^2$$

$$1600 - 400 \text{ cm}^2 = 1200 \text{ cm}^2$$



(3)

(4)

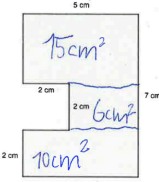
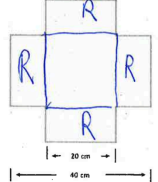
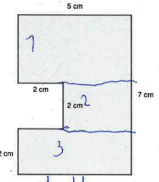

(3)

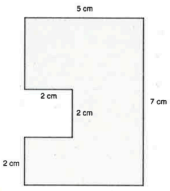
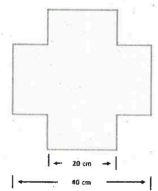
Lara hat zuerst das ~~Recht~~ die Figur in zwei Rechtecke unterteilt und diese dann ausgerechnet. Anschluss hat er beide zusammen addiert.

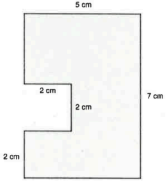
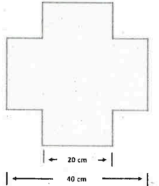
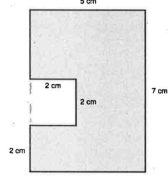
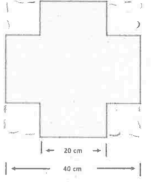
(4)

Armin hat zuerst die Figur in zwei ^{Rechtecke} unterteilt. Dann hat er diese ausgerechnet und zusammen addiert.

(4)

<p>Frederick</p>	<p>Der Flächeninhalt beträgt 31cm^2.</p> 	<p>Sie hat die Form zu einem Quadrat gemacht und dann ausgerechnet. Danach hat sie ausgerechnet was sie dazugenommen hat und es von der Lösung des Quadrats subtrahiert.</p>	<p> $A = 20\text{cm} \cdot 10\text{cm} = 200\text{cm}^2$ $+ A = 20\text{cm} \cdot 10\text{cm} = 200\text{cm}^2$ $+ A = 20\text{cm} \cdot 10\text{cm} = 200\text{cm}^2$ $+ A = 20\text{cm} \cdot 10\text{cm} = 200\text{cm}^2$ $+ A = 20\text{cm} \cdot 20\text{cm} = 400\text{cm}^2$ $= 1200\text{cm}^2$ </p> 
<p>(4)</p>	<p>(4)</p>	<p>Er hat die Form in zwei Teile gemacht und diese dann alleine ausgerechnet. Danach hat er die beiden Lösungen addiert.</p>	<p>(4)</p>
<p>Hannah</p>	<p> $1) 3\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 15\text{cm}^2$ $2) 2\text{cm} \cdot 3\text{cm} = 6\text{cm}^2$ $3) 2\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 10\text{cm}^2$ $15\text{cm}^2 + 6\text{cm}^2 + 10\text{cm}^2 = 31\text{cm}^2$ </p> <p>Ich habe die Skizze in 3 Skizzen geteilt und die 3 Skizzen dann einzeln ausgerechnet. Dann habe ich alles ausgerechnet.</p> 	<p>Sophie hat erst eine Figur ergänzt um ein Quadrat aus der Figur zu machen. Dann hat sie geschaut wie groß das Rechteck ist was sie hinzugefügt hat. Danach hat sie ausgerechnet wie groß das Quadrat ist und hat das Rechteck vom Quadrat abgezogen. Das Quadrat ist 5m^2 groß und das Rechteck 6m^2 groß. Das heißt sie muss $36\text{m} - 6\text{m}$ ausrechnen das sind 30m^2. Also ist die Figur 30m^2 groß.</p>	<p> $10\text{cm} \cdot 20\text{cm} = 200\text{cm}^2$ $200\text{cm}^2 + 200\text{cm}^2 + 200\text{cm}^2 = 600\text{cm}^2$ $20\text{cm} \cdot 20\text{cm} = 400\text{cm}^2$ </p> 
<p>(3)</p>	<p>(3)</p>	<p>(4)</p>	<p>(3)</p>

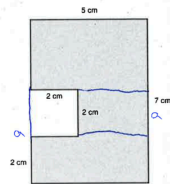
		<p>Luca hat die Figur in 2 Rechtecke getrennt und die dann ausgerechnet. Das hellblaue Quadrat ist 12m^2 groß und das dunkelblaue 18m^2 groß. Dann hat er 18m und 12m zusammen gerechnet und das ist 30m?</p>	
		(3)	
		<p>Armin hat die Figur in zwei Rechtecke geteilt. Und die dann ausgerechnet. Das eine Rechteck ist 6m^2 groß und das andere 24m^2 groß dann hat er 6m und 24m ausgerechnet und das ist 30m?</p>	
		(3)	
Hauke	<p> $5 \cdot 7 = 35\text{cm}^2$ $2 \cdot 2 = 4\text{cm}^2$ 4cm^2 $35\text{cm}^2 - 4\text{cm}^2 = 31\text{cm}^2$ Der Flächeninhalt ist 31cm^2 </p> 	<p>Sie hat erst $6 \cdot 6$ gerechnet damit sie weiß wie viel Quadrat meter das Quadrat hat in dem Fall 36m, danach hat sie das kleine Rechteck was noch über ist ausgerechnet das sind 6 meter die muss jetzt minus 36 rechnen und hat so das ergebnis 30.</p>	<p> $40\text{cm} \cdot 40\text{cm} = 160\text{cm}^2$ $10 \cdot 4 = 40\text{cm}^2$ $160 - 40 = 120\text{cm}^2$ </p> 
	(3)	(3)	(3)
		<p>Luca hat erst mal $3 \cdot 6$ gerechnet das sind 18 Dann hat er $4 \cdot 3$ gerechnet und das sind 12 danach hat er $12 + 18$ gerechnet das sind 30m^2</p>	
		(1)	
		<p>Armin hat als erstes $2 \cdot 3\text{m}$ gerechnet das sind 6m^2 dann hat er $2 \cdot 3$ gerechnet um zu wissen wie groß das andere Rechteck ist. es ist 24m^2 $2\text{m}^2 + 24\text{m}^2 = 30\text{m}^2$</p>	
		(1)	

<p>Jasper</p>	<p> $5 + 7 = 12$ $2 + 2 + 2 = 6$ $12 + 6 = 18 \text{ cm}$ </p> 	<p>Sie hat ein Quadrat da zu genommen und hat den das ausgerechnet</p>	<p>Es sind 160 cm</p> 
	<p>(1)</p>	<p>(2)</p> <p>also Luca hat als erstes 6 · 6 gerechnet und den 3 · 3 gerechnet und das ergibt 48</p> <p>(1)</p> <p>Er hat den unteren teil gerechnet und den oberen teil</p> <p>(2)</p>	<p>(1)</p>
<p>Jonte</p>	<p><u>Flächeninhalt</u></p> <p>$A = 7 \cdot 5 = 35$</p> 	<p>sie hat die komplette Seitenlänge minus die 3 m die noch fehlen und dann das ergebnis raus geholt und das hat sie auf beiden seiten gemacht.</p>	<p><u>Flächeninhalt</u></p> <p>$A = 20 \cdot 20 = 400$ $A = 40 \cdot 40 = 1600$</p> 
	<p>(2)</p>	<p>(1)</p> <p>Er hat den einen teil durch ein rechteck gewechselt</p> <p>(1)</p>	<p>(2)</p>

Er hat das Rechteck
Woanders hingetan
Und es dann ausgerechnet

(1)

Joris



$$F = a \cdot 2 + b \cdot 2 = 7 \text{ cm} \cdot 2 + 5 \text{ cm} \cdot 2 = 24 \text{ cm}^2$$

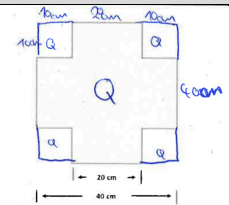
$$24 \text{ cm}^2 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2$$

Sophie hat gesehen, dass man nur
noch ein kleines Rechteck braucht,
um ~~Q~~ aus der Figur ein
Quadrat zu machen ^{nachdem} sie das
Quadrat ausgerechnet hat, hat sie
das zuvor ergänzte Rechteck wieder ~~weggenommen~~.



Bitte blättere erst auf die nächste Seite um,
wenn du die Fragenbox ausgefüllt hast.

D.h. Sie hat
genau die gleiche
Länge wieder sub-
trahiert.



$$40 \cdot 40 \text{ cm} = 1600 \text{ cm}^2$$

$$1600 \text{ cm}^2 - 4 \cdot 10 \cdot 10 \text{ cm} =$$

$$1600 \text{ cm}^2 - 400 \text{ cm}^2 =$$

$$1200 \text{ cm}^2$$

(2)

(4)

(3)

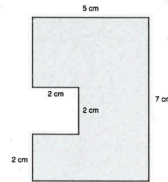
Luca hat die Skulptur in zwei Rechtecke
aufgeteilt, dann haben die beiden
Rechtecke ausgerechnet, und die
Ergebnisse miteinander
addiert.

(4)

Armin hat die Skulptur in zwei Rechtecke aufgeteilt, dann hat er die Flächeninhalte ausgerechnet und dann wieder die beiden Flächeninhalte miteinander addiert.

(4)

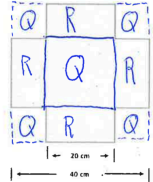
Julian



$$\begin{aligned}
 O &= 3\text{cm} \cdot 5\text{cm} + 2\text{cm} \cdot 3\text{cm} + 2\text{cm} \cdot 5\text{cm} \\
 &= 15\text{cm}^2 + 6\text{cm}^2 + 10\text{cm}^2 \\
 &= 31\text{cm}^2
 \end{aligned}$$

Sie hat bei der Form ein Rechteck ergänzt, so dass aus der Form ein Quadrat wurde. Dieses Quadrat hat sie berechnet und am Ende, das hinzugefügte Rechteck abgezogen.

$$\begin{aligned}
 &= 40\text{cm} \cdot 40\text{cm} - 20\text{cm} \cdot 20\text{cm} \\
 &= 1600\text{cm}^2 - 400\text{cm}^2 \\
 &= 1200\text{cm}^2
 \end{aligned}$$



(4)

(4)

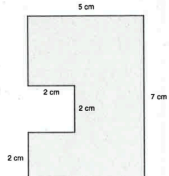
(4)

Luca hat die Form zerlegt und die beiden Teile, die dabei entstanden sind, hat er berechnet und die Flächeninhalte zusammengezählt.

(4)

		<p>Armin hat die Form in zwei Teile zerlegt. Sie beide einzeln berechnet und danach die beiden Flächeninhalte addiert.</p>	
		(4)	
Kilian	<p> $A: 3\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} = 15\text{ cm}^2$ $B: 2\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 6\text{ cm}^2$ $C: 2\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} = 10\text{ cm}^2$ $15\text{ cm}^2 + 6\text{ cm}^2 + 10\text{ cm}^2 = 31\text{ cm}^2$ </p>	<p>Sotie hat dem der Form ein kleineres Rechteck hinzugefügt, und dessen Maße berechnet. Dann hat sie den Flächeninhalt ^{Volumen} des Quadrats berechnet und schließlich mit dem des Rechtecks subtrahiert.</p>	<p> $a: 20\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} = 200\text{ cm}^2$ $b: 20\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} = 200\text{ cm}^2$ $c: 20\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} = 200\text{ cm}^2$ $d: 20\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} = 200\text{ cm}^2$ $e: 20\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} = 400\text{ cm}^2$ $(4 \cdot 200\text{ cm}^2) + 400\text{ cm}^2$ $= 800\text{ cm}^2 + 400\text{ cm}^2$ $= \underline{1200\text{ cm}^2}$ </p>
		(4)	(4)
		<p>Luca hat a und b aufeinander genommen genommen, und jeweils dessen Flächeninhalt berechnet. Dann hat er deren beiden Flächeninhalt addiert und schließlich die Gesamtfläche erhalten.</p>	
		(4)	
		<p>Armin hat auch zwei Rechtecke gebildet, und deren Flächeninhalt jeweils berechnet und schließlich addiert.</p>	
		(4)	

Leni



Rechenweg:
 $5 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 55 \text{ cm}^2$
 $35 + 10 + 4 + 6 = 55 \text{ cm}^2$
 $55 \text{ cm}^2 - 8 \text{ cm}^2 = 47 \text{ cm}^2$

Antwort: Es sind 47 cm^2 .

Sophie hat ein Quadrat aus der Fläche gemacht. Von dem sie schließlich das hinzugefügte wiederabgezogen hat.

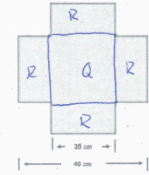
Q, Flächeninhalt Rechnung:
 $20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 400 \text{ cm}^2$

R, Flächeninhalt Rechnung!

$20 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 200 \text{ cm}^2$

$200 \text{ cm}^2 \cdot 4 = 800 \text{ cm}^2$

$400 \text{ cm}^2 + 800 \text{ cm}^2 = 1200 \text{ cm}^2$



(1)

(4)

(3)

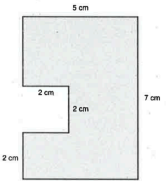
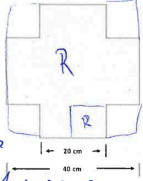
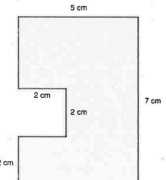
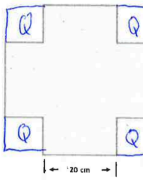
Luca hat ~~wenn~~ in der Mitte eine Linie gezogen und somit zwei Rechtecke geschaffen. da Rechtecke immer auf den gegenüberliegenden Seiten die gleichen Maße haben wusste er alle Maße und konnte dann alles berechnen.

(2)

Armin hat einen ähnlichen Weg wie Lucas benutzt nur hat er ein kleineres oberes und ein größeres unteres Rechteck gebildet. Diese * konnte er somit einfach ausrechnen.

* Flächeninhalte

(2)

<p>Mia</p>	<p> $F = a \cdot b$ $F = 5 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} = 35 \text{ cm}^2$ $F = a \cdot b$ $F = 2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm}^2$ $35 \text{ cm}^2 - 4 \text{ cm}^2 = 31 \text{ cm}^2$ Der Flächeninhalt der Basiskonstrukt der Basiskonstrukt beträgt 31 cm^2. </p> 	<p> 1. Sie hat sich das leere Kästchen dazu gedeckt. 2. Sie hat alles ausgerechnet. 3. Sie hat es wieder das vorher leere Kästchen wieder weggerechnet. </p>	<p> $A = a \cdot b = a$ $A = 40 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} = 1600 \text{ cm}^2$ $A = 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$ $100 \text{ cm}^2 \cdot 4 = 400 \text{ cm}^2$ $1600 \text{ cm}^2 - 400 \text{ cm}^2 = 1200 \text{ cm}^2$ Der Flächeninhalt beträgt 1200 cm^2 </p> 
<p>Mika</p>	<p> $7 \cdot 5 = 35$ $35 - 2 \cdot 2 = 35 - 4 = 31$ </p> 	<p> Zuerst hat sie rausgefunden wie groß der fehlende Anteil ist, dann hat sie gerechnet als wäre es ein Quadrat und danach hat sie den Anteil der nicht da war abgezogen. So ist sie auf das Ergebnis gekommen. </p>	<p> $40 \cdot 40 = 1600 \text{ cm}^2$ $1600 - 400 = 1200 \text{ cm}^2$ </p> 
	<p>(4)</p>	<p>(4)</p>	<p>(4)</p>
		<p>Er hat die Fläche in 2 Rechtecke geteilt und diese dann einzeln ausgerechnet. Anschließend hat er diese addiert.</p>	
		<p>(4)</p>	
		<p>Er hat (wie hoca) die Fläche in zwei Teile geteilt. Anschließend wieder addiert.</p>	
		<p>(4)</p>	

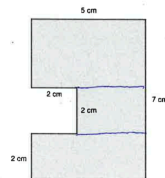
Er hat es in zwei Rechtecke unterteilt.
~~Die er~~ Dann hat er den Flächeninhalt von
 beiden Rechtecken berechnet. ~~und sie durch~~
 Am Ende kam er auf das Ergebnis,
 indem er die Flächeninhalte addiert hat.

(4)

Er hat es genauso wie Luca gemacht.
 Aber er hat die Rechtecke ein bisschen
 anders unterteilt.

(4)

Moritz



~~5cm * 7cm~~
 $5\text{cm} \cdot 3\text{cm} = 15\text{cm}^2$

$2\text{cm} \cdot 3\text{cm} = 6\text{cm}^2$

$2\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 10\text{cm}^2$

$15\text{cm}^2 + 6\text{cm}^2 + 10\text{cm}^2 = \underline{\underline{31\text{cm}^2}}$

sie hat das was frei war
 dazu gerechnet und hat
 es zum Quadrat gemacht
 hat das dann ausgerechnet
 und dann minus die kleine
 Fläche

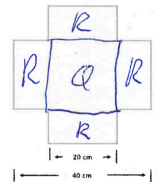
~~10cm * 20~~

$2\text{dm} \cdot 2\text{dm} = 2\text{dm}^2$

$4 \cdot 2\text{dm}^2 = 8\text{dm}^2$

$2\text{dm} \cdot 2\text{dm} = 4\text{dm}^2$

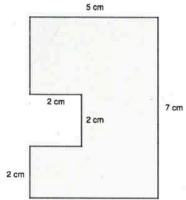
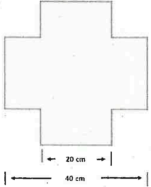
$8\text{dm}^2 + 4\text{dm}^2 = \underline{\underline{12\text{dm}^2}}$

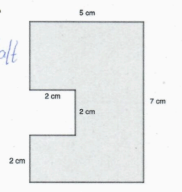
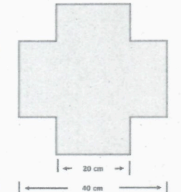


(4)

(4)

(4)

		<p>er hat die Fläche in zwei Rechtecke geteilt und dann hat er die zwei Rechtecke zusammen gerechnet.</p>	
		(2)	
		<p>er hat es in zwei Rechtecke geteilt und hat die zwei Rechtecke dann zusammengerechnet</p>	
		(2)	
<p>Paul</p>	<p> $5\text{cm} \cdot 7\text{cm} = 35\text{cm}^2$ $35\text{cm}^2 - 4\text{cm}^2 = 31$ </p> 	<p>Sie hat bei einem Rechteck Quadrat ein kleines Rechteck raus genommen</p>	<p> $40 \cdot 4 - 40 = 120$ </p> 
		(3)	(1)
		<p>Er hat ein Rechteck an ein Quadrat gesetzt</p>	
		(1)	

		Er hat ein großes und ein kleines Rechteck zusammengesetztes	
		(2)	
Pia	<p>18 cm ist die Flächeninhalt groß.</p> 	--	<p>(R⁴)</p>  <p>20 · 20 cm lang</p>
	(1)	(0)	(1)
		--	
		(0)	
		Er hat $6m - 4m = 2m$ Je rechnet.	
		(1)	

Romy

$$A_1 = a \cdot b$$

$$A_1 = 5 \cdot 3$$

$$A_1 = 15$$

$$A_2 = a \cdot b$$

$$A_2 = 2 \cdot 2,5$$

$$A_2 = 4,5$$

$$A_3 = a \cdot b$$

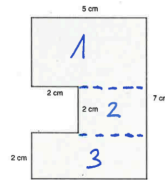
$$A_3 = 2 \cdot 5$$

$$A_3 = 10$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A = 15 + 4,5 + 10$$

$$A = 29,4$$



$$A = 29,4$$

$$\mu =$$

Sophie hat 6·6 also das ganze Quadrat berechnet und dann einfach das kleine rechteck wieder abgezogen und so hatte sie ihr ergebnis nämlich 30m²

$$A_1 = a \cdot a$$

$$A_1 = 20 \cdot 20$$

$$A_1 = 400$$

$$A_2 = a \cdot b$$

$$A_2 = 20 \cdot 10$$

$$A_2 = 300$$

$$A = A_2 + A_2 + A_2 + A_2 + A_1$$

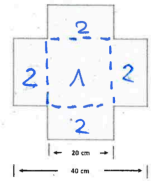
$$A = 300 + 300 + 300 + 300 + 400$$

$$A = 12.000 + 400$$

$$A = 16.000$$

$$A = 4 \cdot 300$$

$$A = 12.000$$



$$A = 16.000 \text{ cm}^2$$

$$\mu =$$

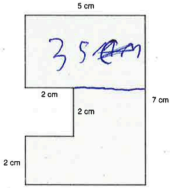
(3)

(3)

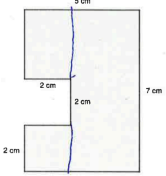
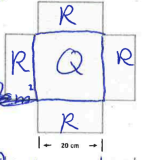
(3)

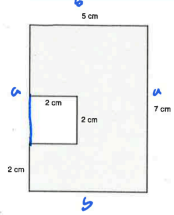
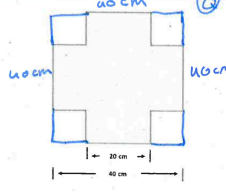
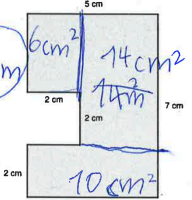
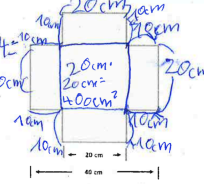
Er hat erst das eine gerechnet und dann das andere das konnte er weil er also Luca sich die beiden aufgeklickt hat so kam er ganz leicht auf das end ergebnis 30m²

(4)

		<p>Er hat es so gemacht das er erst das kleine Rechteck gerechnet hat und dan das grobe und dan hat er das kleine mit dem klosen Rechteck zusammen gerechnet.</p>	
Timo	 $ \begin{array}{r} 5 \times 7 = 35 \\ 2 \times 7 = 14 \\ 2 \times 7 = 14 \\ \hline 53 \end{array} $	<p>(4)</p> <p>Als erstes hat sie 6-4 genommen, das sind 2. Danach hat sie 6-3 das sind 3</p>	--
	(2)	(1)	(0)
		<p>Er hat 6-3 genommen und so seinen rechen weg abgekürzt.</p>	
		(1)	
		--	
		(0)	

Anhang XV. Ergebnisse der Laboruntersuchung in TG 2

Schüler_in	PLA 2	Lösungsbeispiel	PLA 3
Elena	<p>2cm · 3cm = 6cm² 3cm · 7cm = 21cm² 2cm · 2cm = 4cm² $6\text{cm}^2 + 21\text{cm}^2 + 4\text{cm}^2 = \underline{31\text{cm}^2}$</p> 	<p>Sophie hat ergänzt, das heißt, sie hat erst das unvollständige Quadrat vervollständigt, und dann mit dem vollen Quadrat den Flächeninhalt bestimmt. $\rightarrow 6\text{m} \cdot 6\text{m} = 36\text{m}^2$. Dann, musste sie noch den Flächeninhalt der ergänzten Fläche subtrahieren, dafür musste sie ihn erst einmal ermitteln. $\rightarrow A_1 = 2\text{m} \cdot 3\text{m} = 6\text{m}^2$. Dann subtrahiert Sophie die die $36\text{m}^2 - \text{die } 6\text{m}^2 \rightarrow \underline{30\text{m}^2 - 6\text{m}^2 = 30\text{m}^2}$</p>	<p>$20\text{cm} \cdot 20\text{cm} = 400\text{cm}^2$ 20cm · 10cm = 200cm² 200cm² · 4 = 800cm² $800\text{cm}^2 + 400\text{cm}^2 = 1200\text{cm}^2$ $1200\text{cm}^2 = \underline{12\text{dm}^2}$</p> 
	(4)	(4)	(4)
		<p>Luca hat die Fläche in 2 Rechtecke geteilt. So konnte er von jedem einzeln den Flächeninhalt bestimmen und dann zusammen rechnen $\rightarrow A_1 = 4\text{m} \cdot 3\text{m} = 12\text{m}^2$ $A_2 = 3\text{m} \cdot 6\text{m} = 18\text{m}^2$ $A_{\text{ges}} = 12\text{m}^2 + 18\text{m}^2 = \underline{30\text{m}^2}$</p> <p>Armin hat die Fläche in 2 Rechtecke geteilt in ein großes und ein kleines. Von dem großen wusste er die Angaben schon, von dem kleinen nicht. Also musste er erst den Flächeninhalt des großen Rechtecks berechnen und dann mit den anderen Angaben den anderen Seite berechnen. Zum Schluss muss er beides addieren $\rightarrow A_1 = 4\text{m} \cdot 6\text{m} = 24\text{m}^2$ $A_2 = 3\text{m} \cdot 2\text{m} = 6\text{m}^2$ $A_{\text{ges}} = 24\text{m}^2 + 6\text{m}^2 = \underline{30\text{m}^2}$</p>	
		(4)	

<p>Enna</p>	<p> $u: a \cdot b$ $u: a \cdot a + b + b =$ $u: 24 \text{ cm}$ </p> 	<p>Zuerst hat sie die klare Fläche zu einem Quadrat ergänzt, danach hat sie die fehlenden Seitenlängen herausgefunden. Als sie alle Seitenlängen bestimmt hat rechnet sie alles zusammen mit $x(\cdot)$ und schon hatte sie das Ergebnis</p>	<p> $u: a \cdot b$ $u: 40 + 40 + 40 + 40 =$ $u: 160 \text{ cm}$ </p> 
	<p>(2)</p>	<p>(2)</p> <p>Zuerst hat Luca die Fläche zerlegt und einzeln gerechnet, er hat die fehlenden Seitenlängen gefunden und hat dann alles zusammen gerechnet, er hatte die selbe Antwort wie Sophie.</p>	<p>(2)</p>
	<p>(4)</p>	<p>Amin hat als allererstes die Fläche in noch eine Fläche zerlegt, danach hat er die Seitenlängen von beiden Flächen gesucht und am Ende hat er die erste und zweite Fläche zusammen gerechnet.</p>	<p>(4)</p>
<p>Felix</p>	<p> $7 \text{ cm} - 2 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$ </p>  <p> $6 \text{ cm}^2 + 10 \text{ cm}^2 + 14 \text{ cm}^2 = 30 \text{ cm}^2$ </p>	<p>zweitemmal ^{re} ergänzt und dann das ergänzte abgezogen.</p>	<p> $400 \text{ cm}^2 + 20 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 420$ $400 \text{ cm}^2 + 200 \text{ cm}^2 = 600$ $400 \text{ cm}^2 + 800 \text{ cm}^2 = 1200 \text{ cm}^2$ </p> 

Er hat das Quadrat in 2 ~~3~~ Teile geteilt und jedes einzeln gerechnet dafür musste der er eine breite ausrechnen zum schluss hat er beide Flächeninhalte addiert

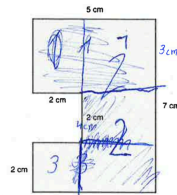
(4)

Er hat es die wie Luca gemacht bloß statt bei einer Sache die breite zu berechnen hat er die Länge berechnet da er es nicht wie Luca so | sondern so — geteilt hat da für musste er die Länge der rechten Seite minus der der linken seite rechnen

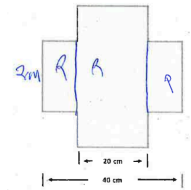
(4)

Finja

$1 = 3 \cdot 5 = 15 \text{ cm}^2$
 $2 = 4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}^2$
 $3 = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}^2$
 $15 + 12 + 4 = 31 \text{ cm}^2$



she hat den bereich zu einem Quadrat ergänzt dann die seiten längen berechnet, dann hat sie die seiten längen des gegenüber bereiches gerechnet und das ergebnis vom ~~ersten~~ ~~ersten~~ ergebnis ~~abgezogen~~.

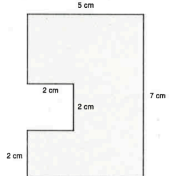
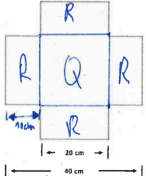


$20 \cdot 40 = 800 \text{ cm}^2$
 $20 \cdot 20 = 400 \text{ cm}^2$
 $800 \text{ cm}^2 - 400 \text{ cm}^2 = 400 \text{ cm}^2$

(3)

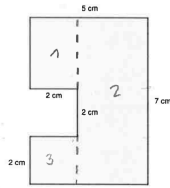
(3)

(3)

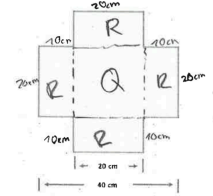
		<p>Luca hat den Bereich in zwei Teile geteilt und hat dann jedes berechnet. Dann hat Luca beide zusammen gerechnet.</p> <p>(4)</p> <p>Armin hat so gerechnet wie Luca nur in andere Bereiche aufgeteilt</p> <p>(4)</p>	
Florian	<p>$7\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} - 2\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = 31\text{ cm}^2$</p> 	--	<p>$40\text{ cm} - 20\text{ cm} : 2 = 10\text{ cm}$</p>  <p> $A_1 = 10\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} \cdot 4 = 800\text{ cm}^2 = 8\text{ m}^2$ $A_2 = 20\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} = 400\text{ cm}^2 = 4\text{ m}^2$ $A_{\text{ges}} = 8\text{ m}^2 + 4\text{ m}^2 = 12\text{ m}^2$ </p>
	(4)	(0)	(3)
		<p>Luca hat erst die gesamte Fläche in 2 Rechtecke aufgeteilt. Dann hat er die Maße von beiden Rechtecken genommen, ausgerechnet, jeweils den Flächeninhalt ausgerechnet und dass miteinander addiert.</p> <p>(4)</p> <p>Armin hat anders als Luca „wagrecht“ einen Strich durch die Fläche gezogen und somit ein noch größeres und ein etwas kleineres Rechteck erhalten als Luca. Dann hat er ebenfalls den Flächeninhalt von beiden ausgerechnet und zusammenaddiert.</p> <p>(4)</p>	

Jane

$$\begin{aligned} A_1 &= 3 \cdot 2 \\ A_1 &= 6 \text{ cm}^2 \\ A_2 &= 7 \cdot 3 \\ A_2 &= 21 \text{ cm}^2 \\ A_3 &= 2 \cdot 2 \\ A_3 &= 4 \text{ cm}^2 \\ A &= 6 + 21 + 4 \\ A &= 31 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



Sie hat erst mal die leere ecke mit dem anderen ausgefüllten zusammen gerechnet und da kamen 36 m^2 raus. Dann hat sie gemerkt dass sie das wieder abziehen muss also hat sie erst die angegebenen seitenlängen berechnet und dann die weiße ecke ausgerechnet 6 m^2 dann hat sie $36 - 6 \text{ m}^2 = 30 \text{ m}^2$ gerechnet und hatte dann die Lösung



(3)

(4)

(2)

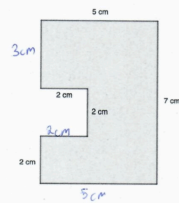
Er hat als erstes die Fläche in zwei Teile aufgeteilt. Dann hat er erst die hellblaue oberseite berechnet in dem er unten die 6m gesehen hat und er wusste oben die 3m also hat er dann $3 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$ gerechnet und dann die dunkelblaue Seite da hat er $3 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} = 18 \text{ m}^2$ am ende hat er beide seiten zusammen gerechnet.

(4)

Er hat das obere vom unteren getrennt und dann das untere mit 24m^2 gerechnet das obere hat aber keine Seitenangabe also musste er erst die seitenlänge berechnen, er weiß das es 6m sind und das dunkelblaue feld 4 hat also sind es zwei dann hat er 6m^2 gerechnet und dann zusammen addiert. Also 30m^2

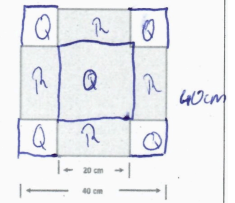
(4)

Leon



$2 \cdot 2 = 4$
 $2 \cdot 5 = 10$
 $2 \cdot 2 = 4$
 $4 + 10 + 4 = 18$

Sie hat die Form zu einem Quadrat ergänzt Den Flächeninhalt des gesamten Quadrats ausgerechnet, hat dann die hinzugegebene stücke ausgerechnet (Flächeninhalt). Dann hat sie den Flächeninhalt des gesamten Quadrats, mit der dem Flächeninhalt des hinzugegebenen stück ^{subtrahieren} ~~multipliziert~~



$$40\text{cm} \cdot 40\text{cm} = 1600\text{cm}^2$$

$$10\text{cm} \cdot 10\text{cm} = 100\text{cm}^2$$

$$100\text{cm}^2 \cdot 4 = 400\text{cm}^2$$

$$1600\text{cm}^2 - 400\text{cm}^2 = 1200\text{cm}^2$$

(1)

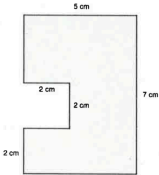
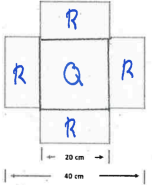
(4)

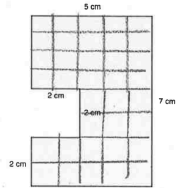
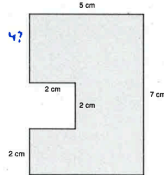
Er hat die Fläche aufgeteilt dann hat er beide stücke ausgerechnet. Die Flächeninhalte der beiden stücke hat er nun zusammen addiert.

* Er hat jetzt anhand anderer seitenlängen die fehlenden seitenlängen ausgerechnet

(4)

(4)

		<p>Er hat die Form senkrecht in kleinere Formen aufgeteilt. Er hat nun die fehlenden Seitenlängen ausgerechnet und die * beiden Quadrate ausgerechnet. Nun hat er beide Flächen in halbe zusammen-addiert.</p> <p>* den Flächeninhalt der</p>	
		(4)	
Lilly	<p>Der Flächeninhalt ist 18 cm.</p> 	<p>Sie hat erstmal noch eine Ecke gezeichnet, dann hat sie $6m \cdot 6m = 36m^2$ gerechnet, das war aber zu viel. Sophie hat die Ecke dann weggemacht und nochmal gerechnet. Sie hat $6m - 4m = 2m$ gerechnet, danach $4m + 2m = 6m$. Dann hat sie $2m \cdot 3m = 6m$ gerechnet, als Letztes $36m^2 - 6m^2 = 30m^2$. Das Ergebnis ist $30m^2$.</p>	
	(1)	(4)	(2)
		<p>Er hat ein Strich durch die Mitte gezogen. Und hat $4m \cdot 3m = 12m^2$ gerechnet und dann $3m \cdot 6m = 18m^2$ gerechnet. Ergebnis: $12m^2 + 18m^2 = 30m^2$</p>	
		(4)	
		<p>Er hat $6m - 4m = 2m$ gerechnet dann hat er $6m \cdot 4m = 24m^2$, dann rechnet er $2m \cdot 3m = 6m^2$, $24m^2 + 6m^2 = 30m^2$</p>	
		(4)	

<p>Luca</p>	 <p>der Flächeninhalt beträgt 36 cm^2</p>	<p>Sie hat den Raum zu einem Quadrat ergenzt</p>	
	<p>(3)</p>	<p>(2)</p>	<p>(1)</p>
<p>Lucy</p>	 <p> $A = 5 \cdot 7 = 35$ $A = 5 \cdot 5 = 25$ X $A = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 6$ $A =$ $A = 3 \cdot 2 =$ $A = 5 \cdot 5 =$ $A = 7 \cdot 5 =$ </p>	<p>Sophie hat als erstes die fläche zum Quadrat gemacht, dann hat sie so gerechnet:</p> $A_1 = 6 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} = 36 \text{ m}^2$ <p>Das ist aber zu viel deswegen hat sie das Rechteck was sie dazu gerechnet hat abgenommen und die Zahlen bestimmt so:</p> $A_2 = 2 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 6 \text{ m}^2 \text{ heißt das Ergebnis dazu hat sie nochmal abgerechnet so:}$ $A_{\text{ges}} = 36 \text{ m}^2 - 6 \text{ m}^2 = 30 \text{ m}^2$	<p> $A_1 = 40 \text{ m} \cdot 40 \text{ m} = 80 \text{ m}^2$ $A_2 = 40 \text{ m} \cdot 20 \text{ m} = 20 \text{ m}^2$ $A_{\text{ges}} = 80 \text{ m}^2 - 20 \text{ m}^2 = 60 \text{ m}^2$ </p> 
	<p>(1)</p>	<p>(4)</p>	<p>(2)</p>

Er hat die Fläche in der Mitte geteilt.
Dann hat er die letzte Zahl herausgefordert und
somit konnte er dann so rechnen;

$$A_1 = 4 \cdot 3\text{m} = 12\text{m}^2$$

Danach hat er die andere Hälfte auch zsm.
gerechnet und zwar so;

$$A_2 = 3\text{m} \cdot 6\text{m} = 18\text{m}^2$$

Somit hat er beide Ergebnisse zsm. gerechnet;

$$A_{\text{ges}} = 12\text{m}^2 + 18\text{m}^2 = 30\text{m}^2$$

(3)

Er hat es so geteilt dass er eine große und kleine
fläche hat.

Er hat angefangen die kleine Fläche so zu rechnen;

$$A_1 = 4\text{m} \cdot 3\text{m} = 12\text{m}^2$$

Danach hat er die gr. fläche berechnet;

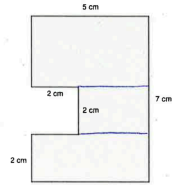
$$A_2 = 5\text{m} \cdot 6\text{m} = 18\text{m}^2$$

Das ganze hat er zsm gerechnet;

$$A_{\text{ges}} = 12\text{m}^2 + 18\text{m}^2 = 30\text{m}^2$$

(4)

Marie



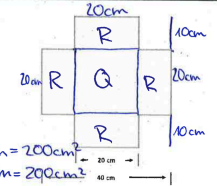
$$5\text{cm} \cdot 3\text{cm} = 15\text{cm}$$

$$3\text{cm} \cdot 2\text{cm} = 6\text{cm}$$

$$2\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 10\text{cm}$$

$$15\text{cm} + 6\text{cm} + 10\text{cm} = 31\text{cm}$$

Sophie hat zuerst die Fläche zum Quadrat ausgefüllt, dann hat sie gesehen das alle Seiten des Quadrates gleich lang sind. Also hat sie zuerst die ganze Fläche berechnet. Sie musste dann ja noch einen kleinen Teil des Quadrats wegnehmen. Sie wusste aber anhand der Zeichnung des Hausmeisters das noch 2m der linken Seite weg müssen, und das an der oberen Seite 3m weg müssen. 2m und 3m hat sie multipliziert und ist auf 6m^2 gekommen. Diese musste sie von den 36m^2 abziehen. Dann musste sie die 36m^2 minus die 6m^2 rechnen, und ist so auf das Ergebnis gekommen.



$$Q = 20\text{cm} \cdot 20\text{cm} = 400\text{cm}^2$$

$$\text{Linkes Rechteck} = 20\text{cm} \cdot 10\text{cm} = 200\text{cm}^2$$

$$\text{Oberes Rechteck} = 20\text{cm} \cdot 10\text{cm} = 200\text{cm}^2$$

$$\text{Rechtes Rechteck} = 20\text{cm} \cdot 10\text{cm} = 200\text{cm}^2$$

$$\text{Unteres Rechteck} = 20\text{cm} \cdot 10\text{cm} = 200\text{cm}^2$$

$$400\text{cm}^2 + 400\text{cm}^2 = 800\text{cm}^2$$

(3)

(4)

(3)

Er hat die Fläche zuerst in zwei Flächen geteilt. Dann hat er ausgerechnet wie viele Meter die nicht angezeigten Seiten haben. Lucas hat dann jeweils den Flächeninhalt einer der beiden Flächen berechnet. Und hat die dann zusammen multipliziert.

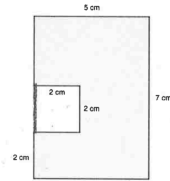
(3)

Er hat sie auch in zwei verschiedene Rechtecke aufgeteilt. Zuerst hat er die ganze Länge ~~minus~~ $= 6\text{m}$ minus 4m gerechnet. Dadurch wusste er dann wie viele Meter, die nicht angegebenen Seiten haben. Nun hat er wieder die Längen der ~~einen~~ ^{verschiedenen} Flächen multipliziert, die er dann zusammen addiert hat.

(4)

Mats

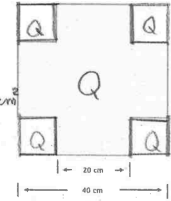
R: $5 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} = 35 \text{ cm}^2$
 ~~35 cm^2~~
 $2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm}^2$
 $35 \text{ cm}^2 - 4 \text{ cm}^2 = 31 \text{ cm}^2$



Sie hat die Fläche zu ~~ein~~ einem Quadrat ergänzt und dessen Fläche berechnet. Dann hat sie die Maße des Ergänzen berechnet und dann deren Flächeninhalt. Zum Schluss hat sie die Fläche des Ergänzen von der Fläche des Quadrats abgezogen.

Ergänzen = Lücke

R: $40 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} = 1600 \text{ cm}^2$
 $70 \text{ cm} \cdot 70 \text{ cm} = 700 \text{ cm}^2$
 $100 \text{ cm}^2 \cdot 4 = 400 \text{ cm}^2$
 $1600 \text{ cm}^2 - 400 \text{ cm}^2 = \underline{\underline{1200 \text{ cm}^2}}$



(4)

(4)

(4)

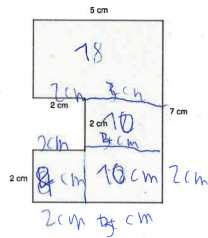
Er hat die Fläche in zwei hochkant Rechtecke unterteilt von jeder erst die Maße berechnet und dann den Flächeninhalt berechnet. Beide Werte hat er dann addiert.

(4)

Er hat die Fläche in zwei horizontale Rechtecke aufgeteilt. Von jedem der zwei hat er die Maße herausgefunden und dann den Flächeninhalt berechnet. Beide Flächen hat er dann addiert.

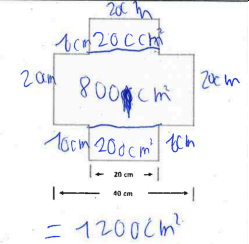
(4)

Matti



$$46 \text{ cm}^2$$

Sophie hat beim vorgehen erst auf dem Beet ein Quadrat gemacht dann musste sie noch die fehlende Fläche wegrechnen weil ein Quadrat indem falls überall ~~gleich~~ hat konnte sie gucken wie viel von der 12 zur 6 fette und von der 3 zur 6 das den zahlen musste sie ein Rechteck machen das Rechteck wiederum musste sie vom Quadrat abziehen und schon hatte sie das gesamt ergebnis



(2)

(4)

(4)

Lucas hat Rechtecke eingezeichnet dann konnte er beim rechten Rechteck ~~durch~~ ein fach ablesen beim linken musste er ~~das~~ vom den 6m abziehen dann musste er nur noch den inhalt von beiden Rechtecken zusammen rechnen und schon hatte er das ergebnis

(4)

Erst hat er zwei rechtecke eingezeichnet beim unteren konnte er ablesen beim oberen musste er 12 rechnen

(2)

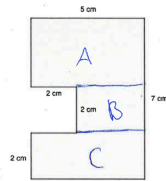
Ronja

Rechnung:

(A) $A_{\square} = a \cdot b = 5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}^2$

(B) $A_{\square} = a \cdot b = 2 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2$

(C) $A_{\square} = a \cdot b = 2 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}^2$



$$15 \text{ cm}^2 + 6 \text{ cm}^2 + 10 \text{ cm}^2 = 31 \text{ cm}^2$$

Antwort:

Der Flächeninhalt beträgt 31 cm^2

Sophie hat das kleine Stück ~~erfüllt~~ ergänzt und dann den Flächeninhalt des Quadrats berechnet. Danach hat sie durch die gegebenen Maße den Flächeninhalt des Rechtecks das sie ergänzt hat berechnet.

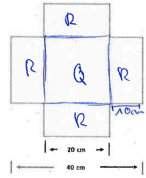
Dann hat sie den ~~Flächeninhalt~~ Flächeninhalt des Quadrats mit dem ~~Rechteck~~ Flächeninhalt des Rechtecks subtrahiert.

$$A_1 = a \cdot a = 20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 400 \text{ cm}^2$$
$$A_2 = a \cdot b = 20 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 200 \text{ cm}^2$$

$$200 \text{ cm}^2 \cdot 4 = 800 \text{ cm}^2$$

$$400 \text{ cm}^2 + 800 \text{ cm}^2 = 1200 \text{ cm}^2$$

Der Flächeninhalt beträgt 1200 cm^2



(4)

(4)

~~hat~~ Luca hat die Fläche in zwei Rechtecke geteilt. Danach hat er mit den gegebenen Maßen die Maße der Rechtecke berechnet und hat den Flächeninhalt berechnet. Als letztes hat er die Flächeninhalte mit einander addiert.

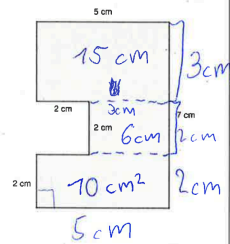
(4)

Armin hat die Fläche auch in zwei Teile geteilt. In dem einen Rechteck hatte er schon alle Maße ~~von gegeben~~ ~~und hat~~ die anderen Maße hat er mit den gegebenen Maßen berechnet. Dann hat er die Flächeninhalte beider Rechtecke berechnet und anschließend addiert.

(4)

(4)

Simon



$$10 \text{ cm}^2 + 12 \text{ cm}^2 + 15 \text{ cm}^2 =$$

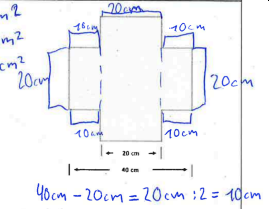
$$\underline{\underline{37 \text{ cm}^2}}$$

Sophie hat erst ~~die~~ ~~große~~ die Figur zu einem großen Quadrat ergänzt. Dann hat sie die linke und die obere Seite (6m) mit den schon vorgegebenen Seitenlängen - gerechnet, so kam sie auf die Seitenlängen. Sie hat diese Seitenlängen gerechnet und kam auf das Ergebnis = 6m². Nun hat sie von den Quadratergebnis (36m²) ihr Ergebnis - gerechnet: 36m² - 6m² = 30m². und kam so auf das richtige Ergebnis: 30m².

• = multiplizieren
- = subtrahieren / minus
Das gilt auch für die anderen Erklärungen.

$$\begin{aligned} \text{l. R.} &: 10 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 200 \text{ cm}^2 \\ \text{v. R.} &: 10 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 200 \text{ cm}^2 \\ \text{u. R.} &: 20 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} = 400 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &200 \text{ cm}^2 \\ &+ 200 \text{ cm}^2 \\ &+ 400 \text{ cm}^2 \\ \hline &800 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



$$40 \text{ cm} - 20 \text{ cm} = 20 \text{ cm} : 2 = 10 \text{ cm}$$

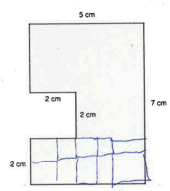
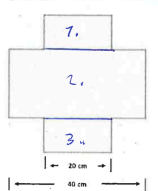
(3)

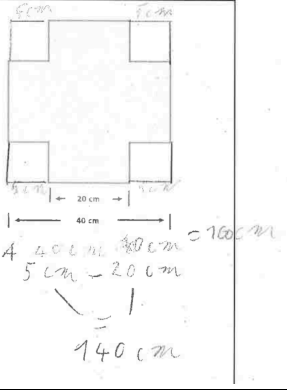
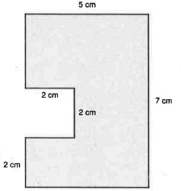
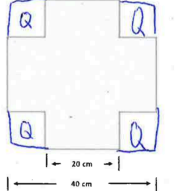
(4)

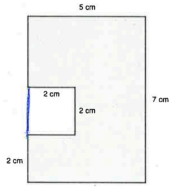
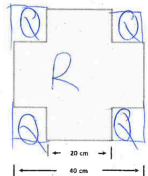
(3)

Luca hat die Figur in 2 Rechtecke zerlegt. Er hat erst das rechte Rechteck berechnet weil er dort alle Seiten schon vorgegeben hat und kam auf das Ergebnis: $3 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} = 18 \text{ m}^2$. Um das linke Rechteck zu berechnen fehlte ihm die obere Seite er rechnete die schon vorgegebene untere Seitenlänge - die obere Seitenlänge des rechten Rechtecks und kam auf das Ergebnis: $6 \text{ m} - 3 \text{ m} = 3 \text{ m}$. Er rechnete für das linke Rechteck: $3 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$. Er rechnete die beiden Ergebnisse zusammen: $12 \text{ m}^2 + 18 \text{ m}^2 = 30 \text{ m}^2$. Und kam auf das Ergebnis: 30m².

(4)

		<p>Armin zerlegt die Figur von links nach rechts. Er kann das untere Rechteck mit den vorgegebenen Seiten schon ausrechnen und kommt auf das Ergebnis: $4m \cdot 6m = 24m^2$. Um das obere Rechteck auszurechnen fehlt ihm die linke Seite. Er rechnet die rechte schon vorgegebene Seite - die linke vorgegebene Seite und kommt auf das Ergebnis: $6m - 4m = 2m$. Nun rechnet er das obere Rechteck aus und kommt auf das Ergebnis: $2m \cdot 3m = 6m^2$. Er rechnet nun die beiden Ergebnisse zusammen und kommt auf das Ergebnis: $24m^2 + 6m^2 = \underline{\underline{30m^2}}$.</p>	
		(4)	
Sophia	<p>$10 + 15 = 25$</p> <p>$26 + 5 = 31$</p>  <p>Antwort: Es sind $31cm^2$ Flächeninhalt</p>	<p>Sie hat ein Rechteck zu der Form dazu gegeben so das es die Form ein Quadrat wurde, das hat sie dann berechnet und dann den Flächeninhalt von dem Rechteck was sie dazu gegeben hat abgezogen. Und das dann ausgerechnet.</p>	<p>$1. 20cm \cdot 70cm = 200cm^2$</p> <p>$2. 40cm \cdot 20cm = 800cm^2$</p> <p>$3. 20cm \cdot 10cm = 200cm^2$</p> <p>$\begin{array}{r} 200 \\ + 200 \\ + 800 \\ \hline 1200 \end{array}$</p>  <p>Antwort: $1200cm^2$</p>
	(3)	(4)	(4)
		<p>Er hat die Form geteilt und die beiden daraus entstehenden Rechtecke einzeln berechnet und diese Ergebnisse dann addiert.</p>	
		(4)	
		<p>Er hat die Form geteilt und dann die daraus entstehenden Rechtecke berechnet, diese Ergebnisse dann addiert und so so die Lösung gefunden.</p>	
		(4)	

Sören	--	<p>sie hat die fehlende ecke erst da zu gerechnet und dann wieder weg gerechnet</p>	
	(0)	(2)	(2)
		<p>er hat ein karron in 2 rechtecke aufgeteilt und sie schritt berechnet</p>	
(2)			
<p>er hat es fast wie Luca getan aber das er die rechtecke anders zerlegt hat</p>			
(2)			
Thore	<p>$5 \cdot 7 = 35 - 4 = 31 \text{ cm}$</p> 	<p>Sie hat die Fläche zu einem Quadrat geformt und dann das den Flächeninhalt des Quadrats berechnet. Dann hat sie das von dem Stück das sie ergänzt den Flächeninhalt berechnet und den Minus mit der ersten Rechnung genommen</p>	 <p>$2 \cdot 40 = 80 - 60 = 20 \text{ cm}^2$</p>
(3)	(3)	(4)	(2)

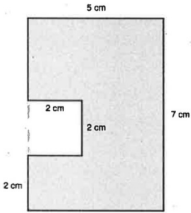
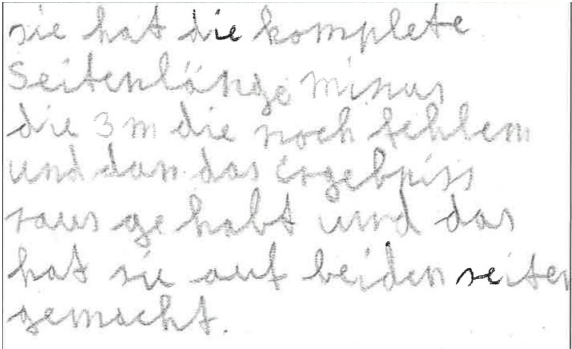
		<p>Luca hat erst einmal die ganze Fläche in zwei rechtecke eingeteilt. Dann hat er den Flächeninhalt der beiden Rechtecke berechnet addiert.</p>	
<p>Till</p>	<p> $5\text{cm} \cdot 7\text{cm} = 35\text{cm}^2$ $2\text{cm} \cdot 2\text{cm} = 4\text{cm}^2$ $35\text{cm}^2 - 4\text{cm}^2 = 31\text{cm}^2$ </p> 	<p>Sie hat die Form zum Quadrat ergänzt, die fehlenden Seiten berechnet und die Ergänzung abgezogen.</p>	<p> $40\text{cm} \cdot 40\text{cm} = 1600\text{cm}^2$ $10\text{cm} \cdot 10\text{cm} = 100\text{cm}^2$ $100\text{cm}^2 \cdot 4 = 400\text{cm}^2$ $1600\text{cm}^2 - 400\text{cm}^2 = 1200\text{cm}^2$ </p> 
	(4)	(2)	(4)
		<p>Er hat das Rechteck geteilt und die Hälften gerechnet, welche er dann addiert hat.</p>	
		(4)	

Er hat die Form horizontal geteilt

die fehlenden Längen berechnet und
die Flächen addiert.

(2)

Anhang XVI. Codiertes Transkript von Jonte

	1	Transkription der Laborsitzung von Jonte
..(2) geeignete Heuristiken au:	2	<p><u>Flächeninhalt</u></p> <p>$A = 7 \cdot 5 = 35$</p> 
	3	[S beginnt mit der Bearbeitung des Lösungsbeispiels]
	4	(...)
	5	{{Lösungsweg von Sophie (Ergänzungsprinzip)}}
	6	(...)
	..(1) keine geeigneten Heurist	7
8		S schreibt: sie hat die komplette Seitenlänge minus die 3 m die noch fehlen und dan das Ergebniss rausgehabt und das hat sie auf beiden seiten gemacht
9		
10		[S blättert um zur nächsten Seite.]
..(1) keine geeigneten Heurist	11	{{Lösungsweg von Luca (Zerlegungsprinzip vertikal)}}
	12	(...)
	13	[S beginnt mit der Formulierung seiner Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Luca bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Lucas gesamten Lösungsprozess."]
	14	S schreibt: Er hat den einen Teil durch ein rechteck gewechselt

..(1) keine geeigneten Heurist

15

Er hat den einen Teil
durch ein rechteck
geteilt

16

[S blättert um zur nächsten Seite.]

17

{{Lösungsweg von Armin (Zerlegungsprinzip horizontal)}}

18

(...)

19

[S beginnt mit der Formulierung seiner Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Armin bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Armins gesamten Lösungsprozess."]

..(1) keine geeigneten Heurist

20

S schreibt: Er hat sich Quasi das Blatt gedreht Das rechteck Woanders hingetan und es dan ausgerechnet

21

Er hat das rechteck
Woanders hingetan
und es dan ausgerechnet

22

(...)

23

[S beginnt mit PLA 3.]

..Zusammenfassung

..Nutzung zur Auswa

24

[S blättert im Lösungsbeispiel zur Seite der Zusammenfassung und lässt diese Seite aufgeblättert vor sich liegen]

25

S: "Darf ich bei dem (unverständlich) vor und zurück gehen?"
TL: "Ja, du darfst."

..Bearbeitungsschritt

26

S schreibt:
Flächeninhalt:
A=

..(2) geeignete Heuri

27

S zeichnet ein: [eine Ergänzung]

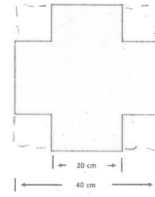
28

S schreibt weiter:
 $20 * 20 = 400$
 $A = 40 * 40 = 1600$

..(2) geeignete Heuristiken au:

29

Flächeninhalt
 $A = 20 \cdot 20 = 400$
 $A = 40 \cdot 40 = 1600$

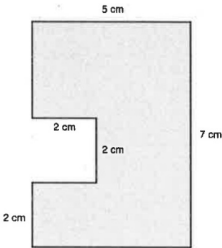
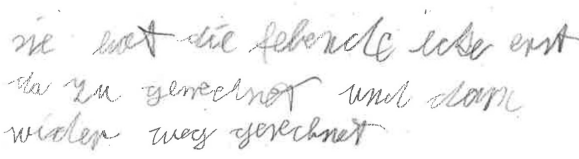


30

[S beginnt mit der Formulierung seiner Selbsterklärung zum Prompt "Wie bist du bei der Lösungsfindung vorgegangen?"]

S schreibt: ich habe zuerst das kleine ausgerechnet dann das Große

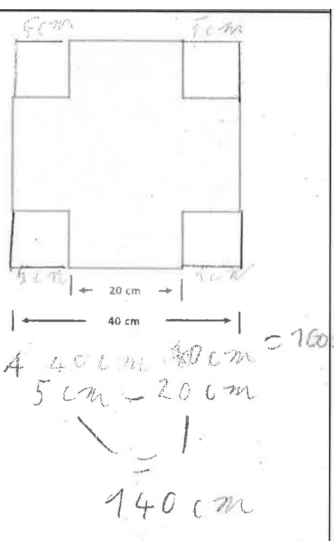
Anhang XVII. Codiertes Transkript von Sören

		<u>Transkription der Laborsitzung von Sören</u>	
	1		
	2		
..(0) keine Bearbeitung	3		
	4	[S startet Video]	
	5	(...)	
	6	{{Lösungsweg von Sophie (Ergänzungsprinzip)}}	
	7	[S pausiert Video zur Formulierung von Selbsterklärungen]	
	8	(...)	
	9	[S beginnt mit der Formulierung seiner Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Sophie bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe ihr Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Sophies gesamten Lösungsprozess."]	
..(2) geeignete Heuristiken nicht	10	S schreibt: sie hat die fehlende ecke erst da zu gerechnet und dan wider weg gerechnet	
	11		
	12	[Video wird fortgesetzt]	
	13	{{Lösungsweg von Luca (Zerlegungsprinzip vertikal)}}	
	14	[S pausiert Video zur Formulierung von Selbsterklärungen]	
	15	(...)	
	16	[S beginnt mit der Formulierung seiner Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Luca bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Lucas gesamten Lösungsprozess."]	
..(2) geeignete Heuristiken nicht	17	S schreibt: er hat den körper in 2 rechtecke aufgeil und sie (unleserlich) berechnet	

<p>..(2) geeignete Heuristiken nicht</p>	<p>17</p>	<p><i>er hat eben, paron in 2 rechtecke aufgeteilt und sie schnell beschriftet</i></p>
	<p>18</p>	<p>[Video wird fortgesetzt]</p>
	<p>19</p>	<p>{{Lösungsweg von Armin (Zerlegungsprinzip horizontal)}}</p>
	<p>20</p>	<p>[S pausiert Video zur Formulierung von Selbsterklärungen]</p>
	<p>21</p>	<p>(...)</p>
	<p>22</p>	<p>[S beginnt mit der Formulierung seiner Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Armin bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Lucas gesamten Lösungsprozess."]</p>
<p>..(2) geeignete Heuristiken nicht</p>	<p>23</p>	<p>S schreibt: er hat es fast wie Luca getan bloß das er die rechtecke anders zertrennt hat</p>
	<p>24</p>	<p><i>er hat es fast wie Luca getan bloß das er die rechtecke anders zertrennt hat</i></p>
	<p>25</p>	<p>(...)</p>
	<p>26</p>	<p>[S beginnt mit PLA 3]</p>
	<p>27</p>	<p>S zeichnet ein: [eine Ergänzung]</p>
	<p>28</p>	<p>[Die horizontalen Seiten der Ergänzung werden jeweils mit „5cm“ beschriftet.]</p>
	<p>29</p>	<p>[S spult im Video zum Anfang vom "Lösungsweg von Sophie (Ergänzungsprinzip)" und startet das Video.]</p>
<p>..(2) geeignete Heuristiken nicht</p>	<p>30</p>	<p>{Sophie ist bei ihrer Lösung dabei so vorgegangen (...) Sophie muss dafür aber zunächst die fehlenden Seiten}</p>
<p>..Ergänzungsprinzip ..Bearbeitungsschritt ..Nutzung zur Ausfüh</p>	<p>31</p>	<p>[S pausiert das Erklärvideo]</p>
	<p>32</p>	<p>S schreibt: A</p>
	<p>33</p>	<p>[S spult im Video im "Lösungsweg von Sophie" zurück zu der Stelle bei der die Berechnung des großen Quadrates erklärt wird und hält das Video an dieser Stelle im Standbild.]</p>
	<p>34</p>	<p>S schreibt weiter: 40cm * 40cm (55) = 160cm (120)</p>

..Ergänzungsprinzip
..Bearbeitungsschritt
..Nutzung zur Ausfüh

..(2) geeignete Heuri

- 35 [S setzt das Video fort]
- 36 {links ja eine kleine Lücke, die gar nicht mit berechnet werden soll (...)
nun fehlt Sophie aber noch die zweite fehlende Seitenlänge.}
- 37 [S pausiert das Video.]
- 38 S schreibt weiter:
5cm – 20cm
- 39 [S setzt das Video fort]
- 40 {Auch hier weiß Sophie ja bereits, dass die Seiten des Quadrats 6m lang
sind (...) also ist die andere Seite des Rechtecks 3m.}
- 41 [S pausiert das Video]
- 42 [S setzt das Video fort]
- 43 {lang. Jetzt hat Sophie alle Seitenlängen bestimmt, um den Flächeninhalt
des Rechtecks zu berechnen. Für den Flächeninhalt A2 des Rechtecks
rechnet Sophie.}
- 44 [S pausiert das Video]
- 45 S schreibt weiter:
[zieht zwei Striche schräg nach unten und notiert das Ergebnis]
=
140cm
- 46 

47 [S beginnt mit der Formulierung der Selbsterklärung zum Prompt "Wie
bist du bei der Lösungsfindung vorgegangen?"]

48 S schreibt: ich habe mir da video noch ein mal an geguckt (unleserlich:
und) dan seiber umgesetzt

Anhang XVIII. Codiertes Transkript von Enna

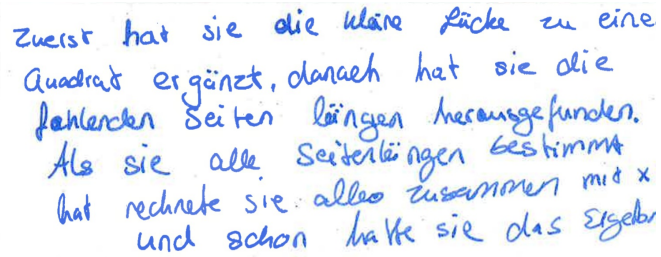
1		<u>Transkription der Laborsitzung von Enna</u>	
..(2) geeignete Heuristiken au:	2	$u: a \cdot b$ $u: a+a+b+b=$ $u: 24cm$	
	3	[S startet Video]	
	4	(...)	
	5	{{Lösungsweg von Sophie (Ergänzungsprinzip)}}	
	6	[S pausiert Video zur Formulierung von Selbsterklärungen"]	
	7	(...)	
	8	[S beginnt mit der Formulierung ihrer Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Sophie bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe ihr Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Sophies gesamten Lösungsprozess."]	
	9	S schreibt: Zuerst hat sie	
	10	[S spult zurück zum Anfang des Lösungsweges von Sophie und spielt diesen erneut ab]	
	11	{Sophie ist bei ihrer Lösung dabei so vorgegangen: Sophie erkennt, dass man die gegebene Figur zu einem Quadrat ergänzen kann. Sie schließt durch ihre Ergänzung die kleine Lücke oben links[...]}	
	12	S schreibt währenddessen weiter: die kleine Lücke	
..(3) geeignete Heuristiken nic	13	{[...] Wie Sophie die Berechnung vorgenommen hat}	
	14	[S spult nochmal zurück]	
	15	{Sophie erkennt, dass man die gegebene Figur zu einem Quadrat ergänzen kann. Sie schließt durch ihre Ergänzung die kleine Lücke oben links [...].}	
	16	S schreibt weiter: zu einem Quadrat	
	17	{[...] Wie Sophie die Berechnung vorgenommen hat, zeigt sie dir jetzt. Die Seitenlängen}	
	18	[S spult nochmal zum Anfang des Lösungsweges von Sophie zurück]	
	19	{{Lösungsweg von Sophie (Ergänzungsprinzip)}}	

..(3) geeignete Heuristiken nicht

20 S schreibt währenddessen weiter: ergänzt, danach hat sie die fehlenden Seitenlängen herausgefunden. Als sie alle Seitenlängen bestimmt hat rechnete sie alles zusammen mit x (*), ~~ger~~

21 [S stoppt das Video am Ende des Lösungsweges von Sophie]

22 S schreibt weiter: und schon hatte sie das Ergebnis

23 

24 [S setzt das Video fort.]

25 {{Lösungsweg von Luca (Zerlegungsprinzip vertikal)}}

26 (...)

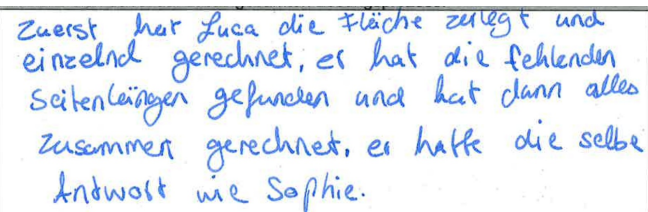
27 [S beginnt mit der Formulierung ihrer Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Luca bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Lucass gesamten Lösungsprozess.", während im Hintergrund ohne zeitliche Kohärenz nochmals der Lösungsweg von Luca läuft]

28 S schreibt: Zuerst hat Luca die Fläche zerlegt und einzeln gerechnet, er hat die fehlenden Seitenlängen gefunden und hat

29 [S pausiert das Video am Ende des Lösungsweges von Luca]

..(2) geeignete Heuristiken nicht

30 S schreibt weiter: dann alles zusammen gerechnet, er hatte die selbe Antwort wie Sophie.

31 

32 [S setzt das Video fort]

33 {{Lösungsweg von Armin (Zerlegungsprinzip horizontal)}}

34 (...)

..(4) geeignete Heuristiken nicht

35 [S beginnt mit der Formulierung ihrer Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Armin bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe sein

..(4) geeignete Heuristiken

Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Lucas gesamten Lösungsprozess."]

36 S schreibt: Amin hat als allererstes die Fläche in noch eine Fläche zerlegt, danach hat er die Seitenlängen von beiden Flächen gesucht und am Ende hat er die erste und zweite Fläche zusammengerechnet.

37 Amin hat als allererstes die Fläche in eine Fläche zerlegt, danach hat es die Seitenlängen von beiden Flächen gesucht und am Ende hat er die erste und zweite Fläche zusammengerechnet.

38 (...)

39 [S beginnt mit PLA 3]

40 S zeichnet ein: [eine Ergänzung]

41 [Die Seiten des Quadrats werden mit "40cm" beschriftet]

42 [S startet das Video vom Anfang]

43 {{Einführung des Videos}}

44 S schreibt:

$$U : a * a$$

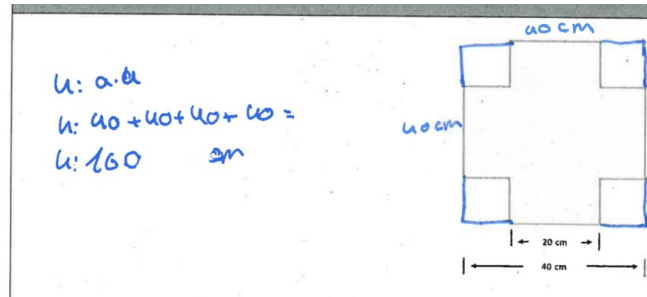
$$U : 40 + 40 + 40 + 40 =$$

45 [S stoppt das Video am Ende der Einführung]

46 S schreibt weiter:

$$U : 160000 \text{ cm} \text{ [wird später zu } 160 \text{ cm korrigiert]}$$

47



48 [S beginnt mit der Formulierung ihrer Selbsterklärung zur Frage "Wie bist du bei der Lösungsfindung vorgegangen?"]

49 S schreibt: Ich habe die Skizze weiter ergänzt bis ich alle Seitenlänge haben, danach habe ich alles

..Einführung

..Bearbeitungsschritt

..Nutzung zur Ausfüh

..(2) geeignete Heuri

50 [S korrigiert bei PLA 3]
U : 160 cm

51 [S wendet sich wieder dem Prompt "Wie bist du bei der Lösungsfindung vorgegangen?" zu.]

52 S schreibt weiter: plus gerechnet und kam auf 160 cm

Anhang XIX. Codiertes Transkript von Leni

	1	Transkription der Laborsitzung von Leni
	2	<p>Rechenweg: $5 \cdot 7 = 35$ $2 \cdot 2 = 4$ $35 - 4 = 31$ $55 \text{ cm}^2 - 8 \text{ cm}^2 = 47 \text{ cm}^2$</p> <p>Antwort: Es sind 47 cm^2.</p>
..(1) keine geeigneten Heurist	3	[S beginnt mit der Bearbeitung des Lösungsbeispiels.]
	4	(...)
	5	{{Lösungsweg von Sophie (Ergänzungsprinzip)}}
	6	(...)
	7	[S beginnt mit der Formulierung ihrer Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Sophie bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe ihr Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Sophies gesamten Lösungsprozess."]
..(4) geeignete Heurismen koi	8	S schreibt: Sophie hat ein Quadrat aus der Fläche gemacht. Von dem sie schließlich das hinzugefügte wiederabgezogen hat.
	9	
	10	[S blättert um zur nächsten Seite.]
	11	{{Lösungsweg von Luca (Zerlegungsprinzip vertikal)}}
	12	(...)
	13	[S beginnt mit der Formulierung ihrer Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Luca bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Lucas gesamten Lösungsprozess."]
..(2) geeignete Heurismen nic	14	S schreibt: Luca hat (unleserlich: von den) in der Mitte eine Linie gezogen und somit zwei Rechtecke geschaffen. da Rechtecke immer auf den Gegenüberliegenden Seiten die gleichen Maße haben wusste er alle Maße und konnt dann alles zu berechnen.

..(2) geeignete Heuristiken nic

15

Luca hat ~~was~~ in der Mitte eine Linie gezogen und somit zwei Rechtecke geschaffen. da Rechtecke immer auf den gegenüberliegenden Seiten die gleichen Maße haben wusste er alle Maße und konnte dann alles berechnen.

16

S blättert um zur nächsten Seite.]

17

{{Lösungsweg von Armin (Zerlegungsprinzip horizontal) wird erklärt}}

18

(...)

19

[S beginnt mit der Formulierung ihrer Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Armin bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Armins gesamten Lösungsprozess."]

20

S schreibt: Armin hat einen ähnlichen Weg wie Lucas benutzt, nur hat er ein kleineres oberes und ein größeres unteres Rechteck gebildet. Diese * konnte er somit einfach ausrechnen
* Flächeninhalte

..(2) geeignete Heuristiken nic

21

Armin hat einen ähnlichen Weg wie Lucas benutzt, nur hat er ein kleineres oberes und ein größeres unteres Rechteck gebildet. Diese * konnte er somit einfach ausrechnen.

* Flächeninhalte

22

(...)

23

[S beginnt mit PLA 3]

24

S zeichnet ein: [eine Zerlegung in 5 Teilflächen]

..(3) geeignete Heuristiken au:

25

S: "Also hier soll man doch einfach nur den Rechenweg aufschreiben, also einfach rechnen oder?"
TL: "Sorry (unverständlich) Nocheinmal."
S: "Einfach hier rechnen?"
TL: "Ja genau, richtig, genau."

..(3) geeignete Heuristiken au:

26 S schreibt:
Q. Flächeninhalt Rechnung:
 $20\text{cm} \cdot 20\text{cm} = 400\text{cm}$

27 R. Flächeninhalt Rechnung:
 $20\text{cm} \cdot 10\text{cm} = 200\text{cm}$
 $200\text{cm} \cdot 4 = 800\text{cm}$
 $400\text{cm} + 800\text{cm} = 1200\text{cm}$

28

Q. Flächeninhalt Rechnung:

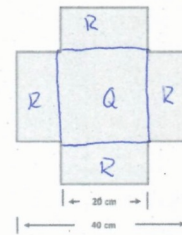
$$20\text{cm} \cdot 20\text{cm} = \underline{400\text{cm}}$$

R. Flächeninhalt Rechnung!

$$20\text{cm} \cdot 10\text{cm} = 200\text{cm}$$

$$200\text{cm} \cdot 4 = \underline{800\text{cm}}$$

$$400\text{cm} + 800\text{cm} = \underline{\underline{1200\text{cm}}}$$

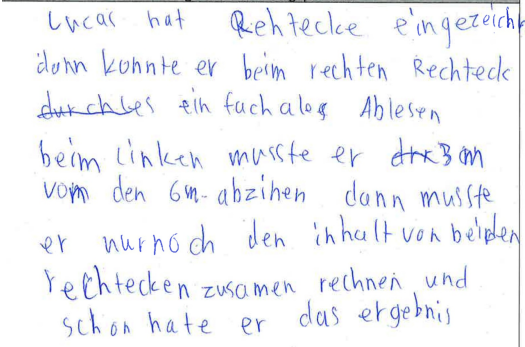


29 [S beginnt mit der Formulierung ihrer Selbsterklärung zur Frage "Wie bist du bei der Lösungsfindung vorgegangen?"]

30 S schreibt: Ich habe zuerst das Quadrat ausgerechnet da ich dort alle Angaben hab. Danach habe ich $20\text{cm} \cdot 10\text{cm}$ gerechnet weil die Längere Seite der Quadrate doppelt so groß war wie die Kürzeren Seiten. letztendlich habe ich die Ergebnisse noch addiert.

Anhang XX. Codiertes Transkript von Matti

	1	Transkription der Laborsitzung von Matti
	2	<p>Hand-drawn diagram of a 6x4 cm rectangle with a 3x3 cm square cut out from the top-right corner. The remaining area is shaded. Dimensions are labeled: 6 cm (total height), 4 cm (total width), 3 cm (square side), 2 cm (remaining width), and 3 cm (remaining height). Handwritten numbers 18 and 10 are present.</p>
..(2) geeignete Heuristiken au:		
	3	[S startet Video]
	4	(...)
	5	{{Lösungsweg von Sophie (Ergänzungsprinzip)}}
	6	(...)
	7	[S beginnt mit der Formulierung seiner Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Sophie bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe ihr Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Sophies gesamten Lösungsprozess."]
	8	S schreibt: Sophie hat beim vorgehen erst aus dem Beet ein Quadrat gemacht dann musste sie noch die fehlende Fläche wegrechnen. Weil ein Quadrat indem falle überal 6cm hat konnte sie gucken wie viel von der 4 zur 6 fehlte und von der 3 zur 6 aus den zahlenn musste sie ein Rechteck machen. das Rechteck wiederum musste sie vom Quadrat abziehen und schon hatte sie das gesamt ergebniss
..(4) geeignete Heuristiken ko:	9	<p>sophie hat beim vorgehen erst aus dem Beet ein Quadrat gemacht dann musste sie noch die fehlende Fläche wegrechnen weil ein Quadrat indem falle überal 6cm hat konnte sie gucken wie viel von der 4 zur 6 fehlte und von der 3 zur 6 aus den zahlenn musste sie ein Rechteck machen. das Rechteck wiederum musste sie vom Quadrat abziehen und schon hatte sie das gesamt ergebniss</p>
	10	[Video wird fortgesetzt]

- 11 [S blättert um zur nächsten Seite]
- 12 {{Lösungsweg von Luca (Zerlegungsprinzip vertikal)}}
- 13 (...)
- 14 [S beginnt mit der Beantwortung des Prompts "Wie ist Luca bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Lucas gesamten Lösungsprozess."]
- 15 S schreibt: Lucas hat ~~Q~~ Rechtecke eingezeichnet dann konnte er beim rechten Rechteck ~~durchles~~ ein fach ales Ablesen beim
- 16 [S spult das Video zur Bestimmung von Seitenlängen im Lösungsweg von Luca zurück]
{Minus 3 Meter gleich 3 Meter.}
- 17 [S pausiert das Video, nachdem die Seitenlängenermittlung abgeschlossen ist und auf dem Bildschirm die farbliche Zerlegung von Luca zu sehen ist.]
- 18 S schreibt weiter: linken musste er ~~der~~ 3m von den 6m abziehen
- 19 [S spult das Video etwas vor und spielt es ab]
- 20 {Da er jetzt die beiden Flächeninhalte der beiden Rechtecke berechnet hat, muss er beide noch addieren um den gesuchten Flächeninhalt zu bestimmen. (...) auch bei Luca $30m^2$.}
- 21 [S pausiert das Video]
- 22 S schreibt weiter: dann musste er nurnoch den inhalt von beiden rechtecken zusammen rechnen und schon hate er das ergebnis
- 23 
- 24 [Video wird fortgesetzt]
- 25 {{Lösungsweg von Armin (Zerlegungsprinzip horizontal)}}
- 26 (...)
- 27 [S beginnt mit der Formulierung seiner Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Armin bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Armins

..(4) geeignete Heuristiken ko

..(2) geeignete Heuristiken nic

gesamten Lösungsprozess.]"

28 S schreibt: Erst hat er zwei rechtecke eingezeichnet

29 [S spult das Video zurück zur Flächenberechnung von Armin, pausiert dort]

..(2) geeignete Heuristiken nicht

30 S schreibt weiter: beim unteren konnte er es ablesen beim oberen musste er $4 + 2$ rechnen

31

32 (...)

33 [S beginnt mit PLA 3]

34 S beschriftet die Seiten: [Rechts unten "10cm", links unten „10cm“, links in der Mitte „20cm“, oben „20cm“, rechts in der Mitte „20cm“]

35 S zeichnet ein: [eine Zerlegung]

36 S beschriftet die Seite links oben: "10cm"

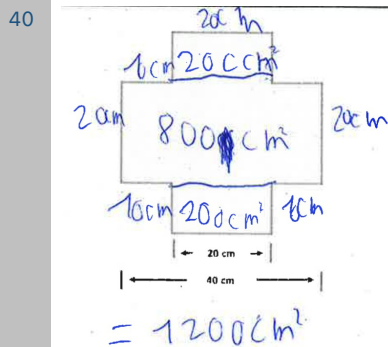
[S spult das Video zum Lösungsweg von Sophie.]
{Sie schließt durch ihre Ergänzung die kleine Lücke}

37 [ID51 spult weiter zur Flächenberechnung A1 von Sophie und pausiert dort]

..Ergänzungsprinzip
..Nutzung zur Ausführung
..Bearbeitungsschritt er

38 S schreibt in die mittlere Teilfläche: 800cm^2 [korrigiert zu "800"]
in die obere Teilfläche: 200cm^2
und in die untere Teilfläche: 200cm^2

39 S schreibt unter die Figur:
 $= 1200\text{cm}^2$



..(4) geeignete Heuristiken aus:

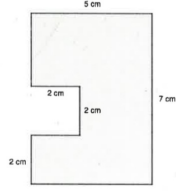
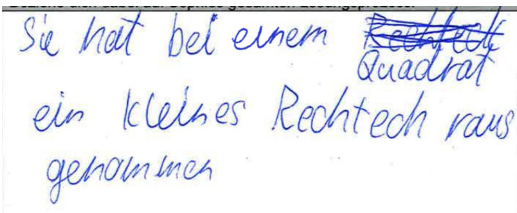
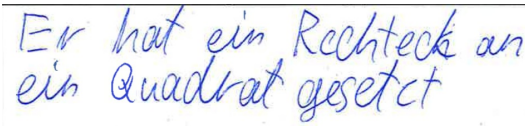
41 [S beginnt mit der Formulierung seiner Selbsterklärung zur Frage "Wie

bist du bei der Lösungsfindung vorgegangen?"]

42

S schreibt: ich habe Quadrate und rechtecke eingetragen und die ausgerechnet und dan zusammengerechnet

Anhang XXI. Codiertes Transkript von Paul

	1	<u>Transkription der Laborsitzung von Paul</u>
	2	
..(3) geeignete Heuristiken au:		$5\text{cm} \cdot 7\text{cm} = 35\text{cm}^2$ $35\text{cm}^2 - 4\text{cm}^2 = 31$
	3	[S beginnt mit der Bearbeitung des Lösungsbeispiels.]
	4	(...)
	5	{{Lösungsweg von Sophie wird erklärt (Ergänzungsprinzip)}}
	6	(...)
	7	[S beginnt mit der Formulierung seiner Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Sophie bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe ihr Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Sophies gesamten Lösungsprozess."]
..(1) keine geeigneten Heurist	8	S schreibt: Sie hat bei einem Rechteck Quadrat ein kleines Rechteck rausgenommen.
	9	
	10	[S blättert um zur nächsten Seite]
	11	{{Lösungsweg von Luca wird erklärt (Zerlegungsprinzip vertikal)}}
	12	(...)
	13	[S beginnt mit der Formulierung seiner Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Luca bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Lucas gesamten Lösungsprozess."]
..(1) keine geeigneten Heurist	14	S schreibt: Er hat ein Rechteck an ein Quadrat gesetzt.
	15	

16 [S blättert um zur nächsten Seite]

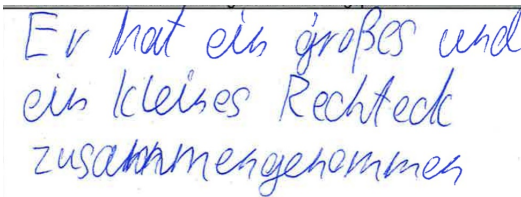
17 {{Lösungsweg von Armin wird erklärt (Zerlegungsprinzip horizontal)}}

18 (...)

19 [S beginnt mit der Formulierung seiner Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Armin bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Armins gesamten Lösungsprozess."]

20 S schreibt: Er hat ein großes und ein kleines Rechteck zusammengenommen

..(2) geeignete Heuristiken nicht

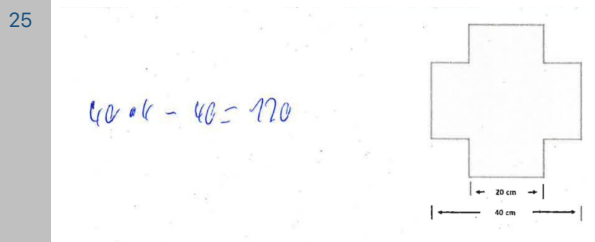
21 

22 (...)

23 [S beginnt mit PLA 3]

24 S schreibt: $40 * 4 - 40 = 120$

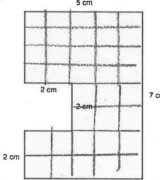
..(1) keine geeigneten Heuristiken



26 [S beginnt mit der Beantwortung der Frage "Wie bist du bei der Lösungsfindung vorgegangen?"]

27 S schreibt: Ich habe das gesamte Quadrat ausgerechnet und habe dann etwas weggenommen.

Anhang XXII. Codiertes Transkript von Luca

Transkription der Laborsitzung von Luca	
1	
2	
3	<p>..(3) geeignete Heuristiken au:</p> <p>der Flächen inhalt beträgt 36 cm^2</p> <p>[S startet Video von Anfang]</p>
4	(...)
5	{{Lösungsweg von Sophie wird erklärt (Ergänzungsprinzip)}}
6	(...)
7	[S beginnt mit der Formulierung seiner Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Sophie bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe ihr Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Sophies gesamten Lösungsprozess."]
8	S schreibt: Sie hat den Raum zu einem Quadrat ergänzt
9	<p>..(2) geeignete Heuristiken nic</p> <p>Sie hat den Raum zu einem Quadrat ergänzt</p>
10	[Video wird fortgesetzt]
11	{{Lösungsweg von Luca wird erklärt (Zerlegungsprinzip vertikal)}}
12	(...)
13	[S beginnt mit der Formulierung seiner Selbsterklärung zum Prompt "Wie ist Luca bei der Lösungsfindung vorgegangen? Beschreibe sein Vorgehen in deinen eigenen Worten. Beziehe dich dabei auf Lucas gesamten Lösungsprozess."]
14	S schreibt: Er hat sie aus einander geschnitten
15	<p>..(2) geeignete Heuristiken nic</p> <p>Der hat sie aus einander geschnitten</p>