Martin Warnke

Die papiernen Tafeln des Alan Mathison Turing

> Wir können einen Mann, der gerade eine reelle Zahl berechnet, mit einer Maschine vergleichen, die nur über eine endliche Zahl von Zuständen q1, q2, … , q_R verfügt, die ihre ›m-Zustände‹ heißen sollen.

So schreibt Alan Mathison Turing, britischer Mathematiker und Code-Brecher, im Jahr 1936 auf das Jahr 1937 über seine Papiermaschine, die er gleichsam aus der Rippe des rechnenden Mannes schnitt.

Das war ungewöhnlich, denn die Berechnung reeller Zahlen in nennenswertem Umfang oblag bis dato nicht Männern und nicht Maschinen, sondern typischerweise arbeitsteilig Frauen in dafür speziell zugerichteten Rechensälen, und zwar von Hand, bis etwa zur Berechnung der Parameter der Wasserstoffbombe, ein Jahrzehnt nach Turings bahnbrechendem Aufsatz, für die dann tatsächlich eine rechnende Maschinen namens ENIAC zum Einsatz kamen.

Ihm, Turing, ging es aber nicht um diese ungemein praktischen Probleme, sondern um die Frage, was das Rechnen eigentlich ausmache, ob es des lebendigen Menschen bedürfe, etwa den Mathematikerinnen in den Rechensälen, oder ob von deren In-der-Welt-Sein mit allen den Unwägbarkeiten einer lebendigen Existenz abgesehen, ob abstrahiert werden kann vom Mensch-Sein der Rechnerin oder des Rechners, ob solches Tun zurückführbar wäre auf ein dürres Regelwerk, materialisierbar in irgendwelche »m-Zustände« und weitere Innereien einer Maschine – zunächst nur auf dem Papier.

Es war. In Abschnitt 3 »Beispiele rechnender Maschinen« etwa seiner Schrift behauptet er: »Es kann eine Maschine zur Berechnung der Folge 010101 … konstruiert werden.« Wenn man, wie in seinem Zusammenhang üblich, eine »0« und ein Komma davorsetzt, also das Ganze als »0,010101 …« auffasst, dann ist das die Zahl »ein Drittel«, aufgeschrieben in der jetzt, nicht zu Zeiten Turings, gebräuchlichen Notation in binärer Schreibweise.[1]

Ein Drittel zu berechnen heißt bei Turing und seiner Papiermaschine also, »010101 …« effektiv aufzuschreiben. Dazu braucht man erstens ein Papierband, auf dem die Ziffern schließlich stehen sollen, zweitens die schon erwähnten »m-Zustände« – wobei das »m« durchaus für »memory« stehen darf –, drittens das Regelwerk in Form einer Tafel, table, das die Papiermaschine zu befolgen hat, um dann, viertens, Zeichen eines Vorrats, bestehend aus dem leeren Feld, der Null und der Eins, auf's Band zu drucken.

Bevor wir gleich im Detail nachvollziehen, wie sich aus der Turing-Tafel das Drittel ergibt: es geht nicht um irgendeinen Begriff davon, was denn »ein Drittel« sei, es geht nur darum, alle seine Binärstellen auf ein Band zu schreiben. Begriffe sind nicht Sache der Computer, seien sie

1 Das binäre Zahlensystem geht auf Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716) zurück. Es hat im zwanzigsten Jahrhundert durch den Computer praktische Bedeutung erlangt, weil es konstruktiv günstiger als das ansonsten übliche Zahlensystem mit zehn Ziffern ist, denn die Schaltelemente, die ja auch für die Zahldarstellung zuständig sind, müssen dann nicht mehr zehn verschiedene Zustände unterscheiden, etwa in Form von Zahnrädern, sondern nur zwei. Diese lassen sich elektromechanisch oder später elektronisch sehr gut schnell und in langen Ketten schalten.
Auch das Rechnen wird erheblich vereinfacht, denn man braucht nicht mehr das kleine Einmaleins der Zahlen 1 bis 9, sondern nur noch das Einmaleins der Eins.
Das Teilen im Binären ist übrigens viel einfacher als im Dezimalen. Was hier am Beispiel 1/3 gezeigt werden soll.
1 ist binär 1, 3 ist binär 11, 1/3 also das Resultat der Aufgabe 1:11.
1:11=
erst einmal 0, weil ja 11 nicht in 1 »passt«.
Also: Binärkomma setzen, Null »borgen« und an die 1 hängen:
1:11=0,
10
10 geht auch nicht durch 11 zu teilen, also eine Null hinter das Komma, noch eine hinter die 10:
1:11=0,0
100
So, jetzt geht es. Öfter als ein Mal aber nicht, wir sind ja im Binärsystem:
1:11=0,01
100
-11

  1
Und jetzt geht es offensichtlich immer so weiter, denn der Rest ist 1, und bei 1:11 waren wir schon ganz am Anfang. Also:
1:11=0,01010101 …
Das hier verwendete Regelwerk für das Dividieren könnte man auch als einen Algorithmus auffassen, wenn man ihn strenger formuliert hätte.

weibliche oder männliche Rechenerinnen oder geschlechtslose Digitalcomputer. Ein Drittel ist berechenbar, wenn es aufschreibbar ist, Stelle für Stelle, streng formal, auch in Abwesenheit von Leben, Intelligenz oder Eingebung.

Wir, das heißt, die Papiermaschine, die Turingmaschine, haben ein Band vor uns, ziemlich lang, nach links und rechts ohne Grenzen gedacht:

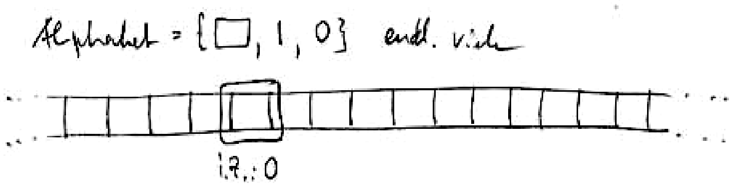

Abb. 1

»i.Z.: 0« soll heißen: es befinde sich, so soll die Anfangsbedingung laten, im inneren »m-Zustand« mit der Nummer Null. Irgendwo muss es ja schließlich losgehen.

Was ist nun zu tun? Das sagt das Programm, das Turing »Verhaltenstabelle« – »table« im Original – nannte. Es hat vorzuschreiben, was die

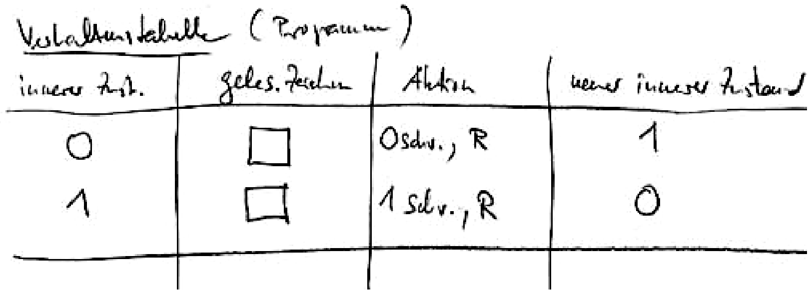

Abb. 2

Maschine tun soll, wenn sie in einem bestimmten inneren (»m«-) Zustand ein bestimmtes Zeichen aus ihrem Vorrat im Fenster ihres Schreib-Lesekopfes hat. Dieses ist in der hier wiedergegebenen etwas linkischen Zeichnung das Rechteck um eines der Felder des Bandes. In Abb. 1 sieht man durch dieses Rechteck, das durchaus an den rechteckigen Metallbügel einer mechanischen Schreibmaschine erinnern darf, in das der Typenhebel beim nächsten Anschlag seine Spur setzen wird, ein

leeres Feld. Wir schauen nach: welche Aktion wird vorgeschrieben, wenn im inneren Zustand »0« das leere Feld gesehen wird?
Eine »0« soll geschrieben werden, der Lese-Schreibkopf soll nach »R« (rechts) rücken, um ein Feld, der neue innere Zustand »1« soll eingenommen werden.

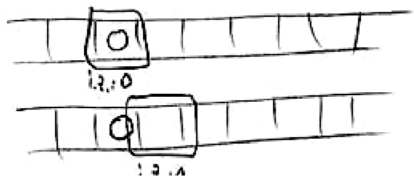

Abb. 3

Jetzt ist die Papiermaschine im Zustand »1« und sieht, und in diesem Beispiel sieht sie eigentlich überhaupt nichts anderes, ein leeres Feld, was dann, zusammen mit der Tatsache des inneren Zustands »1«, unweigerlich, so sieht es die Verhaltenstabelle in ihrer Zeile zwei vor, zu einer Eins mit nachfolgendem Rechtsruck mit dem neuen inneren Zustand »0« führt, danach wieder zur Null und dem nachfolgenden Zustand »1«, und so weiter ad infinitum:

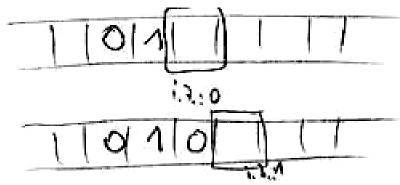

Abb. 4

Heraus kommt die ziemlich öde Folge 010101 …, aber das ist eben genau so öde wir die Zahl ein Drittel selbst, und prinzipiell so schlicht wie alle berechenbaren Zahlen überhaupt, denn sie alle lassen sich mit so schlichten Mitteln erzeugen wie unsere harmlose Zahl 1/3, auch wenn es gelegentlich reichlich verwickelt werden kann.

Es geht letztlich nicht um Zahlen bei der Turingmaschine, sondern um die Frage der Formalisierbarkeit von mathematischer Erkenntnis. So treten dann schließlich bei Turing an die Stelle von Zahlen später Turingmaschinen selbst, also Verfahren zur Berechnung von Zahlen. Über diese Repräsentationen rechnender Erkenntnis kann dann trefflich räsonniert werden, auch von Maschinen. Mit niederschmetterndem Ergebnis im übrigen, denn die Formalisierung Turings schafft zutage, daß beileibe nicht alles formalisierbar ist, daß immer ein Rest bleibt, der nicht in starre Regeln zu gießen ist.[2]

So ist es auch mit Vorgängen, die uns Menschen auf's Existentiellste überraschen und überrennen, wie die Beben der tektonischen Verschiebungen, deren »tables« – Verhaltenstabellen – Franz John den Turingmaschinen der Jetztzeit, den weltweit vernetzten Digitalcomputern, zur Darstellung übergibt.

Nullen und Einsen können universell interpretiert werden, das Multimedium Computer kann sie hör- und sichtbar machen. Wenigstens das, mag man sagen, denn zu deren Berechnung – und damit auch Menschenleben rettender Vorhersage – ist es nicht in der Lage.

In Franz Johns Installation treffen die beiden Seiten der Informationsgesellschaft aufeinander, und zwar durchaus ohren- und augenfällig: die rechnende Medialität der Computer diesseits der Grenze des Berechenbaren, die Unberechenbarkeit unseres gefährdeten irdischen Lebens jenseits von ihr.

Diese Brüchigkeit eines Lebens zu zeigen, das nur gleichermaßen angewiesen auf wie ungeschützt durch die rechnenden Maschinen Turingscher Denkart zu denken ist, ist ein Verdienst der Johnschen Installation.

Es ist mit allem zu rechnen, vor allem und immer wieder mit dem nicht Berechenbaren.

erschienen in: Franz John: Turing Tables. Ausstellungskatalog. S. 28-36. 2006.

2 Diese Kränkung der Mathematik, mit mathematischen Methoden allein die Grundlagen der Mathematik nicht klären zu können, ist eng verwandt mit dem Gödelschen Unvollständigkeitssatz (»Gödelsches Theorem«), der besagt, daß jedes hinreichend mächtige formale System entweder widersprüchlich oder unvollständig ist: der logische Prozeß ist schöpferisch und geht nicht im streng Formalen auf.